

基于多分辨率的 PET 图像优质有序子集最大期望重建算法

张 权¹, 付学敬², 李晓红^{1*}, 桂志国¹

(1. 中北大学 信息与通信工程学院, 太原 030051; 2. 上海长安信息技术咨询开发中心, 上海 200032)

(* 通信作者电子邮箱 lixiaohong1118@126.com)

摘 要:在正电子发射断层扫描(PET)成像中,最大似然期望(MLEM)算法因不能有效地抑制噪声、收敛速度慢而难以直接应用于临床。有序子集最大期望(OSEM)算法具有较快的收敛速度,但是在迭代一定次数之后重建质量会迅速下降。针对此问题,将多分辨率技术引入到有序子集最大期望重建算法的子集中,以此抑制噪声,同时稳定求解过程。实验结果表明,新的重建算法克服了传统算法图像退化的缺点,并具有加快算法收敛速度的优点,能获得较高的信噪比(SNR)和较好的图像视觉效果。

关键词:正电子发射断层扫描成像;最大似然期望;有序子集最大期望;多分辨率;小波收缩

中图分类号:TP391.41 **文献标志码:**A

High quality ordered subset expectation maximization reconstruction algorithm based on multi-resolution for PET images

ZHANG Quan¹, FU Xuejing², LI Xiaohong^{1*}, GUI Zhiguo¹

(1. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan Shanxi 030051, China;

2. Shanghai Chang'an Information Technology Consultation and Development Center, Shanghai 200032, China)

Abstract: In Positron Emission Tomography (PET) imaging, Maximum Likelihood Expectation Maximization (MLEM) algorithm cannot be directly applied to clinical diagnosis due to suppressing noise ineffectively and converging slowly. Although Ordered Subset Expectation Maximization (OSEM) algorithm converges fast, it will lead to a significant decline in the quality of the reconstructed image. To address this problem, multi-resolution technology was introduced into the subset of the OSEM reconstruction algorithm to suppress noise and stabilize solving process. The experimental results indicate that the new algorithm overcomes the drawback of the traditional algorithm on degrading the reconstructed image and has the advantage of fast convergence. The proposed reconstruction algorithm can obtain a higher Signal-to-Noise Ratio (SNR) and a superior visual effect.

Key words: Positron Emission Tomography (PET) imaging; Maximum Likelihood Expectation Maximization (MLEM); Ordered Subset Expectation Maximization (OSEM); multi-resolution; wavelet shrinkage

0 引言

正电子发射断层扫描(Positron Emission Tomography, PET)成像是当今核医学领域中一种先进的成像技术,一直是医学影像领域中的研究热点。PET重建方法主要分为解析法和迭代法两大类。作为经典的解析法,滤波反投影(Filter Back Projection, FBP)算法^[1]具有运算量小和重建速度快的优点,但是却无法有效地抑制噪声。常用的经典的迭代算法是最大似然期望(Maximum Likelihood Expectation Maximization, MLEM),它具有全局收敛性、计数保持和非负性的特点^[2],但其运算量大、收敛速度慢、重建时间长,因此难以在临床中直接应用。针对迭代算法收敛速度慢的缺点,人们提出了多种加速算法,如Hudson和Larkin提出的基于有序子集最大期望(Ordered Subset Expectation Maximization, OSEM)算法^[3]、广义的空间更新期望最大化(Space-Alternating Generalized Expectation maximization, SAGE)算法^[4]以及Byrne等^[5-6]提

出的基于块迭代的EM(Block-Iterative Expectation Maximization, BI-EM)算法等。其中OSEM算法最为经典,使用简单,实际应用得比较多,所以本文将进一步研究OSEM的PET重建问题。

1999年,Raheja等^[7]提出了多分辨率的EM(Multi-Resolution EM, MREM)重建算法,将多分辨率运用到了PET图像的重建中。此方法将采集到的数据重新组装成不同探测器对的观测数据,降低了重建图像的均方根误差,改善了重建效果;但由于未引入有序子集的思想,从而影响了收敛速度的提高。何佳伟^[8]将MR思想运用到OSEM算法中,提出了名为MOS-MRW-EM的算法。该算法将每个角度下的观测数据与相邻角度的观测数据求平均,提高了观测数据的信噪比,但其由于仅针对一维观测数据进行简单平均滤波,去噪能力有限,从而导致重建图像呈现出较明显的伪影。此外,传统的OSEM算法虽然提高了收敛速度,但其缺点是随着迭代次数的增加,重建质量会迅速退化。

收稿日期:2012-09-03;**修回日期:**2012-10-31。 **基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61071192, 61271357);山西省自然科学基金资助项目(2009011020-2);山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划项目。

作者简介:张权(1974-),男,山西大同人,讲师,博士研究生,主要研究方向:图像处理、科学可视化;付学敬(1971-),男,天津人,工程师,硕士,主要研究方向:计算机信息处理;李晓红(1986-),女,河南商丘人,硕士研究生,主要研究方向:医学图像处理与重建;桂志国(1972-),男,天津人,教授,博士,主要研究方向:图像处理与重建。

为了解决前述算法的问题,本文将 MR 概念引入到 OSEM 重建算法的子集中,对观测数据进行重组,并在迭代重建的过程中引入二维小波收缩处理,从而更有效地去除噪声,保持边缘;同时保持较高的收敛速度,且趋于稳定收敛(即改善了 OSEM 算法在迭代一定次数后重建质量迅速下降的缺陷)。算法在观测数据的重组与小波处理两方面体现了多分辨率分析的思想,兼具了 MR 分析与 OSEM 的优点。实验证明,新算法不仅可以重建出更优质的图像,而且随着迭代的进行趋于稳定,同时仍具有加速算法收敛的优点。

1 OSEM 加速重建算法

1994 年提出的 OSEM 算法^[3]利用有序子集来加速 EM 算法。在此算法中,数据依据投影角度被分成不同的子集,然后依照给定的顺序遍历每个子集中的数据,每遍历完一个子集就对图像修正一次。将 OSEM 算法应用到 PET 图像重建中,其原理与 MLEM 算法基本相同。经典的 MLEM 算法的迭代公式为:

$$f_j^{k+1} = \frac{f_j^k}{\sum_{i=1}^I a_{ij}} \sum_{i=1}^I \frac{a_{ij} y_i}{\sum_{l=1}^J a_{il} f_l^k} \quad (1)$$

其中: y 表示观测的投影数据, a_{ij} 表示从像素 j 发射的光子被第 i 对探测单元检测到的概率, f 为待重建的图像, k 为该算法的迭代次数。而在 OSEM 中,这个迭代计算公式则变为:

$$f_j^{k+1} = \frac{f_j^k}{\sum_{i \in S_t} a_{ij}} \sum_{i \in S_t} \frac{a_{ij} y_i}{\sum_{l=1}^J a_{il} f_l^k} \quad (2)$$

其中: S_t 为第 t 个子集, $t = 1, 2, \dots, n$ (n 为子集的个数)。

有序子集的划分方法将直接影响算法的收敛速度^[3]。因而,子集划分方法成为了 OS 方法的关键。通常,依据投影角度将观测数据划分为多个子集,有以下四种划分方式^[9]: 非重叠式子集、重叠式子集、间隔式子集和标准期望最大化(即 MLEM)。图 1 给出了采用间隔式子集方法将观测的投影数据分成不同子集的例子。子集的分割有很大的自由度,可根据需要来做决策。若使用 N 个子集,收敛速度大约提升 N 倍。

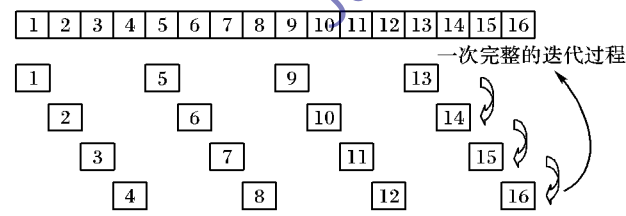


图1 观测数据的子集划分与迭代运算过程(子集数为4)

2 基于多分辨率的 OSEM 重建算法

为了克服 OSEM 算法的重建质量随着迭代次数增加到一定程度后,图像质量明显退化的缺点,本文将多分辨率分析引入到 OSEM 算法中,提出了一种新的基于多分辨率的 OSEM 重建算法。

2.1 多分辨率分析

随着 20 世纪 80 年代多分辨率的提出,研究发现用特定的函数可表示信号在任意时间或空间分辨率的特性^[10]。多分辨率变换能将各种频率交织在一起的信号分解成各个不同频段的信息,且信号和噪声经多分辨率变换在不同分辨率下

呈现不同规律。基于其良好的时频特性,多分辨率方法在图像去噪领域受到越来越多的关注,具有比傅里叶分析更好的局部特性,使得非线性去噪方法又开辟了一条新的道路。基于多分辨率分析思想,已研究出很多新的信号表示方法^[11-13],掀起了以小波分析为代表的多分辨率分析的热潮,如蔡政等^[14]提出了一种基于小波系数尺度间和尺度内关系的图像去噪方法,取得了较好的降噪效果;朱呈祥等^[15]提出了针对多层小波分解系数进行非线性变尺度量化改造算法,从而将小波分析引入到了系统辨识应用方面。

小波分析中,研究最为广泛的小波阈值萎缩去噪法又称为小波收缩法^[16]。它对小波系数进行统一处理,在最小均方误差意义下可达近似最优。图像经过小波变换后,能量主要集中在低频部分,高频部分能量较低。而噪声主要集中在图像的高频部分,且噪声对应的小波系数幅值较小,图像边缘对应的小波系数幅值较大,这样就可以通过设定阈值将较小的噪声系数清除,最后经过小波反变换得到重构图像,获得较理想的降噪效果。

2.2 基于小波收缩的有序子集方法

有序子集(Ordered Subset, OS)算法作为加快收敛速度的重要方法,其采用固定的子集个数。在理论上,随着子集划分个数的增加,收敛速度增加,但重建图像的质量受子集数的影响,子集个数越多反而使噪声随迭代次数的增加逐步放大^[17-18]。为了解决此问题,本文采用可变有序子集(Modified Ordered Subset, MOS)的方法,即在迭代初期选择较大的子集数,提高算法的收敛速度,快速恢复高频信息;随着迭代的进行,再适当减小子集数,以此保持图像的质量,减小噪声对重建图像的影响。

为了解决 MOS-EM 算法随着迭代次数的增加,重建质量退化的问题,本文将小波收缩多分辨率方法运用到重建算法中(记为 MOS-MRW-EM)。不同于传统的 OSEM 算法,新算法的关键思想是利用每个子集修正图像之前,都先要进行二维小波收缩处理。这样就可以降低每个子集观测数据中的噪声水平,提高观测数据的信噪比。MOS-MRW-EM 算法的具体步骤如下:

1) 置 $k = 0$, 给 f^k 赋初值。

2) 在 $t(t = 1, 2, \dots, n)$ 个子集内顺序执行迭代更新。

先对 $f^{k,t-1}$ 进行二维小波收缩优化处理,小波重构后得到 $\hat{f}^{k,t-1}$; 然后依据以下迭代公式更新图像:

$$f_j^{k,t} = \frac{\hat{f}_j^{k,t-1}}{\sum_{i \in S_t} a_{ij}} \sum_{i \in S_t} \frac{a_{ij} y_i}{\sum_{l=1}^J a_{il} \hat{f}_l^{k,t-1}}; j = 1, 2, \dots, J \quad (3)$$

其中 $f_j^{k,t}$ 表示在第 k 次迭代中执行第 t 次子迭代的像素 j 的灰度值。

3) 当执行完 n 个子集内的更新,便完成了一次迭代。

4) 依据一定的迭代停止准则判断 f^k 是否满足要求,满足便停止迭代,不满足则返回 2) 继续执行。

3 实验结果及分析

实验中所用的仿真体模为修改后的 Shepp-Logan 头部模型,其大小为 128×128 , 如图 2(a) 所示。PET 探测数据模拟中,光子总计数约为 1×10^6 , 探测数据服从泊松分布; 实验中

采用平行投影方式,在180个角度内均匀采样128个投影角度,每一个角度有128个探测器对;系统矩阵 A 未考虑探测器的效率和衰减校正等因素,其大小为 $(128 \times 128) \times (128 \times 128)$ 。

3.1 重建图像比较

为了验证本文算法在PET图像重建中的可行性及有效性,将新算法MOS-MRW-EM与MLEM,OSEM及MOS-MR-EM算法进行比较。OSEM算法采用了两种子集数,分别是3,6。MOS-MR-EM算法选用的子集序列为5,5,5,5,5,3,3,3,3,1,1,...。MOS-MRW-EM算法的子集序列经过实验反复验证,选用的子集序列为14,13,12,12,12,...。小波收缩方法采用软阈值函数,即

$$\delta(\omega) = \begin{cases} \text{sgn}(\omega) \cdot (|\omega| - T), & |\omega| \geq T \\ 0, & |\omega| < T \end{cases} \quad (4)$$

其中: ω 为含噪的小波系数, $\delta(\omega)$ 为去噪后的小波系数, T 为阈值。本文采用Donoho等提出的VisuShrink阈值,即

$$T = \sigma \sqrt{2 \ln N} \quad (5)$$

其中: σ 为噪声标准方差, N 为图像像素个数。在实际应用中, $\sigma \approx m/0.6745$, m 表示小波系数的中值。

图2给出了各种重建算法比较研究的重建结果,其中每个重建图像都是达到最优时便停止迭代。MLEM算法迭代次数为23次,OSEM-3和OSEM-6的迭代次数分别为8次和3次,MOS-MR-EM迭代13次,而MOS-MRW-EM迭代了6次。对比观察各种算法的重建结果,MOS-MRW-EM的重建图像视觉上更加平滑,而边缘也更加清晰。以上分析表明,所提新算法在提高算法收敛速度的同时,取得了较好的抑制噪声、保持边缘的效果,其重建质量明显优于其他算法。

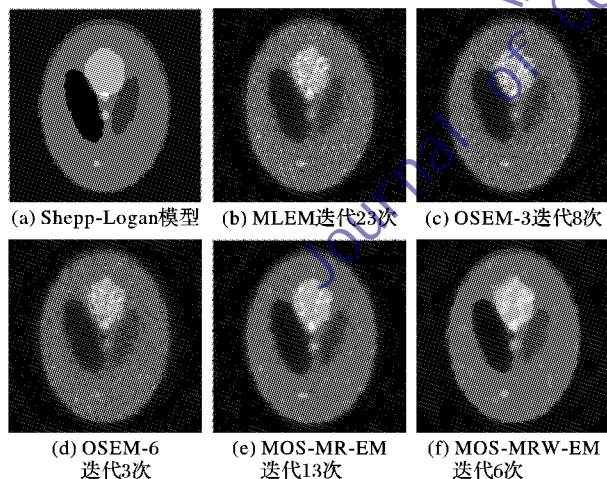


图2 原图及各种算法的重建图像

3.2 重建精度比较

为了定量分析算法的性能,本文进一步采用归一化均方误差、信噪比以及相关系数对重建图像质量进行评价,其定义如下:

1) 归一化均方误差(Root Mean Squared Error, RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\sum_{j=1}^J (f_j^k - f_j^*)^2 \cdot J^{-2}} \quad (6)$$

其中: f_j^* 为第 j 个像素的真实值, f_j^k 为 k 次迭代后重建估计值, $RMSE$ 评价的是重建图像与真实图像的接近程度。 $RMSE$ 越小代表重建图像与真实图像越接近,重建图像的质量越好。

2) 信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR):

$$SNR = 10 \lg \left\{ \frac{\sum_{j=1}^J (f_j^k - \bar{f}^k)^2}{\sum_{j=1}^J (f_j^k - f_j^*)^2} \right\} \quad (7)$$

其中: \bar{f}^k 表示重建图像像素值的均值,信噪比越大表明重建图像质量越好。

3) 相关系数(Correlation Coefficient, CORR):

$$CORR = \frac{\sum_{j=1}^J (f_j^k - \bar{f}^k)(f_j^* - \bar{f}^*)}{\sqrt{\sum_{j=1}^J (f_j^k - \bar{f}^k)^2 \sum_{j=1}^J (f_j^* - \bar{f}^*)^2}} \quad (8)$$

其中: \bar{f}^k 、 \bar{f}^* 分别代表第 k 次迭代后的重建图像 f^k 和原始图像 f^* 的均值。该值越大,则表明重建图像和原始图像的相似度也大,重建效果也较好。

图3给出了不同算法的SNR随迭代次数变化的曲线图。由图可知,OSEM-6的收敛速度最快,其次是MOS-MRW-EM;但是当迭代次数超过3次之后,OSEM-6重建质量迅速下降,同样地OSEM-3也会随着迭代次数的增加,使得图像质量迅速退化。MOS-MR-EM算法在迭代13次后的性能稍低于本文算法性能,但其收敛速度明显低于本文算法。相比之下,所提新算法较好地解决了收敛速度慢的问题,同时具有较好的去噪性能,其重建图像的SNR明显高于其他算法,且变化曲线随着迭代的进行而趋于稳定。各种算法的客观质量评价参数如表1所示。

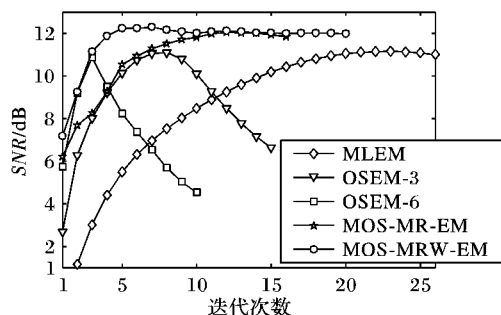


图3 各种算法的SNR随迭代次数的变化曲线

表1 不同算法重建图像的质量评价参数

算法	RMSE	SNR/dB	CORR	迭代次数
MLEM	14.74	11.16	0.9621	23
OSEM-3	14.80	11.12	0.9610	8
OSEM-6	15.22	10.89	0.9590	3
MOS-MR-EM	13.16	12.07	0.9792	13
MOS-MRW-EM	12.91	12.31	0.9808	6

分析表1可知,MOS-MRW-EM的收敛速度仅次于OSEM-6,而其重建质量却明显优于其他算法,本文算法的有效性得到了验证。

4 结语

OSEM算法具有较快的收敛速度,但是重建图像质量的好坏与子集数的划分以及子集间的投影数据的相关程度等因素密切相关。本文将多分辨率分析引入到OSEM算法中,对观测数据进行重组优化,以此减少噪声,增加数据的信噪比,

(下转第659页)

4 结语

本文主要讨论了改进的快速稀疏编码模型在图像特征提取中的应用。该模型采用 L_1 归一化最小二乘问题实现了特征符号的搜索,从而实现了稀疏系数的更新;采用 L_2 约束最小二乘问题实现了特征基的更新,因而比采用梯度下降算法的标准稀疏编码模型有更快的收敛速度。考虑特征基完备和超完备情况,采用稀疏度不同的自然风景图像和掌纹图像分别进行图像特征提取测试,并利用提取的图像特征基对不同子图像块进行图像重构实验。重构图像的目视效果和相应的信噪比值证明了所提出的改进稀疏编码模型在图像特征提取中的有效性,为后续的图像消噪、模式识别等提供了一种有效的图像预处理途径。

参考文献:

- [1] 肖泉,丁兴号,王守觉,等.基于自适应超完备稀疏表示的图像去噪方法[J].仪器仪表学报,2009,30(9):1886-1890.
- [2] 成昭.信息稀疏表示算法及其在图像恢复中应用的研究[D].湘潭:湘潭大学,2011.
- [3] 麻立波.视觉超完备拓扑表示的稀疏编码计算模型[D].上海:上海交通大学,2008.
- [4] 尚丽,杜吉祥,翟传敏,等.稀疏编码算法概述[J].苏州市职业大学学报,2009,20(1):5-10.
- [5] OLSHAUSEN B A, FIELD D J. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images [J]. Nature, 1996, 381(6853): 607-609.
- [6] 李志清,施智平,李志欣,等.基于结构相似度的稀疏编码模型[J].软件学报,2010,21(10):2410-2419.
- [7] 路锦正,张启衡,徐智勇,等.超完备稀疏表示的图像超分辨率重构方法[J].系统工程与电子技术,2012,34(2):403-408.
- [8] LEE H, BATTLE A, RAINA R, et al. Efficient sparse coding algorithms [EB/OL]. [2010-10-10]. <http://ai.stanford.edu/~hlee/nips06-sparsecoding.pdf>.
- [9] HEILER M, SCHNORR C. Learning sparse representations by non-negative matrix factorization and sequential coordinate programming [J]. Journal of Machine Learning Research, 2006, 7: 1385-1407.
- [10] 李清勇.视觉感知的稀疏编码理论及其应用研究[D].北京:中国科学院研究生院,2006.
- [11] 晁永国,戴芳,韩舒然,等.改进的非负稀疏编码图像基学习算法[J].计算机工程与科学,2010,32(1):77-79.
- [12] 浦剑,张军平.基于词典学习和稀疏表示的超分辨率方法[J].模式识别与人工智能,2010,23(3):335-340.
- [13] YANG J C, WRIGHT J, HUANG T, et al. Image super-resolution via sparse representation of raw image patches [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1-8.
- [14] RUBINSTEIN R, BRUCKSTEIN A M, Elad M, et al. Dictionaries for sparse representation modeling [J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1045-1057.
- [15] CENSOR Y, ZENIOS S A. Parallel optimization: theory, algorithms and applications [M]. Oxford: Oxford University Press, 1997.
- [16] to image reconstruction using ordered subsets and data subdivisions [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2004, 51(1): 130-135.
- [17] MALLAT S. Multifrequency channel decomposition of images and wavelets [J]. IEEE Transactions on ASSP, 1989, 37(12): 2091-2110.
- [18] PENNEC E L, MALLAT S. Image compression with geometrical wavelets [C]// Proceedings of ICIP '2000. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2000: 661-664.
- [19] RAMIN E, HAYDER R. Image denoising using translation invariant Contourlet transform [C]// Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 557-560.
- [20] DO M N, VETTERLI M. The Contourlet transform: an efficient directional multi-resolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(14): 2091-2106.
- [21] 蔡政,陶少华.基于小波系数关系的图像去噪方法[J].计算机应用,2011,31(9):2515-2517.
- [22] 朱呈祥,邹云.基于小波分析的分数阶系统辨识信号降噪的变尺度阈值方法[J].计算机应用,2011,31(2):543-547.
- [23] DONOHO D L, JOHNSTONE J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455.
- [24] ZHU H Q, SHU H Z, ZHOU J. Accelerating SAGE algorithm in PET image reconstruction by rescaled block-iterative method [J]. Journal of Southeast University: English Edition, 2005, 21(2): 207-210.
- [25] KADRMAS D J. Statistically regulated and adaptive EM reconstruction for emission computed tomography [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 2001, 48(3): 790-798.

(上接第650页)

同时稳定求解过程,防止重建图像退化。新算法不仅仍具有加速算法收敛的优点,同时改善了 OSEM 算法在迭代一定次数后重建质量迅速下降的缺陷。

参考文献:

- [1] HERMAN G T. Image Reconstruction from Projections: implementation and application [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1979.
- [2] SHEPP L A, VARDI Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1982, 1(2): 113-122.
- [3] HUDSON H M, SLARKIN R. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1994, 13(4): 601-609.
- [4] FESSLER J A, HERO A O. Space alternating generalized expectation maximization algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(10): 2664-2677.
- [5] BYRNE C L. Choosing parameters in block-iterative ordered subset reconstruction algorithm [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(3): 321-327.
- [6] BYRNE C L. Convergent block-iterative algorithms for image reconstruction from inconsistent data [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(9): 1296-1304.
- [7] RAHEJA A, DONIERE T F, DHAWAN A P. Multi-resolution expectation maximization reconstruction algorithm for positron emission tomography using wavelet processing [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1999, 46(3): 594-602.
- [8] 何佳伟.正电子发射断层成像的统计迭代方法及加速方法研究[D].太原:中北大学,2011.
- [9] SHENG J H, LIU D R. An improved maximum likelihood approach