

新的全球定位系统弱信号高灵敏捕获算法

陈景霞*, 李建文

(陕西科技大学 电气与信息工程学院, 西安 710021)

(* 通信作者电子邮箱 chenjingxia@sust.edu.cn)

摘要:通过对弱信号条件下的全球定位系统(GPS)捕获算法的分析,建立了相干累加—非相干累加结合捕获算法的信号模型及检测概率模型。为了提高强弱信号并存时 GPS 卫星信号的捕获性能,提出一种采用序贯概率比检测方法的 GPS 捕获算法。对该方法和相干累加—非相干累加算法的检测概率、时间复杂度进行了分析比较,并进行了仿真验证。通过理论分析和计算机仿真,证明该方法在保证较高检测概率性能情况下,可以有效地缩短强弱信号并存时的检测时间,提高对 GPS 弱信号的捕获性能。

关键词:全球定位系统;序贯概率比检测;捕获;时间复杂度

中图分类号: P228.4 **文献标志码:** A

New GPS weak signal high-sensitivity acquisition algorithm

CHEN Jing-xia*, LI Jian-wen

(College of Electronical and Information Engineering, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an Shaanxi 710021, China)

Abstract: The algorithm of weak Global Positioning System (GPS) signal capture was analyzed, and the coherent accumulation and non-coherent accumulation capture algorithm's signal model and detecting probability model were built. In order to improve the performance of GPS signal acquisition when strong and weak signals both exist, this paper put forward a method of SPRT (Sequential Probability Ratio Test) to capture the GPS signal. This method with coherent accumulation and non-coherent accumulation capture algorithm in detecting probability and time complexity was compared and simulated. Through theoretical analysis and computer simulation, the SPRT method is proved of high detecting probability. It can effectively reduce the detection time when strong and weak signals both exist, and improve the performance of GPS weak signal acquisition.

Key words: Global Positioning System (GPS); Sequential Probability Ratio Test (SPRT); acquisition; time complexity

0 引言

全球定位系统(Global Positioning System, GPS)的接收机捕获环节是一个对伪随机噪声(Pseudo Random Noise, PRN)码延时和载波多普勒估计的过程,这个信息用来初始化跟踪环,是接收机定位的基础。然而,当携带 GPS 接收机的载体在室内、城市峡谷、森林和高地球轨道运行时, GPS 信号受到遮挡和衰减,接收机接收到的卫星信号及其微弱,接收机“看不到”GPS 卫星,就不能进行导航定位。

加拿大 Calgary 大学和丹麦 Aalborg 大学(奥尔堡大学)是目前微弱信号 GPS 接收机算法和硬件研制最具有代表性的学术机构,在该领域处于世界领先地位。此外,美国斯坦福大学、康奈尔大学、美国空军研究实验室等著名大学和研究机构都在微弱信号 GPS 接收机研制方面取得了重要成果^[1]。如 Zieda^[2]提出的 CCMDB 算法和 DBZP 算法。对于微弱信号条件下 GPS 接收机的捕获算法,为了达到较高的信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR),需要几百毫秒的积分时间,需跨越数据位转换沿,以上方法是采用相干积分累加—非相干积分累加相结合的捕获算法。这类算法虽然可以对弱 GPS 信号进行有效的捕获,但该算法的时间复杂度较高,需要高性能的硬件支持。在实际环境中,一般较强和较弱的 GPS 卫星信号是并存的,若每颗卫星信号均采用相干累加—非相干累加

算法进行捕获,会大大增加平均捕获时间^[3]。

本文提出一种采用序贯概率比检测(Sequential Probability Ratio Test, SPRT)方法的 GPS 捕获算法,能够适应不同强度信号的捕获,有效缩短强信号的捕获时间,提高捕获性能。

1 相干—非相干累加捕获算法

采用相干积分累加和非相干积分累加组合的弱 GPS 信号捕获算法处理过程如图 1 所示^[4]。

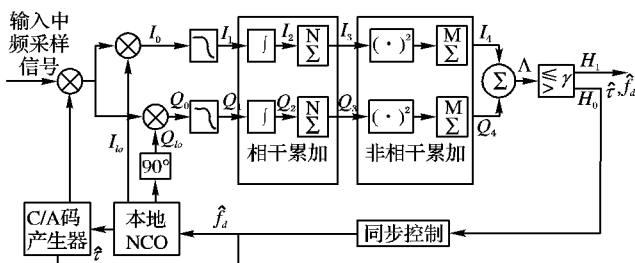


图1 相干累加—非相干累加捕获算法框图

对于只考虑 1 颗 GPS 卫星信号时,经过接收机接收的中频采样,与本地 C/A 相关,并与本地中频混频、滤波后,其同向和正交信号分别为:

$$I_1(t_k) \cong \sqrt{2PD(t_k)} C_{t_k}^c C_{t_k}^d (\Delta\tau) \cos(2\pi\Delta f_d t_k + \Delta\phi) + \varepsilon_{I_1}(t_k) \quad (1)$$

收稿日期: 2012-05-11; 修回日期: 2012-08-14。 基金项目: 西安市科技计划项目(CX1260-2)。

作者简介: 陈景霞(1979-), 女, 新疆石河子人, 讲师, 硕士, 主要研究方向: 分布式计算、图像与信号处理、数据挖掘; 李建文(1959-), 男, 陕西西安人, 教授, 主要研究方向: 网络通信、数字信号处理。

$$Q_1(t_k) \cong \sqrt{2PD(t_k)} C_{t_k}^s C_{t_k}^d(\Delta\tau) \sin(2\pi\Delta f_d t_k + \Delta\varphi) + \varepsilon_{Q_1}(t_k) \quad (2)$$

其中: $\Delta\tau$ 和 Δf_d 分别为 GPS 卫星信号到达接收机的 C/A 码延时和剩余多普勒频移, $\sqrt{2P}$ 为 GPS 卫星信号达到接收机的信号幅度, P 为信号功率, $D(t_k)$ 为 k 时刻的导航电文, $C_{t_k}^s C_{t_k}^d(\Delta\tau)$ 为 GPS 卫星 C/A 码与本地码 C/A 码在 t_k 时刻的相关值, $\varepsilon_{I_1}(t_k)$ 和 $\varepsilon_{Q_1}(t_k)$ 为 $N(0, \sigma_1^2)$ 分布的高斯白噪声。

设信号环境噪声在 2 MHz 带宽 (C/A 码双边带带宽) 下的为 $N(0, \sigma_0^2)$ 分布的高斯白噪声, 即对于采样频率为 f_s 的中频信号, 其噪声方差 $\sigma_1^2 = ab^2 \sigma_0^2$, 其中 b 为量化电平数, $a = f_s/f_{cb}$, f_{cb} 为 C/A 码速率 (1 MHz)。

对一个 C/A 码周期的数据进行累加, 取平均得:

$$I_2 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} I_1(t) dt = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(\sqrt{2PD(t_k)} C_{t_k}^s C_{t_k}^d(\Delta\tau) \cos(2\pi\Delta f_d t_k + \Delta\varphi) + \varepsilon_{I_1}(t_k) \right) \quad (3)$$

其中: T_c 为 C/A 码周期 1 ms, f_s 为 A/D 采样频率, $K = T_c/T_s$, $T_s = 1/f_s$, $t_k = kT_s$ 。设当前导航电文为 q , 其在 1 个 C/A 码周期内数据不会发生变化, 可得:

$$I_2 = \sqrt{2PD(q)} R(\Delta\tau) \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \cos(\Delta\varphi) + \varepsilon_{I_2} \quad (4)$$

$$Q_2 = \sqrt{2PD(q)} R(\Delta\tau) \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \sin(\Delta\varphi) + \varepsilon_{Q_2} \quad (5)$$

其中: $\varepsilon_{I_1}(t_k)$ 和 $\varepsilon_{Q_1}(t_k)$ 为服从 $N(0, \sigma_1^2)$ 分布的高斯白噪声, $\sigma_2^2 = \sigma_1^2/K$, $R(\Delta\tau)$ 为 GPS 卫星 C/A 码与本地码 C/A 码的相关函数。

$$R(\Delta\tau) = \begin{cases} 0, & |\Delta\tau| > T_c \\ 1 - (\Delta\tau)/T_c, & |\Delta\tau| \leq T_c \end{cases} \quad (6)$$

1.1 相干累加信号模型

将 I_2 和 Q_2 进行 N 次累加平均, 得到:

$$I_3 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_2(n) = \frac{1}{N} \sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \cos(\Delta\varphi) \left(\sum_{n=1}^{N'} D(q-1) + \sum_{n=N'+1}^N D(q) \right) + \varepsilon_{I_3} \quad (7)$$

$$Q_3 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Q_2(n) = \frac{1}{N} \sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \sin(\Delta\varphi) \left(\sum_{n=1}^{N'} D(q-1) + \sum_{n=N'+1}^N D(q) \right) + \varepsilon_{Q_3} \quad (8)$$

其中: N' 为 $[0, N]$ 范围的整数, $D(q-1)$ 和 $D(q)$ 分别为相邻的两个导航电文, 令 $N_q = |N'D(q-1) + (N-N')D(q)|$ 。如果 N 次累加不跨越导航电文位跳变沿, 即 $N' = 0$, 或两个导航电文相同。累加次数与导航电文的关系如图 2 所示。

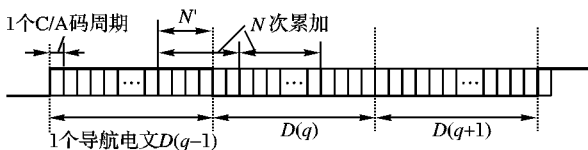


图2 导航电文与相干累加关系

$N_q = N$ 代入式(7)、(8)后得到:

$$I_3 = \sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \cos(\Delta\varphi) + \varepsilon_{I_3} = S_{I_3} + \varepsilon_{I_3} \quad (9)$$

$$Q_3 = \sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \sin(\Delta\varphi) + \varepsilon_{Q_3} = S_{Q_3} + \varepsilon_{Q_3}$$

$$S_{Q_3} + \varepsilon_{Q_3} \quad (10)$$

其中 ε_{I_3} 和 ε_{Q_3} 为服从分布 $N(0, \sigma_3^2)$ 的噪声。

由 $\sigma_3^2 = \sigma_2^2/N = \sigma_1^2/(KN) = a\sigma_1^2/(KN)$, 且 $a = f_s/f_{cb} = K/1023$, 即 $\sigma_3^2 = \sigma_0^2/(N'N)$, $N' = 1023$ 为 C/A 码的码片长度。

假设信号为平稳信号。无卫星信号时, I_3 、 Q_3 服从 $N(0, \sigma_0^2/(N'N))$ 的高斯分布; 当有卫星信号时, I_3 、 Q_3 分别服从 $N(S_{I_3}, \sigma_0^2/(N'N))$ 、 $N(S_{Q_3}, \sigma_0^2/(N'N))$ 的高斯分布。非相干积分累加^[5] 将 I_3 和 Q_3 进行平方后, 再进行 M 次非相干累加后, 得:

$$I_4 = \sum_{m=1}^M \left(\frac{I_3(m)}{\sigma_0/\sqrt{N'N}} \right)^2 = \frac{N'N}{\sigma_0^2} \sum_{m=1}^M I_3^2(m) \quad (11)$$

$$Q_4 = \sum_{m=1}^M \left(\frac{Q_3(m)}{\sigma_0/\sqrt{N'N}} \right)^2 = \frac{N'N}{\sigma_0^2} \sum_{m=1}^M Q_3^2(m) \quad (12)$$

令 $x = I_4 + Q_4$, 当无卫星信号时, 则 x 服从自由度为 $2M$ 的中心 χ_{2M}^2 分布。当存在卫星信号时, 令 $\lambda = \sum_{i=1}^M \lambda_i$, 其中 $\lambda_i = \frac{N'N}{\sigma_0^2} (S_{I_3}^2(i) + S_{Q_3}^2(i))$, 则 x 服从自由度为 $2M$ 的非中心 $\chi_{2M}^2(\lambda)$ 分布。其概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 为

$$p_0(x) = \frac{1}{2^M \Gamma(M)} x^{M-1} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \quad (13)$$

$$p_\lambda(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\lambda} \right)^{\frac{M-1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x + \lambda)\right] I_{M-1}(\sqrt{\lambda x}) \quad (14)$$

其中 $\Gamma(M)$ 为 Gamma 函数, 其定义为 $\Gamma(M) = (M-1)\Gamma(M-1)$, 在上式中 M 为正整数, $\Gamma(M) = (M-1)!$, $I_r(u)$ 为 r 阶修正贝塞尔 (Bessel) 函数, 其定义为:

$$I_r(u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}u\right)^{2k+r}}{k! \Gamma(r+k+1)} \quad (15)$$

当信噪比为 $SNR = P/\sigma_0^2$ 时, 得

$$\lambda_i = \frac{N'N}{\sigma_0^2} \left[\left(\sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \cos(\Delta\varphi) \right)^2 + \left(\sqrt{2PR(\Delta\tau)} \text{sinc}(\pi\Delta f_d T_c) \sin(\Delta\varphi) \right)^2 \right] (SNR) = 2N'NR^2(\Delta\tau) \text{sinc}^2(\pi\Delta f_d T_c) (SNR) \quad (16)$$

令 $\lambda_i = F(z_i)$, 其中 $z_i = [\Delta\tau \quad \Delta f_d \quad SNR]'$, 设信号在捕获时间内为平稳随机信号, 得:

$$\lambda = \sum_{m=1}^M (\lambda_i) = \sum_{m=1}^M F(z_i) = 2MF(z_i) \quad (17)$$

由式(17)可以得到 λ 与信噪比 SNR 、码延迟 $\Delta\tau$ 和多普勒剩余频域 Δf_d 的关系。

1.2 算法的能量损耗

这样使用相干和非相干积分后总信号处理增益可表示为:

$$G = 10 \lg N + 10 \lg M - L(M) \quad (18)$$

其中: N 为相干累加次数, M 为非相干累加次数, $L(M)$ 为平方损失 (在非相关积累中信号平方的同时噪声也被平方了, 因此会有一定的均方损失)^[6], 单位 dB。

$$L(M) = 10 \lg \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 9 \cdot 2M/D_c(1)}}{1 + \sqrt{1 + 9 \cdot 2/D_c(1)}} \right]$$

$D_{c(1)} = [\text{erf}^{-1}(1 - 2P_{fa}) - \text{erf}^{-1}(1 - 2P_d)]^2$, 当 $M \gg 1$ 时, $L(M) \approx 10 \lg \sqrt{M} - 5.5$. 因此需要关注三种情况: 1) 不同虚警概率下非相干累加次数与损失的关系; 2) 总累加时间相同, 不同相干累加和非相干累加时间的损失情况; 3) 不同导航电文情况下的相干损失。

2 SPRT 捕获算法

2.1 SPRT 捕获算法的原理

对于 GPS 接收机的信号的捕获检测, 虚警概率 P_{fa} 与检测门限 γ 的关系, 由 $p_0(x)$ 的右尾概率给出:

$$P_{fa} = Q_{p_0}(\gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} p_0(x) dx \quad (19)$$

检测概率 P_d 与检测门限 γ 的关系, 由 $p_1(\lambda_M)$ 的右尾概率给出:

$$P_d = Q_{p_1}(\gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} p_1(x) dx \quad (20)$$

由于 $p(x)$ 的自由度为 $2M$ 的分布, 由式 (13)、(14)、(19)、(20) 可以计算偶数自由度 m 的 χ_m^2 分布的右尾概率^[7]。

对于自由度为 m (偶数) 的中心 χ_m^2 分布

$$Q_{\chi_m^2}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \sum_{k=0}^{\frac{m}{2}-1} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^k}{k!}; m \geq 2 \quad (21)$$

对于自由度为 m (偶数) 的非中心 $\chi_m^2(\lambda)$ 分布

$$Q_{\chi_m^2(\lambda)}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda/2)(\lambda/2)^k}{k!} Q_{\chi_{m+2k}^2}(x); m \geq 2 \quad (22)$$

其中 $Q_{\chi_{m+2k}^2}(x)$ 可由式 (21) 计算得到。

在进行非相干累加时, 非相干累加次数 M 与式 (21)、(22) 中的 m 的关系为 $2M = m$ 。

一般情况下, 环境热噪声的能量是基本不变的, 为 -141 dBW; 根据纽曼-皮尔逊准则, 固定虚警概率 P_{fa} , 根据式 (19)、(21) 计算出不同非相干累加次数 M 对应的不同门限值 γ_M 。这些门限值 γ_M 是固定的, 可以事先存在一个表里, 在进行不同次数的非相干累加时, 再进行调用。

将每次相干积分得到的二维搜索包络图的最大峰值作为被检测量。假定其为信号做相关运算得到的值, 根据有信号的包络服从自由度为 $2M$ 的非中心 $\chi_m^2(\lambda)$ 分布, 将检测量视为有信号的包络期望, 根据式 (22) 可以计算出对应的有信号的 PDF。

然后计算有信号的 PDF 在门限值 γ_M 右边的右尾概率 $Q_{\chi_m^2}(x)$, 设定一个右尾概率的门限值 α , 若 $Q_{\chi_m^2}(x) > \alpha$ 认为捕获到信号, 结束搜索; 若右尾概率 $Q_{\chi_m^2}(x) < \alpha$, 认为没有捕获到信号, 继续进行非相干累加, 再重复上述步骤, 直到捕获到信号为止; 或者超过设定的最大非相干累加次数, 认为没有信号, 结束搜索。

二维搜索包络的概率密度示意图如图 3。固定虚警概率, 即图 3 中黑色的面积; 强信号和弱信号加噪声的 PDF 是根据二维搜索检测到的峰值得到的; 在门限 γ_M 左边的面积越小, 说明信号能量越强, 可以检测到信号的概率越大。例如图 3 中强信号加噪声包络的 PDF 的面积很小, 说明非相干累加到现有值时, 可以检测到信号; 图 3 中弱信号加噪声包络的 PDF 面积很大, 说明非相干累加到现有值时, 还不能确定检测到信号, 需要进行非相干累加。而上面设定的右尾概率门限值 α , 正是一个判别信号大于门限 γ_M 的概率的判决门限。

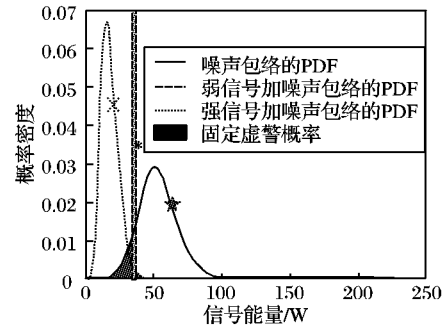


图 3 二维搜索包络概率密度示意图

SPRT 算法的具体流程如图 4 所示。

服从 χ_m^2 分布, 在虚警概率的 P_{fa} 的条件下, 计算出对应不同非相干累加次数 M 的门限值 γ_M 。服从参数为 λ 的非中心 $\chi_m^2(\lambda)$ 分布, 画出信号的概率密度函数。其中 λ 为信号幅值与噪声方差之比的概率 $Q_{\chi_m^2}(x)$ 。如果 $Q_{\chi_m^2}(x) > \alpha$, 则视为搜索到信号, 结束捕获阶段; 如果 $Q_{\chi_m^2}(x) < \alpha$, 在对下一个 N ms 数据进行并行码域的二维搜索, 将得到的二维搜索包络图与之前得到的二维搜索包络图幅值相加, 视为进行非相干累加 1 次, 再进行图 4 的 2 ~ 4 等步骤, 直至搜索到信号为止。如果非相干累加次数超过 100 还未搜索到信号, 视为没有信号。

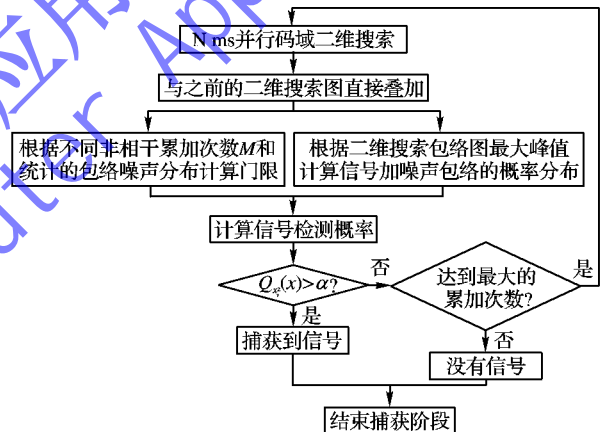


图 4 SPRT 捕获算法流程

2.2 SPRT 捕获算法的修正

在上述处理过程中做了一项假设, 即假设二维搜索包络图的最大峰值为信号加噪声。然而实际上二维搜索包络图的最大峰值是纯噪声的可能性也是存在的, 特别是峰值信噪比较低的情况下, 于是上述的处理方法引入了一项误差, 即有一定几率将噪声的最大值当作信号进行捕获处理, 导致的结果是得到右尾概率 $Q_{\chi_m^2}(x)$ 大于真实的检测概率 P_d 。

为了修正上述误差, 进行如下处理:

根据二维搜索的包络图, 统计出噪声的分布特性, 即计算出噪声包络的期望和方差。根据噪声的包络服从自由度为 $2M$ 的中心 χ_m^2 分布 (M 为非相干累加次数), 可以计算出噪声包络 PDF 的任意值的右尾概率密度, 即噪声大于这个值的概率。

对于 N ms 相干积分, 例如当虚警概率 P_{fa} 时, 根据右尾概率计算公式得到不同非相干累加次数对应的门限值, 比如非相干累加次数为 M 时, 门限为 γ_M , 表示归一化后的噪声包络大于 γ_M 的概率为 P_{fa} ; 根据 N ms 相干积分得到的是有 $(41 \times N) \times (12000 \times N) = 4.92 \times 10^5 \times N^2$ 个值的矩阵, $4.92 \times 10^5 \times N^2$ 个噪声包络的最大值小于 γ_M 概率为 $(1 - P_{fa})^{4.92 \times 10^5 \times N^2}$, 则噪声包络的最大值大于 γ_M 的概率为 $1 - (1 - P_{fa})^{4.92 \times 10^5 \times N^2}$ 。

$P_{fa} = 4.92 \times 10^{-5} \times N^2$ 。同理,改变虚警概率和非相干累加次数,可以得到在不同非相干累加次数 M 下,噪声包络的最大值大于某个值的概率为 P_{md} 。

对于二维搜索包络图的最大值,这个值是纯噪声包络的概率小于刚才计算得到的 P_{md} 。如果将 $1 - P_{md}$ 视为二维搜索包络图的最大峰值为信号加噪声的概率,将 SPRT 算法的判断是否捕获到信号的判别式由 $Q_{xp}(x) > \alpha$ 改为 $P_{md} \cdot Q_{xp}(x) > \alpha$,其他步骤与原方法相同。那么导致的结果是得到 $P_{md} \cdot Q_{xp}(x)$ 小于真实值的检测概率 P_d 。这个修正的结果和未修正的结果正好分别小于和大于检测概率 P_d 的真实值,从而可以得到真实检测概率 P_d 的范围。

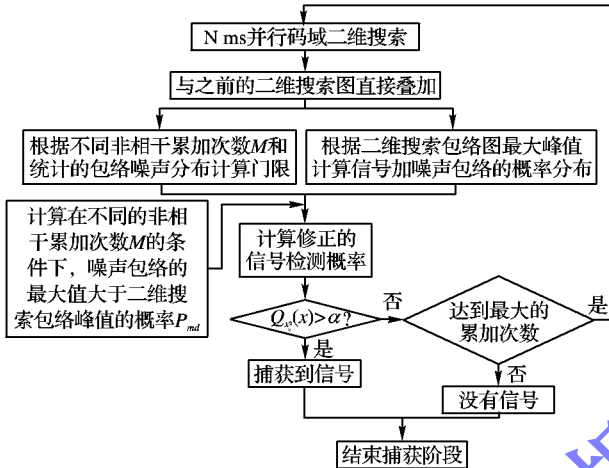


图 5 修正 SPRT 捕获算法流程

修正 SPRT 算法可以得到准确的检测概率 P_d 的范围,从而使捕获结果的准确性更高。后面的计算机性能仿真证明,在信噪比较高的情况下,修正 SPRT 算法与原算法结果基本相同。在信噪比较低的情况下,SPRT 算法可以检测到信号,但该信号有较高的误检率;修正 SPRT 算法检测不到信号,同时也避免了较高的信号误检率。

总而言之,如果可以容忍较高的误检率并且希望捕获到信噪比很低的信号,可以使用 SPRT 算法;如果不能容忍较高的误检率,可以使用修正 SPRT 算法。

对于高灵敏接收机来说,能够捕获到微弱信号是最重要的,对于误检的情况有较高的容忍能力。因此在通常的高灵敏接收机中,SPRT 算法足够满足要求。修正 SPRT 算法只是在理论上给出一种误检率很低的方法。

2.3 算法的时间复杂度分析

1) 相干累加—非相干累加方法。

在进行信号捕获之前,接收机会收到几颗卫星的信号和这些卫星信号的能量强度都是未知的,为了保证定位时有足够多的卫星,设定的检测门限应该根据可能存在的能量最弱的卫星信号来设定。因此,对于高灵敏接收机来说,至少需要检测到信噪比为 -30 dB 的信号,用相干累加与非相干累加的方法进行捕获对每一颗卫星的信号都要进行很多次非相干累加,来保证能量最弱的信号可以被检测到,因此计算量很大,其中包括了强信号本不需要的多次非相干累加,因此有一定的算法优化和提高空间。

2) SPRT 捕获算法。

针对常规方法强信号进行了一些本不需要的非相干累加这一问题,本文提出一种序贯捕获算法。其核心思想就是每

进行一次非相干累加就检测一次,检测所用的判决门限随着非相干累加次数的增大而改变。如果检测到信号,就结束捕获阶段;如果没有检测到信号,就继续累加,直到设定的最大非相干累加次数。这种 SPRT 算法可以在强弱信号共存时,减少强信号不必要的非相干累加计算,从而达到减小计算量,优化算法的目的。

例如,存在 4 颗卫星信号的情况下,其信噪比分别为 $-a$ dB, $-b$ dB, $-c$ dB, $-d$ dB,检测到每个信号所需的非相干累加次数依次为 $a1$, $b1$, $c1$, $d1$,由于 $a < b < c < d$,所以 $a1 < b1 < c1 < d1$ 。如果做 N ms 相干积分再做非相干累加,传统的固定门限的相干累加与非相干累加算法的计算量为 $d1 \times 4 \times N^2 \times 41 \times 12000$;可变门限的相干累加与非相干累加算法的计算量为 $(a1 + b1 + c1 + d1) \times N^2 \times 41 \times 12000$;可变门限的计算量大约为固定门限计算量的 $\frac{a1 + b1 + c1 + d1}{4 \times d1} \times 100\%$ 。

3 两种算法的计算机性能仿真

本文仿真均采用本实验室的中频卫星信号模拟器产生的数据。设置可见星的数量和编号,可见星的码相位,载波的多普勒频移,信噪比,量化位数,并包含导航电文跳变沿。

下文的仿真都设定每颗可见星的码相位和多普勒频移均为 0,多普勒变化率也为 0,量化位数为 1 bit。

3.1 门限的计算

固定虚警概率 $P_{fa} = 10^{-6}$,根据式(19)、(21)可以计算出不同非相干累加次数 M 对应的不同门限值 γ_M ,结果如图 6。

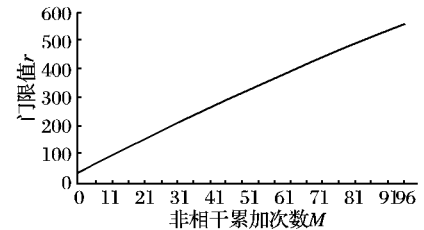


图 6 不同非相干累加次数 M 对应的门限值 γ_M

3.2 理论上所需的非相干累加次数计算

C/A 码接收机的输入带宽大约为 2 MHz(2.046 MHz),相应的噪声底为 -141 dBW,通常情况下,如果假设接收机天线的增益为单位 1,接收机输入端 GPS 信号的强度就为 -160 dBW。输入信噪比为 $S/N(-160 + 141) = -19$ (dB)。

用 1 ms 的 GPS 信号进行相干积分,增益为 1 023 倍 = 30 dB,理论上信噪比为 -19 dB 的信号被相干积分之后的信噪比为 $(-19 + 30) 11$ dB = 13 倍。

检测包络为 $I^2 + Q^2$ 。

无信号时,包络服从自由度为 $2M$ 的中心 χ^2_{2M} 分布^[8];

$$E(x) = 2M \quad (23)$$

$$\text{var}(x) = 2M \quad (24)$$

有信号时,包络服从自由度为 $2M$ 的非中心 $\chi^2_{2M}(\lambda)$ 分布

$$E(x) = 2M + \lambda \quad (25)$$

$$\text{var}(x) = 4M + 4\lambda \quad (26)$$

其中: $\lambda = \sum_{i=0}^{2M} \mu^2$, $\lambda = 13 \times 2M$

信号包络幅值理论上应该是噪声包络均值的 $(13 \times 2 + 2)/2 = 14$ 倍。

根据虚警概率 $P_{fa} = 10^{-6}$ 计算出对应不同非相干累加次

数 M 的门限值 γ_M , 计算信号分布的右尾概率 $P_d = 0.5492$, 不满足 $P_d > 0.9$, 未检测到信号; 非相干累加次数 $M = 2$ 时, $P_d = 0.9733$, 满足 $P_d > 0.9$, 检测到信号。

按照上述方法, 可以计算不同信噪比下理论上的 1 ms 相干积分所需的非相干累加次数。具体结果如图 7。

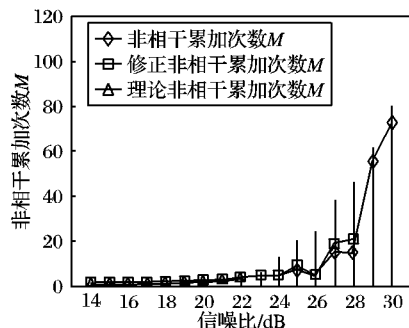


图7 不同信噪比下所需的非相干累加次数 M (1 ms 相干积分时间)

用 4 ms 的 GPS 信号进行相干积分, 增益为 $1023 \times 4 = 4092$ 倍 $= 36$ dB, 理论上信噪比为 -19 dB 的信号被相干积分之后的信噪比为 17 dB ($-19 + 36$) $= 50$ 倍。

其计算方法与 1 ms 相干积分相同, 也可以计算出不同信噪比下理论上 4 ms 相干积分所需的非相干累加次数。具体结果如图 8。

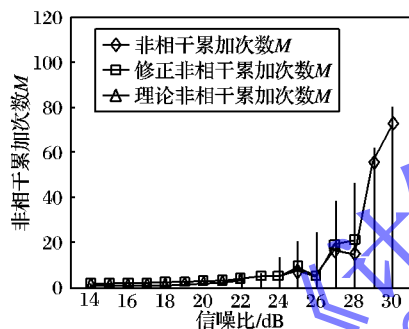


图8 不同信噪比下所需的非相干累加次数 M (4 ms 相干积分时间)

经理论计算可知, 1 ms 相干积分时间做非相干累加所能捕获到能量最低的信号为 -30 dB; 4 ms 相干积分做非相干累加所能捕获到能量最低的信号为 -36 dB (非相干累加次数在 100 以内)。

3.3 不同相干积分时间做非相干累加性能比较

比较 1 ms 相干积分时间和 4 ms 相干积分时间做非相干累加, 捕获到信号所需的数据长度如图 9。

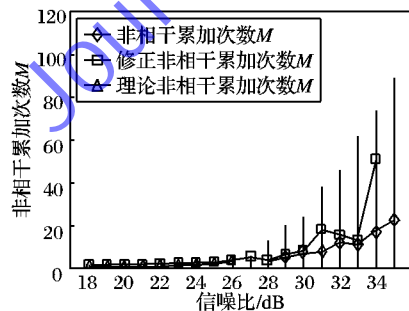


图9 不同相干积分时间做非相干累加所需数据长度

从图 9 可以看出, 无论是做多长时间的相干积分再做非相干累加, 在信噪比不太低的情况下, 同样长度的数据捕获得到的效果是基本相同的。

以 Matlab 编写的并行码域搜索作为相干积分方法为例, 1 ms 相干积分和 4 ms 相干积分时间程序的运行时间对比如

图 10。

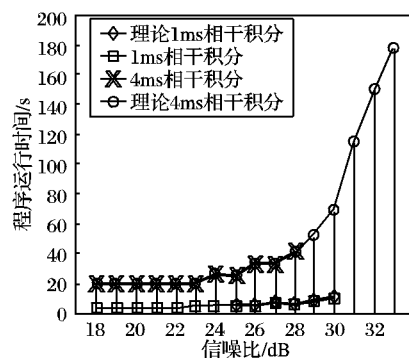


图10 不同相干积分时间下程序运行时间

从图 10 可以看出, 除去 4 ms 相干积分时间做非相干累加最小的数据处理长度是 4 ms 的倍数这一因素, 4 ms 相干积分时间做非相干累加的 program 运行时间大致是 1 ms 相干积分时间做非相干累加的 program 运行时间的 4 倍。这是因为在进行并行码域运算时, 运算流程如图 11^[6]。

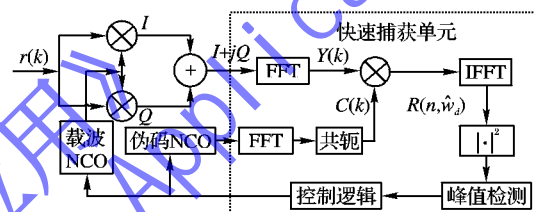


图11 基于FFT并行捕获原理

其计算量是和二维搜索矩阵 $(41 \times \text{相干积分时间}) \times (12000 \times \text{相干积分时间})$ 的大小成正比的。

对于 1 个长度为 N 的接收信号序列做快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT), 计算量正比于 $kN \lg N$, 前面有一个常数系数 k , 则计算量记为 $kN \lg N$; 本地 C/A 码被采样后同样为 1 个长度为 N 的序列, 对其做 FFT 的计算量也是 $kN \lg N$; 对长度为 N 的序列做逆快速傅里叶变换 (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT) 的计算量是 $jN \lg N$; 当 N 很大, M 比较小时, $k(MN) \lg(MN) \approx kMN \lg N = M(kN \lg N)$

与 FFT 和 IFFT 的计算量相比, 取共轭、相乘、取绝对值、平方等操作的计算量可以忽略不计。

因此, 并行码域的计算量大致正比于二维搜索的矩阵中数的数量。设起计算量为 $k \times$ 矩阵中数的个数。

例如 1 ms 相干积分时间进行 4 次非相干累加, 计算了 4 个 41×12000 的矩阵计算量为; 4 ms 相干积分不进行非相干累加计算了 1 个 161×48000 的矩阵; 两者计算量相差了 4 倍, 而两者的检测效果是基本相同的。

由此可知, 在信噪比不是很低的情况下, 短相干积分时间和多非相干累加次数是从计算量上考虑的最优方案。当信噪比过低时, 短相干积分时间无论进行多少次非相干累加都不能检测到信号, 这时只能用长相干积分时间并进行多非相干累加次数才可以捕获到信号。

3.4 非相干累加的效果分析

深入分析非相干累加能够将信号与噪声区分开最本质的原因, 在于通过非相干累加改变累加后的噪声包络的概率分布。噪声包络服从的中心 χ_m^2 分布, 随着自由度 m 的增加, 噪声包络的期望和方差增长速度相同。而噪声包络的概率分布曲线的形状在发生变化, 从而达到信号和噪声的分布分离的目的。

以信噪比为 -29 dB 的信号为例, 进行 1 ms 的相干积分。

未进行非相干累加时的信号与噪声概率密度函数如图 12; 进行 16 次非相干累加时的信号与噪声概率密度函数如图 13。

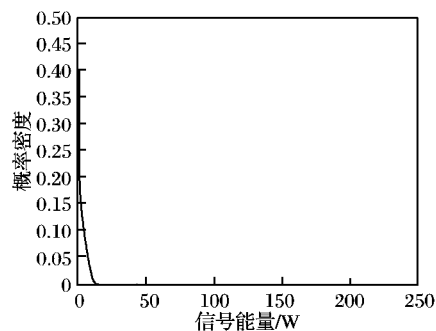


图 12 $M=1$ 时的信号和噪声的概率分布

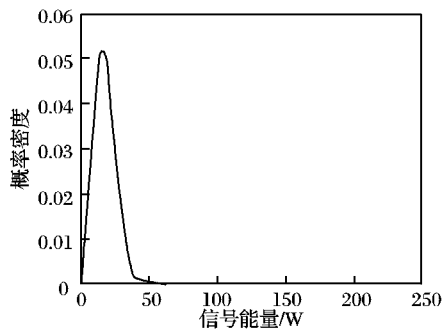


图 13 $M=16$ 时的信号和噪声的概率分布

从图 12、13 可以看出,随着非相干累加次数的增加,信号和噪声的分布曲线都在向右移动,信号期望的增长速度快于噪声期望的增长速度。信噪比越高,除了信号与噪声初始的分布曲线分离度越大以外,信号与噪声分布曲线向右移的速度差也越大,因此能够更快地将信号与噪声分离开,从而检测到信号。

3.5 常规相干—非相干累加捕获方法与 SPRT 方法性能比较

仿真对象为强弱信号共存时的两种捕获算法的性能。

用信号模拟产生的数据,可见星一共有 4 颗,信噪比分别为 -19 dB、 -22 dB、 -25 dB、 -28 dB。假定根据历数知道天空中可见星的编号,要对这 4 颗卫星的信号进行捕获。

表 1 两种方法运行时间比较

算法名称	程序运行时间/s
相干—非相干累加捕获方法	61.35
SPRT 方法	14.45

两种方法计算量的差距体现在:

常规相干—非相干累加算法要保证可以捕获到信噪比 -30 dB 以上的信号,非相干累加次数至少为 20。计算了 $4 \times 20 = 80$ 个矩阵(4 颗卫星的信号,每颗卫星的信号计算 20 个矩阵),每个矩阵大小为 $41 \times 12\,000$ 。总的计算量为 $4 \times 20 \times k \times 41 \times 12\,000 = 39\,360\,000k$ 。

SPRT 算法对 -28 dB 信号非相干累加次数 10, -25 dB 信号非相干累加次数 6, -22 dB 信号和 -19 dB 信号非相干累加次数均为 1。计算了 $(10 + 6 + 1 + 1) = 18$ 个矩阵,每个矩阵大小为 $41 \times 12\,000$ 。总的计算量为 $(10 + 6 + 1 + 1) \times k \times 41 \times 12\,000 = 8\,856\,000k$ 。

在这种信号能量条件下,SPRT 算法的计算量只有常规相干—非相干累加算法计算量的 $39\,360\,000k/8\,856\,000k = 22.5\%$ 。

如果高灵敏接收机要求检测到信噪比更低的信号,那么 SPRT 算法的计算量减小的优势更加明显;不过如果进行卫星信号搜索时,没有任何先验信息,要把 32 颗卫星的信号依次搜索一遍,那么 SPRT 算法的计算量的减小并不是很明显。这是因为在捕获阶段,无法区分没有信号和极其微弱的信号;对于 SPRT 算法而言,搜索一个本不存在的卫星信号,计算的内容是和常规相干—非相干累加算法完全相同的,都是做非相干累加到设定的次数上限为止。所以 SPRT 算法在搜索本不存在的卫星信号时,性能和原算法是没有区别的。

4 结语

通过对相干—非相干累加算法与 SPRT 算法的分析和仿真,可以看出采用序贯检测方法在对强弱 GPS 卫星信号并存进行捕获时,SPRT 算法大大优于相干—非相干累加算法。由于进行相干累加和非相干累加运算的时间复杂度较高,且实际环境中一般都存在较强和较弱的 GPS 卫星信号,因此 SPRT 算法可以减少运算时间,减少 GPS 卫星捕获的时间,从而提高高灵敏度 GPS 接收机捕获算法的性能。对于要求捕获结果可靠性很高的特殊情况下,修正的 SPRT 捕获算法可以满足要求。

参考文献:

- [1] PSIAKI M L. Block acquisition of weak GPS signal in software receiver[C]// Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Manassas, Virginia: Institute of Navigation, Inc, 2001: 11–14.
- [2] ZIEDAN N I. GNSS receivers for weak signals[M]. London: Artech House, 2006.
- [3] 罗鹏飞. 统计信号处理基础——估计与检测理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
- [4] 胡丛玮, 李晓玲, 安雷. 一种改进的 GPS 微弱信号捕获算法[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2008, 33(8): 821–823.
- [5] 袁洪伟, 胡修林, 张蕴钰. 基于 SPRT 的 PN 码捕获建模及其性能分析[J]. 无线电通信技术, 2003, 29(3): 8–10.
- [6] 罗鸣. 全球定位系统—信号、测量与性能[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.
- [7] 梁坤, 施泮立. 高灵敏度 GPS 捕获技术的分析与仿真[J]. 全球定位系统, 2007, 32(6): 26–30.
- [8] 关欣, 杨爱萍, 白煜. 信号检测与估计——理论与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [9] ALAQEELI A, STAREYK J, van GRAAS F. Real-time acquisition and tracking for GPS receiver[C]// IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003: 500–503.
- [10] O'MAHONY N, LACHAPPELLE G, MURPHY C C. Simplifying the performance analysis of the SPRT for GPS acquisition[J]. International Journal of Navigation and Observation, 2011, 3(1): 1–15.
- [11] O'MAHONY N, MURPHY C C, LACHAPPELLE G. A dualthreshold up-down counter for GPS acquisition[J]. Signal Processing, 2011, 91(5): 1093–1102.
- [12] GUO G J, ZHONG D, JIANG Q T. Multi-slot spectrum sensing with backward SPRT in cognitive radio networks[C]// WCSP '09: Proceedings of the International Conference on Wireless Communications and Signal Processing. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2009: 1–5.