Journal of Computer Applications
计算机应用,2012,32(12):3319-3321
ISSN 1001-9081
CODEN JYIIDU
2012-12-01
http://www.joca.cn

文章编号:1001-9081(2012)12-3319-03
doi:10.3724/SP.J.1087.2012.03319

求解约束优化的改进粒子群优化算法

李　妮[1*],欧阳艾嘉[2],李肯立[2]
(1.运城学院 公共计算机教学部,山西 运城 044000;　2.湖南大学 信息科学与工程学院,长沙 410082)
(*通信作者电子邮箱 lini1981@yeah.net)

摘　要:针对种群初始化时粒子过于集中和基本粒子群算法搜索精度不高的缺陷,提出了一种求解约束优化问题的改进粒子群算法。该算法引入佳点集技术来优化种群的初始粒子,使种群粒子初始化时分布均匀,因而种群具有多样性,不会陷入局部极值;同时使用协同进化技术使双种群之间保持通信,从而提高算法的搜索精度。仿真实验结果表明:将该算法用于5个基准测试函数,该算法均获得了理论最优解,其中有4个函数的测试方差为0。该算法提高了计算精度且鲁棒性强,可以广泛应用于其他约束优化问题中。

关键词:约束优化; 佳点集; 粒子群优化; 协同进化
中图分类号: TP18　　**文献标志码:**A

Improved particle swarm optimization for constrained optimization functions

LI Ni[1*], OUYANG Ai-jia[2], LI Ken-li[2]
(1. *Public Computer Teaching Department, Yuncheng University, Yuncheng Shanxi* 044000, *China*;
2. *School of Information Science and Engineering, Hunan University, Changsha Hunan* 410082, *China*)

Abstract: To overcome the weakness of over-concentration when the population of Particle Swarm Optimization (PSO) is initialized and the search precision of basic PSO is not high, an Improved PSO (IPSO) for constrained optimization problems was proposed. A technique of Good Point Set (GPS) was introduced to distribute the initialized particles evenly and the population with diversity would not fall into the local extremum. Co-evolutionary method was utilized to maintain communication between the two populations; thereby the search accuracy of PSO was increased. The simulation results indicate that, the proposed algorithm obtains the theoretical optimal solutions on the test of five benchmark functions used in the paper and the statistical variances of four of them are 0. The proposed algorithm improves the calculation accuracy and robustness and it can be widely used in the constrained optimization problems.

Key words: constrained optimization; Good Point Set (GPS); Particle Swarm Optimization (PSO); co-evolution

0　引言

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)[1]算法是一种被广泛运用于求解非线性优化问题的方法,它最初的原理是受鸟群活动和群体觅食行为的启发而得出的。许多诸如约束优化的工程问题都能够求解。到目前为止,罚函数法因为其简单,易实现等特点而被广泛应用,然而,罚函数法经常难以设置合适的罚因子和自适应机制。区别于罚函数法,协同进化粒子群优化算法是一种求解约束优化问题的有效方法。

粒子群优化算法是于1995年提出的一种基于种群的搜索技术。它是一种应用非常广泛的群智能算法,已经被成功地用来解决故障诊断问题[2]、置换流水线车间调度问题[3]、异构传感器网络节点的优化部署问题[4]和语义Web服务发现问题[5]等。相比遗传算法,粒子群优化算法有着一些特质,诸如,种群粒子有着记忆能力,使得粒子能保持优质解,而遗传算法,一旦种群改变,先前的解也会被破坏;粒子群个体之间相互共享信息。另一方面,类似于遗传算法,粒子群优化算法也易于陷入局部极值。协同进化粒子群优化算法已经被证明是一种比较有效的解决约束优化问题的有效方法[6],但是由于其种群的多样性不够,容易陷入局部极值。因此,本文提出一种基于佳点集理论的协同进化粒子群优化算法,用于求解约束优化问题。该方法既能使得初始种群粒子分布均匀,又能使粒子避免陷入局部极值,从而提高收敛速度。

1　约束优化问题的描述

一般地,一个约束优化问题可以描述如下:

$$\min f(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

$$\text{s.t. } g_j(\boldsymbol{x}) \le 0,\ j = 1,2,\cdots,l$$

$$h_j(\boldsymbol{x}) = 0,\ j = l+1,l+2,\cdots,m$$

其中:$\boldsymbol{x} = (x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 为自变量向量;相应地,$x_i \in [l_i, u_i]$;$f(\boldsymbol{x})$、$g_j(\boldsymbol{x})$、$h_j(\boldsymbol{x})$ 都是 n 维欧式空间函数。$f(\boldsymbol{x})$ 作为目标函数;$g_j(\boldsymbol{x})$ 作为第 j 个不等式约束条件;$h_j(\boldsymbol{x})$ 作为第 j 个等式约束条件。这里,等式约束条件可以化为两个不等式约束条件:

$$\begin{cases} h_j(\boldsymbol{x}) \le \lambda \\ -h_j(\boldsymbol{x}) \le \lambda \end{cases}$$

其中:给定精度 λ,是一个足够小的常数。

2　基本算法

2.1　粒子群优化算法基本原理

粒子群优化算法最初是由美国两位科学家Kennedy和

收稿日期:2012-07-24;**修回日期:**2012-08-31。
基金项目:国家自然科学基金重大研究计划项目(90715029);国家自然科学基金资助项目(60603053,61070057)。
作者简介:李妮(1981-),女,山西临汾人,讲师,硕士,主要研究方向:智能算法;　欧阳艾嘉(1978-),男,湖南娄底人,讲师,博士,主要研究方向:并行计算;　李肯立(1971-),男,湖南娄底人,教授,博士,主要研究方向:并行计算。

Eberhart 提出的模拟鸟群觅食行为的随机优化方法,它应用于神经网络训练、函数优化等方面。

令 s 为粒子空间维度大小,那么第 i 个粒子有如下性质。在探索空间中,粒子当前速度 $\boldsymbol{V}_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, \cdots, v_{i,s}]$,当前位置 $\boldsymbol{X}_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \cdots, x_{i,s}]$;每一个粒子在 t 时刻都有其局部最优位置 $\boldsymbol{Y}_i = [y_{i,1}, y_{i,2}, \cdots, y_{i,s}]$;第 j 次迭代时全局最优位置标记为 $\hat{y}_j$。在每一次迭代,种群中的每一粒子都按照式(2)和(3)进行更新。假设种群包含 n 个粒子,$r_1 \in \mathrm{U}(0,1)$,$r_2 \in \mathrm{U}(0,1)$ 是两个(0,1)的随机数。

$$v_{i,j}(t+1) = \omega v_{i,j}(t) + c_1 r_1 [y_{i,j}(t) - x_{i,j}(t)] + c_2 r_2 [\hat{y}_t(j) - x_{i,j}(t)] \tag{2}$$

其中:$j \in \{1,2,\cdots,n\}$,$v_{i,j}$ 是第 i 个粒子的第 j 维上的速度,c_1 和 c_2 为常数,称为加速度参数,ω 称为惯性权因子。粒子新的位置可使用式(3)来计算。

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t+1);\ j = 1,2,\cdots,n \tag{3}$$

个体局部最优位置由式(4)来更新:

$$Y_i(t+1) = \begin{cases} Y_i(t), & f(X_i(t+1)) \geqslant f(Y_i(t)) \\ X_i(t+1), & f(X_i(t+1)) < f(Y_i(t)) \end{cases} \tag{4}$$

全局最优位置 $\hat{\boldsymbol{y}}$ 则定义为,

$$\hat{y}(t+1) = \arg\min f(Y_i(t+1));1 \leqslant i \leqslant n \tag{5}$$

2.2 佳点集理论

文献[7]已经从理论和实验证明佳点集方法的功能和优点是能够使初始微粒在目标空间中均匀地分布,佳点集的定义[7]918如下。

定义1 佳点集。

令 $r \in G_s$,ε 为任意小的非负数,偏差 $P_n(k) = \{(\{r_1 \times k\}, \{r_2 \times k\}, \cdots, \{r_s \times k\}), k = 1,2,\cdots,n\}$,若满足 $\phi(n) = C(r,\varepsilon) n^{-1+\varepsilon}$,则称 $P_n(k)$ 是佳点集,r 即佳点。

3 求解约束优化问题的改进粒子群优化算法

因为一些求解问题特殊的缘故,种群粒子初始化时过于集中,而且粒子群优化算法在搜索过程中易于陷入局部极值,因此本文引入佳点集理论初始化种群粒子,使得种群粒子分布均匀,协同技术让种群之间保持通信从而使种群避免陷入局部极值,因而本文算法鲁棒性更强。

3.1 协进化理论

在运用协进化粒子群求解约束优化问题中,两类种群将被使用到。特别地,一类被定义为拥有 M_2 个粒子的单种群 $Swarm_2$,其包含 M_2 个自适应罚因子;另一类被定义为均拥有 M_1 个粒子的多种群($Swarm_{1,1}, Swarm_{1,2}, \cdots, Swarm_{1,M_2}$),其被用于平行地搜索最优决策解。种群 $Swarm_2$ 中的第 j 个粒子对应着多种群中的 $Swarm_{1,j}$,种群 $Swarm_{1,j}$ 的每一个粒子代表一组解[6]92。

在协进化迭代过程中,以种群 $Swarm_2$ 中的第 j 个粒子为基础,$Swarm_{1,j}$ 将使用粒子群优化算法进化 G_1 代,进而计算 $Swarm_2$ 每一个粒子的适应度值,待全部评价完后,种群 $Swarm_2$ 将再使用粒子群优化算法进化 G_2 代。

特别地,种群 $Swarm_{1,j}$ 中的第 i 个粒子将运用式(6)进行适应度评价。

$$F_i(x) = f_i(x) + sum\_viol \times \omega_1 + num\_viol \times \omega_2 \tag{6}$$

其中:$f_i(x)$ 为第 i 个粒子的目标函数值,sum_viol 表示违反约束量的总和,num_viol 表示违反约束的总数目,ω_1 和 ω_2 即是种群 $Swarm_2$ 的第 j 个粒子对应维的值。其中:

$$sum\_viol = \sum_{i=1}^{N} g_i(x);\ \forall g_i(x) > 0 \tag{7}$$

这里 N 表示不等式数目。

对于种群 $Swarm_2$ 的第 j 个粒子,进化 G_1 代后。

1)如果种群 $Swarm_{1,j}$ 中至少存在一个可行解,则种群 $Swarm_2$ 的第 j 个粒子的适应度值为:

$$P(B_j) = \frac{\sum f_{feasible}}{num\_feasible} - num\_feasible \tag{8}$$

其中:$\sum f_{feasible}$ 为种群 $Swarm_{1,j}$ 所有可行解的目标函数值的和,$num\_feasible$ 为种群 $Swarm_{1,j}$ 所有可行解的总的数目[8]。

2)如果种群 $Swarm_{1,j}$ 中没有存在一个可行解,则种群 $Swarm_2$ 的第 j 个粒子的适应度值为:

$$P(B_j) = \max(P_{valid}) + \frac{\sum sum\_viol}{\sum num\_viol} - \sum num\_viol \tag{9}$$

其中:$\max(P_{valid})$ 表示种群 $Swarm_2$ 中所有有效粒子的最大适应度值。

3.2 改进算法的基本流程

改进粒子群优化算法(Improved Particle Swarm Optimization, IPSO)的基本流程如下所示。

步骤1 初始化各个参数:基于佳点集理论产生种群 $Swarm_{1,1}$,将 $Swarm_{1,1}$ 复制 M_2 份,形成多种群 $Swarm_{1,1}$, $Swarm_{1,2}, \cdots, Swarm_{1,M_2}$,初始化 $Swarm_2$,两种群的规模分别为 M_1、M_2,两种群的最大迭代次数分别为 G_1、G_2,等式约束精度为 λ,两种群的迭代计算器分别为 l、t。

步骤2 满足迭代条件(即当前迭代变量 l 满足条件 $l = G_2$ 时),输出所有种群 $Swarm_{1,j}$ 的最优值,其中 $j = 1,2,\cdots,M_2$;否则进入步骤3。

步骤3 满足迭代条件(即当前迭代变量 t 满足条件 $t = G_1$ 时),计算种群 $Swarm_2$ 中所有粒子的适应度值;否则:

1)所有种群 $Swarm_{1,j}$ 以 B_j 作为罚因子,用 PSO 迭代进化。

2)$t = t + 1$,返回步骤2。

步骤4 使用 PSO 算法继续进化 $Swarm_2$。

步骤5 令 $l = l + 1, t = 0$,返回步骤2。

4 数值实验与仿真

本文将运用改进的协同粒子群优化算法对5个标准约束优化函数进行仿真实验。实验环境参数设置如下:联想 M630E,Core i5,4 GB 内存,1 TB 硬盘空间,Windows7,Matlab 2008a。

该文选用标准的约束优化问题如下:

1) $\min f(x) = 5.3578547 x_3^2 + 0.8356891 x_1 x_5 + 37.293239 x_1 - 4.791141$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.}\ & 0 \leqslant 85.334407 + 0.0056858 x_2 x_5 + 0.0006262 x_1 x_4 - 0.0022053 x_3 x_5 \leqslant 92 \\
& 90 \leqslant 80.51249 + 0.0071317 x_2 x_5 + 0.0029955 x_1 x_2 + 0.0021813 x_3 x_5 \leqslant 110 \\
& 20 \leqslant 9.300961 + 0.0047026 x_3 x_5 + 0.0012547 x_1 x_3 + 0.0019085 x_3 x_4 \leqslant 25 \\
& 78 \leqslant x_1 \leqslant 102, 33 \leqslant x_2 \leqslant 45, \\
& 27 \leqslant x_i \leqslant 45;\ i = 3,4,5
\end{aligned}$$

2) $\min f(x) = (x_1 - 10)^3 + (x_2 - 20)^3$

$$\text{s.t. } (x_1-5)^2+(x_2-5)^2-100\geqslant 0$$
$$-(x_1-6)^2-(x_2-5)^2+82.81\geqslant 0$$
$$13\leqslant x_1\leqslant 100;0\leqslant x_2\leqslant 100$$

3) $\min f(x) = -\dfrac{\sin^3(2\pi x_1)\sin(2\pi x_2)}{x_1^3(x_1+x_2)}$

$$\text{s.t. } x_1^2-x_2+1\leqslant 0$$
$$1-x_1+(x_2-4)^2\leqslant 0$$
$$0\leqslant x_1\leqslant 10;\ 0\leqslant x_2\leqslant 10$$

4) $\max f(x) = (100-(x_1-5)^2-(x_2-5)^2-(x_3-5)^2)/100$

$$\text{s.t. } (x_1-p)^2+(x_2-q)^2+(x_3-r)^2-0.0625\leqslant 0$$
$$0\leqslant x_i\leqslant 10;i=1,2,3,p,q,r=1,2,\cdots,9$$

5) $\min f(x) = (x_3+2)x_2x_1^2$

$$\text{s.t. } 1-\frac{x_2^3x_3}{71785x_1^4}\leqslant 0$$
$$\frac{4x_2^2-x_1x_2}{12566(x_2x_1^3-x_1^4)}+\frac{1}{5108x_1^2}-1\leqslant 0$$
$$1-\frac{140.45x_1}{x_2^2x_3}\leqslant 0$$
$$\frac{x_1+x_2}{1.5}-1\leqslant 0$$
$$0.005\leqslant x_1\leqslant 2,0.25\leqslant x_2\leqslant 1.3,2\leqslant x_3\leqslant 15$$

将本文算法标记为 IPSO,针对以上 5 个实例,将 IPSO 算法与著名算法协同进化粒子群(Co-evolutionary Particle Swarm Optimization, CPSO)算法[6][8][9]、自适应适应度规划(Self-Adaptive Fitness Formulation, SAFF)[9]、简单多群体进化策略(Simple Multi-membered Evolution Strategy, SMES)[10]、随机排序策略(Stochastic Ranking, SR)[11]、Pareto 排序进化策略(Pareto Archived Evolutionary Strategy, PAES)[12]、遗传算法(Genetic Algorithm, GA)[13]、Belegundu[14]、Arora[15]、Coello[16]等算法进行比较,所得结果如表 1 所示。实验仿真程序对每一个实例问题独立运行 30 次,算法所设参数如下所述,种群 $Swarm_{1,j}$ 的粒子数 $M_1=50$, 种群 $Swarm_2$ 的粒子数 $M_2=30$,种群 $Swarm_{1,j}$ 迭代步数设为 $G_1=50$,种群 $Swarm_2$ 的迭代步数设为 $G_2=30$,等式约束精度设为 $\lambda=1E-07$, $c_1=1.4962,c_2=1.4962$,惯性权因子随迭代次数呈线性变化,其值 $\omega\in[0.4,0.9]$。表 1 给出了本文算法与其他算法的比较结果。

从表 1 可以看出,本文算法在各个标准约束函数中所求得的最优值均已接近理论最优值。特别地,在例 1、例 3、例 4、例 5 中,所求得的最优值均达到理论最优值,IPSO 在 30 次独立运行的结果中,方差结果均接近 0,表明该算法既比四种经典算法 SAFF、SMES、SR 和 GA 性能要优,又比 5 种改进算法 CPSO、PAES、Belegundu、Arora 和 Coello 等算法在求解约束优化问题方面精度更高,鲁棒性更强。

表 1　IPSO 与其他算法的仿真结果比较表

问题(理论最优)	算法	方差	最优值	平均值	最差值
例 1 (−30665.539)	SAFF[9]	4.9E−01	−30665.500	−30665.200	−30665.300
	SMES[10]	0	−30665.539	−30665.539	−30665.539
	SR[11]	2.0E−05	−30665.539	−30665.539	−30665.539
	PAES[12]	0	−30665.539	−30665.539	−30665.539
	IPSO	0	−30665.539	−30665.539	−30665.539
例 2 (−6961.81388)	SAFF[9]	0	−6961.800	−6961.800	−6961.800
	SMES[10]	1.9E+00	−6961.814	−6961.284	−6952.482
	SR[11]	1.6E+02	−6961.814	−6875.940	−6350.262
	PAES[12]	8.5E−05	−6961.814	−6961.813	−6961.810
	IPSO	2.1E−16	−6961.814	−6961.814	−6961.814
例 3 (0.095825)	SAFF[9]	0	0.095825	0.095825	0.095825
	SMES[10]	0	0.095825	0.095825	0.095825
	SR[11]	2.6E−17	0.095825	0.095825	0.095825
	GA[13]	3.2E−14	0.095825	0.095825	0.095825
	IPSO	0	0.095825	0.095825	0.095825
例 4 (−1.000)	SAFF[9]	0	−1.000	−1.000	−1.000
	SMES[10]	0	−1.000	−1.000	−1.000
	SR[11]	0	−1.000	−1.000	−1.000
	PAES[12]	NA	NA	NA	NA
	IPSO	0	−1.000	−1.000	−1.000
例 5 (0.012665)	CPSO[6]	5.2E−05	0.0126747	0.012930	0.012924
	Belegundu[14]	NA	0.0128334	NA	NA
	Arora[15]	NA	0.0127303	NA	NA
	Coello[16]	3.9E−05	0.0127048	0.012769	0.012822
	IPSO	0	0.0126650	0.012665	0.012665

5　结语

本文算法针对初始种群时粒子过度集中造成种群的多样性不够以及基本粒子群优化算法在迭代过程中容易陷入局部极值的缺陷,提出了一种改进的粒子群优化算法——基于佳点集方法的协同进化粒子群优化算法。实验结果显示,改进的算法能够有效地解决约束优化问题,与同类算法相比,精度更高,鲁棒性更强,为约束优化问题的解决提供了一种新的行之有效的方法。

(下转第 3325 页)

适当小的联想记忆有效因子 ζ_{t-1} 即可。其中 $\zeta_t + \zeta_{t-1} = 1$。

3) 对比图 1(a)、图 2(a)可知, SLAM-PSO 的 Ave(E_number) 明显比标准 PSO 的 Ave(E_number) 小很多。说明 SLAM-PSO 比标准 PSO 的收敛速度更快,且在搜索多维空间时方向性、目的性更强。

4) 对比图 1(b)、图 2(b)可知, SLAM-PSO 的 Std(E_number) 明显比标准 PSO 的 Std(E_number) 小很多。说明 SLAM-PSO 对维数的敏感度比 PSO 低很多,在优化多维函数时 SLAM-PSO 比标准 PSO 具有明显的优势。

5) 由图 3 的对比可知,除 Rastrigin 函数外,PSO 基于其他三个基准函数(Sphere、Griewank、Schaffer)的测试均陷入了局部最优,无法成功收敛到规定的阈值范围以内,从而形成了早熟收敛。而 SLAM-PSO 基于四个基准函数的测试则均较快地收敛到了最优位置或者规定的阈值范围之内。说明 SLAM-PSO 引入的追优避差操作保持了种群的多样性,克服了早熟收敛,实现了局部与全局搜索的平衡。

3 结语

本文提出了加强学习与联想记忆的粒子群优化算法(SLAM-PSO),算法对认知部分及社会部分的最优信息、最差信息分别赋予不同的学习因子,以提高算法的学习能力;每个粒子联想记忆其历史最优、最差信息,来克服在多维搜索中方向性差、目的性弱的缺点;引入追优避差的原则来改变传统粒子群算法只追逐最优的单向性,保持种群的多样性,克服早熟收敛。将 SLAM-PSO 与标准 PSO 算法基于基准测试函数进行对比测试,仿真结果表明 SLAM-PSO 相比标准 PSO 具有明显的优势:加快了收敛速度,克服了早熟收敛,提高了搜索精度和寻优成功率,在搜索多维空间时方向性、目的性更强,从而验证了 SLAM-PSO 算法的有效性。

参考文献:

[1] EBERHART R C, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory[C]// Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science. Piscataway: IEEE, 1995: 39 - 43.

[2] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE, 1995: 1942 - 1948.

[3] 徐小平, 钱富才, 王峰. 应用速度变异粒子群的系统辨识方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(1): 31 - 34.

[4] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1999: 1945 - 1950.

[5] 姜建国, 田旻, 王向前, 等. 采用扰动加速因子的自适应粒子群优化算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, 39(4): 93 - 101.

[6] CHEN GUIMIN, HUANG XINBO, JIA JIANYUAN, *et al.* Natural exponential inertia weight strategy in particle swarm optimization [C]// Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2006: 3672 - 3675.

[7] 高鹰, 谢胜利. 基于模拟退火的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 47(4): 46 - 49.

[8] 孙逊, 章卫国, 尹伟, 等. 基于免疫粒子群算法的飞行控制器参数寻优[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(12): 2765 - 2767.

[9] KADIRKAMANATHAN V, SELVARAJAH K, FLEMING P J. Stability analysis of the particle dynamics in particle swarm optimizer [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 245 - 255.

[10] 陈贵敏, 贾建援, 韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(1): 53 - 56.

[11] 冯翔, 陈国龙, 郭文忠. 粒子群优化算法中加速因子的设置与试验分析[J]. 集美大学学报, 2006, 11(2): 146 - 151.

[12] FOGEL D B, BEYER H G. A note on the empirical evaluation of intermediate recombination [J]. Evolutionary Computation, 1996, 3(4): 491 - 495.

(上接第 3321 页)

参考文献:

[1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE, 1995: 1942 - 1948.

[2] 陈志敏, 薄煜明, 吴盘龙, 等. 基于新型粒子群优化粒子滤波的故障诊断方法[J]. 计算机应用, 2012, 32(2): 432 - 435.

[3] 张其亮, 陈永生, 韩斌, 等. 改进的粒子群算法求解置换流水车间调度问题[J]. 计算机应用, 2012, 32(4): 1022 - 1024.

[4] 张斌, 毛剑琳, 李海平, 等. 群混合算法应用于异构传感网络节点的优化部署[J]. 计算机应用, 2012, 32(5): 1228 - 1231.

[5] 李蜀瑜. 基于 QoS 和模糊粒子群优化的语义 Web 服务发现[J]. 计算机应用, 2012, 32(5): 1347 - 1350.

[6] HE QIE, WANG LING. An efficient co-evolutionary particle swarm optimization for constrained engineering designed problems[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2007, 20(1): 89 - 99.

[7] 张铃, 张拔. 佳点集遗传算法[J]. 计算机学报, 2001, 24(9): 917 - 919.

[8] HE QIE, WANG LING. A hybrid particle swarm optimization with a feasibility-based rule for constrained optimization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 186(2): 1407 - 1422.

[9] FARMANI R, WRIGHT J A. Self-adaptive fitness formulation for constrained optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(5): 445 - 455.

[10] MEZURA-MONTES E, COELLO C A C. A simple multi-membered evolution strategy to solve constrained optimization problems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005, 9(1): 1 - 17.

[11] RUNARSSON T P, YAO X. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2000, 4(3): 284 - 294.

[12] ZHOU YONGQUAN, PEI SHENGYU. An effective adaptive multi-objective particle swarm for multimodal constrained function optimization[J]. Journal of Computers, 2010, 5(8): 1144 - 1151.

[13] 梁昔明, 秦浩宇, 龙文. 一种求解约束优化问题的遗传算法[J]. 计算机工程, 2010, 36(14): 147 - 149.

[14] RUNARSSON TP, YAO X. Search biases in constrained evolutionary optimization[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics, 2005, 35(2): 233 - 243.

[15] KALYANMOY D. Optimal design of a welded beam via genetic algorithms[J]. AIAA Journal, 1991, 29(11): 2013 - 2015.

[16] CARLOS A, COELLO COELLO. Constraint-handing in genetic algorithms through the use of dominance-based tournament selection [J]. Advanced Engineering Informatics, 2002, 16(3): 193 - 203.