

基于主曲线的多输入多输出支持向量机算法

毛文涛*, 赵胜杰, 张俊娜

(河南师范大学 计算机与信息工程学院, 河南 新乡 453007)

(*通信作者电子邮箱 maowt.mail@gmail.com)

摘要:针对传统多输入多输出(MIMO)支持向量机(SVM)没有考虑多个输出端之间依赖关系的问题,提出了一种新的基于主曲线的MIMO SVM算法。该算法基于所有输出端的模型参数位于一个流形上的假设,首先在现有的多维支持向量回归机(M-SVR)的基础上,构建一个流形正则化的优化目标,其中正则项为输出端模型参数到通过所有参数集合中间的主曲线的投影距离;其次,由于该优化目标为非凸,采用交替优化的方法,交替计算模型参数和参数集合的主曲线,直至收敛。采用仿真数据和实际的载荷识别工程数据进行验证,结果表明,与M-SVR和SVM单独建模方法相比,该算法可有效提高预测精度和数值稳定性。

关键词:支持向量机;多输入多输出;主曲线;交替优化;流形正则化

中图分类号: TP181 **文献标志码:** A

Multi-input-multi-output support vector machine based on principal curve

MAO Wentao*, ZHAO Shengjie, ZHANG Junna

(College of Computer and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxing Henan 453007, China)

Abstract: To solve the problem that the traditional Multi-Input-Multi-Output (MIMO) Support Vector Machine (SVM) generally ignore the dependency among all outputs, a new MIMO SVM algorithm based on principal curve was proposed in this paper. Following the assumption that the model parameters of all outputs locate on a manifold, this paper firstly constructed a manifold regularization based on the Multi-dimensional Support Vector Regression (M-SVR), where the regularizer was the squared distance from the output parameters to the principal curve through the middle of all parameters' set. Secondly, considering the non-convexity of this regularization, this paper introduced an alternative optimization method to calculate the model parameters and principal curve in turn until convergence. The experiments on simulated data and real-life dynamic load identification data were conducted, and the results show that the proposed algorithm performs better than M-SVR and SVM based separate modeling method in terms of prediction precision and numerical stability.

Key words: Support Vector Machine (SVM); Multi-Input-Multi-Output (MIMO); principal curve; alternating optimization; manifold regularization

0 引言

多输入多输出(Multi-Input-Multi-Output, MIMO)模型常见于机械制造、动力控制、信道检测等领域^[1],其特点在于同时对多个输出目标进行建模,以便同时获得较好的回归建模效果和较少的耗时。提高MIMO建模的精度有着明确的工程应用价值。

传统的MIMO建模方法是将一个MIMO模型分解为多个子模型,单独进行回归建模^[1]。该方法简单明了,但重复建模会增加计算量。神经网络的网络结构决定了它可以同时预测多个输出端,但对于小样本问题,该方法较依赖初值设定,容易陷入局部极值,导致过学习。目前MIMO建模广泛采用的方法是多维支持向量回归机(Multi-dimensional Support Vector Regression, M-SVR)^[2]。该算法构建于经典支持向量机(Support Vector Machine, SVM)^[3]的理论基础之上,通过在超球空间重定义 ε 不敏感损失函数,将多个输出端同时纳入风险评估,最终采用迭代变权最小二乘法求解相应的对偶问

题,从而得到各输出端的预测模型。该方法可有效适用于小样本MIMO建模问题,目前已成功解决多点载荷识别、脑电源信号定位等问题^[4-5]。

与传统SVM等方法相比,MIMO建模的关键在于能否有效利用多个输出端之间的依赖关系,增加模型的信息含量。但是,现有的方法很少考虑到输出端之间的具体关系。例如,尽管M-SVR将多个输出端纳入统一的风险函数,但没有明确它们之间具体的依赖关系,这将限制M-SVR建模效果进一步的提升。为了解决该问题,本文提出了一种新的MIMO建模算法。该算法首先对各输出端之间的关系进行假设,即所有输出端回归模型的参数位于一个流形上;其次,在现有M-SVR的基础上,添加一个流形正则项,该项为输出端模型参数到通过所有参数集合中间的主曲线的平方距离;最后,采用交替优化的方法,求得最优模型参数。据作者文献调研结果,本文为首次将输出端的关系引入到MIMO建模算法中,并采用主曲线而非函数回归来实现该关系。

收稿日期:2012-11-22;**修回日期:**2012-12-19。 **基金项目:**国家自然科学基金资助项目(U1204609);河南省基础与前沿技术研究计划项目(122300410111);河南省重点科技攻关项目(102102210176)。

作者简介:毛文涛(1980-),男,河南新乡人,讲师,博士,主要研究方向:机器学习、模式识别;赵胜杰(1980-),男,河南尉氏人,讲师,硕士,主要研究方向:物联网应用、信息融合;张俊娜(1979-),女,河南扶沟人,讲师,硕士,主要研究方向:最优化理论、模式识别。

1 多维支持向量回归机

由上所述, M-SVR 是一种具有代表性的 MIMO 建模算法。由于本文所提算法建立在现有 M-SVR 基础上, 这里对 M-SVR 的原理进行介绍。

给定样本集 $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\} \subset \mathbf{R}^d \times \mathbf{R}^Q$, M-SVR 可由标准 SVR 扩展为如下表达式^[2]:

$$\min_{\mathbf{w}, \mathbf{b}} Lp = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{w}^j\|^2 + C \sum_{i=1}^n L(u_i) \quad (1)$$

其中: $L(u) = \begin{cases} 0, & u < \varepsilon \\ u^2 - 2u\varepsilon + \varepsilon^2, & u \geq \varepsilon \end{cases}, u_i = \|\mathbf{e}_i\| =$

$\sqrt{\mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_i}, \mathbf{e}_i^T = \mathbf{y}_i^T - \boldsymbol{\varphi}^T(x_i) \mathbf{W} - \mathbf{b}^T, \boldsymbol{\varphi}(\cdot)$ 为核映射, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q], \mathbf{b} = [b^1, b^2, \dots, b^Q]^T$ 。

通过一阶泰勒展开式得到式(1)的二次近似:

$$Lp'(\mathbf{W}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{w}^j\|^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i u_i^2 + CT \quad (2)$$

其中, $a_i = \begin{cases} 0, & u_i^k < \varepsilon \\ 2C(u_i^k - \varepsilon)/u_i^k, & u_i^k \geq \varepsilon \end{cases}, k$ 为迭代次数, CT 为与 \mathbf{W} 和 \mathbf{b} 无关的高阶项。

虽然式(1)为凸, 但无法直接计算最优解。文献[2]采用连续迭代的加权最小二乘法(Iteratively Weighted Least Squares, IRWLS), 通过在前一次迭代结果的基础上线性搜索变量的下降方向, 逐次收敛至最优值。由于 $\mathbf{w}^j = \sum_i \varphi(x_i) \boldsymbol{\beta}^j = \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\beta}^j$, 对式(1)的求解可转换为对参数 $\boldsymbol{\beta}$ 和 \mathbf{b} 的求解, 过程^[2]如下:

1) 设定初值 $k = 0, \boldsymbol{\beta}^k = \mathbf{0}, \mathbf{b}^k = \mathbf{0}$, 计算 u_i^k 和 a_i 。

2) 通过下式计算 $\boldsymbol{\beta}^s$ 和 \mathbf{b}^s 。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{D}_a^{-1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{a}^T \mathbf{K} & \mathbf{1}^T \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}^j \\ \mathbf{b}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^j \\ \mathbf{a}^T \mathbf{y}^j \end{bmatrix}; j = 1, 2, \dots, Q$$

其中: \mathbf{K} 为核矩阵, $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T, (\mathbf{D}_a)_{ij} = a_i \delta(i - j)$ 。

得到下降方向 $\mathbf{P}^k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}^s - \boldsymbol{\beta}^k \\ (\mathbf{b}^s - \mathbf{b}^k)^T \end{bmatrix}$ 。

3) 采用线性搜索, 计算 $\boldsymbol{\beta}^{k+1}$ 和 \mathbf{b}^{k+1} , 并得到 u_i^{k+1} 和 a_i 。若不满足终止条件, 则返回 2)。

文献[2]给出上述过程的收敛性证明。最终得到的 $\boldsymbol{\beta}^j$ 和 \mathbf{b}^j 即为第 j 个输出端的参数, 可构建得到相应的回归模型。

2 基于主曲线的 MIMO 建模算法

与经典 SVM 不同, M-SVR 最显著的特点是采用了式(1)中的风险函数 $L(u)$, 该函数为所有输出端误差向量的 $L2$ 范数。但是, 这样的损失函数仅仅对各输出端进行统一的误差评估, 并没有分析它们之间具体的依赖关系。如果能将各输出端之间特定的联系引入 MIMO 建模, 则可以进一步增加模型的信息含量, 增进建模效果。

2.1 算法框架

具体实现上, 本文采用如下假设: 各输出端的模型参数位于一个低维流形上, 该流形起到了不同输出端间传递信息的作用。从该假设出发, 本文提出了一个新的 MIMO 建模算法。该算法以经典 M-SVR 为基础, 构建了一个基于流形正则化的优化目标, 其中流形正则项为输出端模型参数到该流形的投影距离, 如式(3)表示:

$$\min_{\mathbf{w}, \mathbf{b}, M} Lp = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{w}^j\|^2 + C \sum_{i=1}^n L(u_i) + \mu \sum_{j=1}^Q \|P_M(\mathbf{w}^j)\| \quad (3)$$

其中: $L(u_i)$ 、 \mathbf{W} 和 \mathbf{b} 的定义同式(1), $P_M(\mathbf{w}^j)$ 为参数 \mathbf{w}^j 到流形 M 的投影距离, μ 和 C 为正则化参数。

式(3)需要对模型参数集 \mathbf{W} 、 \mathbf{b} 和流形 M 同时优化。但由于流形 M 未知, 因此无法判定式(3)是否为凸。此时可采用交替优化的方法求解, 具体过程可描述为: 首先, 固定模型参数, 计算流形 M ; 其次, 固定流形 M , 通过最小化式(3), 计算最优模型参数, 上述过程交替进行, 直至收敛。

2.2 基于主曲线的流形正则化

具体实现上, 本文选用非参数的方法表示该流形的显式结构。这是由于: 1) 输出端参数间的关系, 无法用回归函数表示, 即数据变量之间不存在必然的因果关系; 2) 输出端参数间往往不是线性关系, 因而需要从数据本身的分布出发建立非线性模型, 寻找其本质结构。基于这两点考虑, 本文选择主曲线而非非线性回归函数作为流形结构。

主曲线是通过数据集“中间”的光滑无参数曲线^[6], 是线性主成分分析的非线性推广, 也是嵌入高维数据的非欧空间的一维流形表述。主曲线理论基于一定概率分布下曲线的“自相合”性, 即曲线上任意点都是所有投影至该点的数据点的条件均值^[6]。不同于传统的非线性回归方法, 主曲线具有两个明显的优点: 1) 数据信息的保持性好; 2) 可有效勾勒出原始信息的轮廓, 即数据集是“云”, 主曲线是该数据集的“骨架”。目前应用最广泛的是 K 主曲线。Kégl 等^[7]结合统计学习理论中的复杂性思想, 引入了有限长度约束的概念, 并证明只要数据具有有限二阶矩, 则一定存在主曲线, 并提出了相应的多边形线算法来寻找主曲线。K 主曲线可定义如下:

定义 1 K 主曲线^[7]。对于数据集 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subset \mathbf{R}^d$, 如果在所有长度小于或等于 L 的曲线簇上, f^* 最小化距离函数 $\Delta(f)$, 则称曲线 f^* 为长度 L 的主曲线, 其中, $f: I \rightarrow \mathbf{R}^d$ 为连续函数, $\Delta(\mathbf{X}, f)$ 表示 \mathbf{X} 到曲线 f 的最小距离:

$$\Delta(f) = E[\Delta(\mathbf{X}, f)] = E[\inf_{\lambda} \|\mathbf{X} - f(\lambda)\|^2] = E[\|\mathbf{X} - f(\lambda_f(\mathbf{X}))\|^2]$$

其中: $\lambda_f(\mathbf{X})$ 称为投影指标, $\lambda_f(\mathbf{X}) = \sup \{\lambda: \|\mathbf{X} - f(\lambda)\| = \inf_{\tau} \|\mathbf{X} - f(\tau)\|\}$ 。

本文也采用 K 主曲线算法作为具体的实现算法。由文献[8]可知, 参数 \mathbf{w} 到流形 M 的投影距离 $P_M(\mathbf{w})$ 可表示为:

$$P_M(\mathbf{w}) = \|\mathbf{w} - f(\lambda_f(\mathbf{w}))\|^2 \quad (4)$$

其中: $f(\lambda)$ 是由参数 λ 控制的曲线, $\lambda_f(\mathbf{w})$ 为 \mathbf{w} 投影到 $f(\lambda)$ 上最短正交距离处的参数值。

可知式(4)为凸。因此可采用梯度下降法求解。对式(4)求偏导, 如下所示:

$$\frac{dP_M(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} = 2(f(\lambda_f(\mathbf{w})) - \mathbf{w}) \frac{df(\lambda_f(\mathbf{w}))}{d\mathbf{w}} = 2(f(\lambda_f(\mathbf{w})) - \mathbf{w}) \frac{df(\lambda_f(\mathbf{w}))}{d\lambda} \frac{d\lambda_f(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} \quad (5)$$

由主曲线理论^[6]可知, $\frac{df(\lambda_f(\mathbf{w}))}{d\lambda}$ 为曲线的切平面, 其方向正好与 $\frac{d\lambda_f(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}}$ 正交。因此, 式(5)可简化为:

$$\frac{dP_M(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} \approx 2(f(\lambda_f(\mathbf{w})) - \mathbf{w}) \quad (6)$$

由式(6)可知,一旦输出端参数确定,该参数在主曲线上的投影也即固定,同时,投影距离为凸。这为利用式(4)求解式(3)提供了简易求解的可能。

2.3 M-SVR 正则化求解

引入式(4)后,式(3)所示的 M-SVR 流形正则化仍需采用基于迭代的 IRWLS 方法求解。与文献[2]类似,为了构建 IRWLS 过程,引入损失函数 $L(u_i)$ 的一阶泰勒公式,可得到式的二次近似:

$$\begin{aligned} Lp''(\mathbf{W}, \mathbf{b}) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{w}^j\|^2 + \mu \sum_{j=1}^Q \|P_M(\mathbf{w}^j)\| + \\ &C \left(\sum_i^n L(u_i^k) + \frac{dL(u)}{du} \Big|_{u_i^k} \frac{u_i^2 - (u_i^k)^2}{2u_i^k} \right) = \\ &\frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \|\mathbf{w}^j\|^2 + \mu \sum_{j=1}^Q \|P_M(\mathbf{w}^j)\| + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i u_i^2 + CT \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $a_i = \begin{cases} 0, & u_i^k < \varepsilon \\ 2C(u_i^k - \varepsilon)/u_i^k, & u_i^k \geq \varepsilon \end{cases}$, k 为迭代次数, CT 为与 \mathbf{W} 和 \mathbf{b} 无关的高阶项。需要注意的是,一旦主曲线的结构确定, \mathbf{w} 在主曲线的投影 $f(\lambda_f(\mathbf{w}))$ 也就确定,并且在基于梯度下降的优化过程中不会改变。此时,为计算式(7)的解,分别设 $Lp''(\mathbf{W}, \mathbf{b})$ 的偏导为 0,并引入式(6),可得:

$$\nabla_{\mathbf{w}^j} Lp'' = (1 - 2\mu)\mathbf{w}^j + 2\mu f(\lambda_f(\mathbf{w}^j)) - \sum_i \varphi(\mathbf{x}_i) a_i (y_{ij} - \varphi^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{w}^j - b^j); j = 1, 2, \dots, Q \quad (8)$$

$$\nabla_{\mathbf{b}} Lp'' = - \sum_i a_i (y_{ij} - \varphi^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{w}^j - b^j) = 0; j = 1, 2, \dots, Q \quad (9)$$

合并上式,式(7)可利用下列线性方程组求解:

$$\begin{bmatrix} \Phi^T D_a \Phi + (1 - 2\mu)I & \Phi^T \mathbf{a} \\ \mathbf{a}^T \Phi & \mathbf{1}^T \mathbf{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^j \\ b^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T D_a \mathbf{y}^j - 2\mu f(\lambda_f(\mathbf{w}^j)) \\ \mathbf{a}^T \mathbf{y}^j \end{bmatrix}; j = 1, 2, \dots, Q \quad (10)$$

其中: $\Phi = [\varphi(\mathbf{x}_1), \varphi(\mathbf{x}_2), \dots, \varphi(\mathbf{x}_n)]^T$, $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T$, $(D_a)_{ij} = a_i \delta(i - j)$, $\mathbf{y}^j = [y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj}]^T$ 。

因此, M-SVR 流形正则化的 IRWLS 求解过程可描述如下:

算法 1 M-SVR 流形正则化的 IRWLS 算法。

输入: $\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}_{i=1}^n$ 。

输出: $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q$ 。

1) 设定初值 $k = 0$, $\mathbf{W}^k = \mathbf{0}$, $\mathbf{b}^k = \mathbf{0}$, 计算 u_i^k 和 a_i 。

2) 通过式(10)计算模型系数, 设为 \mathbf{W}^s 和 \mathbf{b}^s , 并定义下降

方向 $\mathbf{P}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{W}^s - \mathbf{W}^k \\ (\mathbf{b}^s - \mathbf{b}^k)^T \end{bmatrix}$ 。

3) 采用线性搜索, 计算 \mathbf{W}^{k+1} 和 \mathbf{b}^{k+1} , 得到 u_i^{k+1} 和 a_i 。若不

满足终止条件, 则返回 2)。

2.4 算法描述

根据 2.1 节所述的思路, 基于主曲线的 MIMO SVM 算法可描述如下:

算法 2 基于主曲线的 MIMO SVM 算法。

输入: $\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}_{i=1}^n$ 。

输出: $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q$ 。

1) 设置参数 C, μ 和迭代次数 $IterNum$, 计算式(1)得到 \mathbf{w}^j 的初始值;

2) 利用 K 主曲线计算穿过 $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q$ 的主曲线;

3) 利用算法 1 求解式(7)所示的 M-SVR 流形正则化, 得到 $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q$;

4) 若 $\mathbf{w}^1, \mathbf{w}^2, \dots, \mathbf{w}^Q$ 变化小于阈值, 或迭代次数达到 $IterNum$, 则退出, 否则返回 2)。

算法 2 采用交替优化的方法, 交替计算主曲线结构和求解 M-SVR 流形正则化。步骤 3) 中, 式(6)用来计算投影距离的梯度, 这等价于寻找低维流形的显式表示。同时, 在计算投影距离的梯度时, \mathbf{w}^j 到主曲线的正交投影 $f(\lambda_f(\mathbf{w}^j))$ 固定不变。为了方便求解式(10), 本文实验采用的是线性核 $K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \langle \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \rangle$, 也可以扩展为多项式核等非线性函数。

3 实验验证

本文分别采用仿真数据和圆柱壳振动工程数据验证所提算法的性能, 并引入标准 M-SVR 算法和最小二乘 SVM (LS-SVM)^[9] 做对比测试, 其中, 后者采用 LS-SVM 对每个输出端独立建模。本文所提算法简称 PM-SVR。M-SVR 和 LS-SVM 都采用 RBF 核函数 $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2/\sigma^2)$, 核参数 $\sigma = 0.2$ 。此外, 三个算法的正则化参数保持一致: M-SVR 和 PM-SVR 的正则参数 C 取值 100, LS-SVM 的正则参数 γ 则取 $1/2C$; PM-SVR 的另一参数 μ 设为 10; 所有样本被线性归一化到 $[-1, 1]$ 。

3.1 仿真数据

首先利用式(11)生成符合 i. i. d 条件的 100 个样本 $\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\} \in \mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^4$ 。其中, x_1 和 x_2 均匀采样至 $[-1, +1]$ 。 n_{ij} 是均值为 0、标准差为 0.5 的高斯噪声。随机抽取 70 个样本用于训练, 其余 30 个用于测试。实验重复 30 次, 均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 值如表 1 所示。

$$\begin{cases} y_1 = 4\sin x_1 - \frac{2\sin(\pi x_2)}{\pi x_2} + 5 + n_{n1} \\ y_2 = 3\sin x_1 - 3\cos x_2 + 2 + n_{n2} \\ y_3 = \frac{-5\sin(\pi x_1)}{\pi x_1} + 4\sin x_2 + 1 + n_{n3} \\ y_4 = \frac{4\sin(\pi x_1)}{\pi x_1} - 2\cos x_2 - 3 + n_{n4} \end{cases} \quad (11)$$

表 1 30 次重复实验的 RMSE 及标准差

函数	训练误差			测试误差		
	LS-SVM	M-SVR	PM-SVR	LS-SVM	M-SVR	PM-SVR
y_1	0.038 7(0.009 3)	0.041 3(0.013 5)	0.042 2(0.006 7)	0.102 1(0.117 4)	0.075 2(0.085 3)	0.072 9(0.058 2)
y_2	0.052 0(0.022 1)	0.062 5(0.025 2)	0.060 2(0.010 3)	0.115 2(0.083 9)	0.082 4(0.070 2)	0.069 2(0.059 7)
y_3	0.045 6(0.024 6)	0.042 1(0.031 1)	0.048 1(0.027 6)	0.130 1(0.118 4)	0.095 6(0.101 9)	0.091 6(0.087 2)
y_4	0.062 0(0.037 3)	0.073 2(0.042 8)	0.064 5(0.028 5)	0.149 2(0.105 2)	0.114 8(0.070 2)	0.092 5(0.073 4)

表1中括号内数据为30次重复实验RMSE值的标准差。可以看到,尽管采用了线性核,PM-SVR在四个输出端都取得了最小的预测误差,同时,标准差也取得了最小值(表1中黑体所示)。这说明本文所提算法可以有效提高MIMO预测精度和数值稳定性。需要说明的是,与标准M-SVR相比,PM-SVR并未取得非常明显的改进,尤其在 y_1 和 y_3 上,精度提高幅度较小。这可能与构造的MIMO模型参数较少、流形结构不明显有关。但是,利用LS-SVM对每个输出端独立建模,很容易造成过学习,几乎所有输出端的训练误差都最低,与之对应的是,两种MIMO算法的预测误差都低于LS-SVM,这恰恰反映了MIMO的优点:利用多个输出端之间的依赖关系,增加模型的信息含量。而对输出端之间的依赖关系进行深入挖掘,则可以提高建模的精度和稳定性。同时,对计算时间也进行了测试。采用Matlab 2010a仿真软件,计算机CPU为Core2, 2.66 GHz,内存为3.37 GB,LS-SVM用时10.621 s, M-SVR用时4.857 s,PM-SVR用时13.562 s。其中LS-SVM需要对每个输出端依次建模,因此耗时比直接对四个输出端统一建模的M-SVR有显著增加,这也能说明MIMO建模方式的优点。同时,PM-SVR收敛速度较快,用时并未比LS-SVM显著增加。由于本文主要关注预测效果的提升,因此并未对耗时增加有明确限制,且上述耗时的增加在可以接受的范围之内。

3.2 圆柱壳振动数据

圆柱壳是机械设计、航天航空领域一种常见的标准件。目前,利用圆柱壳振动数据进行力学环境预示已得到广泛应用^[10]。它的基本原理是认为同一刚体结构在不同边界条件下的响应信号(如加速度响应)具有内在的相似性,因而可利用结构在一种边界条件下的响应信号,预测其在另一种边界条件下的响应,从而达到缩短设计周期、降低实验成本的目的。在此前的研究中,SVM已被成功应用于上述力学环境预示问题,限于篇幅,具体技术细节可参考文献[10]。图1为本实验采用的圆柱壳振动实验平台,其中通过LMS Virtual Lab软件构建了有限元模型,并在真实的振动台上搭建了随机振动系统,分别测试算法在时域和频域下的效果。

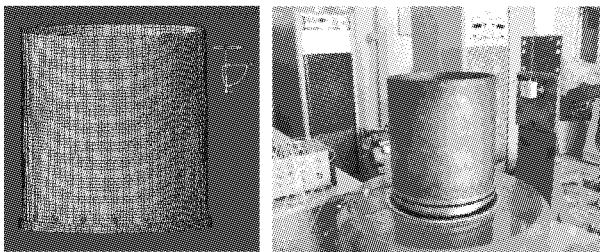


图1 圆柱壳振动系统构成

图1中,壳体表面共有8圈测点,每圈放置18个加速度传感器。其中:图1(a)为用于产生冲击时域仿真数据;图1(b)为用于产生随机振动实验数据,经过Burge法平滑去噪后,转换为频域功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)数据。实验采用镁铝合金夹具的响应数据预测钢夹具的响应,具体实验设置可参见文献[10]。目前,利用SVM进行预示建模时,需对每一个时间点或频率的数据建立一个SVM模型。这种方法无法利用不同时间点或频率之间蕴含的信息。如果

同时对于一个测点的全时段或全频段进行统一建模,则上述力学环境预示问题就演变为一个MIMO模型。本实验选择时段为1~500,频段为1~1000 Hz,因此时域MIMO模型的输入和输出维各为500,频域下为1000。为便于显示,选择第3圈第5个测点为对象,图2给出了三个算法的对比效果。

由图2可知,PM-SVR比M-SVR和LS-SVM更接近真实的响应信号(Real),尤其在主峰处。这表明本文所提算法可有效利用时间点和频率间的有效信息,从而提高模型泛化性能。即便采用了线性核,通过主曲线进行领域信息的传递,依然可以取得比径向基函数(Radial Basis Function, RBF)核更好的效果。与4.1节类似,M-SVR的建模效果同样优于LS-SVM,这也表明了MIMO建模的优势。需要说明的是,图2(a)为仿真数据,为模拟实际情况,实验时添加了5%的白噪声。其他测点也有类似的对比效果,限于篇幅不再给出。

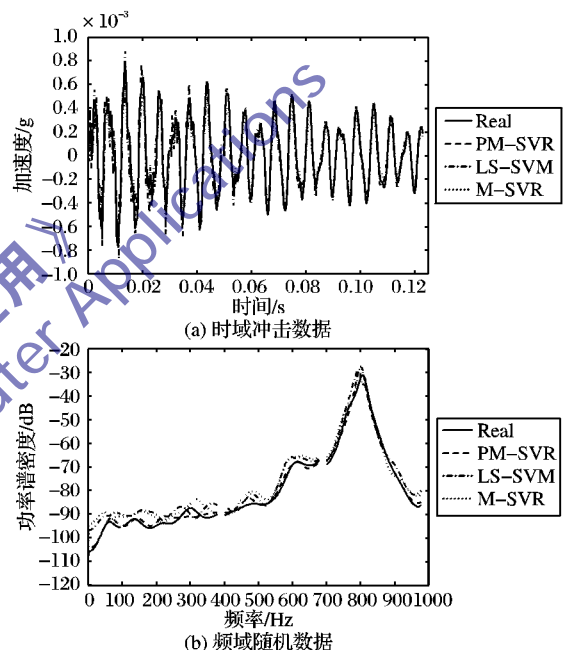


图2 单测点全时/频段预示效果对比

表2给出了所有物理测点RMSE误差、平均相对误差和用时的平均值。对比表1可以看出,PM-SVR在两种误差指标都取得了最低的误差,预测误差远低于M-SVR和LS-SVM。这表明,模型参数较多时,主曲线可以有效表示输出端的依赖关系,从而提高预测效果。同时,由于输出端数量的增加,LS-SVM的用时大大增加,与此相反,基于MIMO方式的建模所需时间较少,其中,PM-SVR以略高的用时为代价,获得了预测误差的有效降低。

表2 三种算法的平均预测误差

数据	算法	均方根误差	平均相对误差/%	用时/s
时域 冲击数据	LS-SVM	1.03e-004	12.27	63.470
	M-SVR	3.51e-005	5.28	3.153
	PM-SVR	2.01e-005	3.48	11.814
频域 随机数据	LS-SVM	6.24e-003	25.16	128.540
	M-SVR	3.72e-003	15.29	3.682
	PM-SVR	2.21e-003	12.71	10.248

- [5] COLLINS P. Continuity and computability of reachable sets [J]. Theoretical Computer Science, 2005, 341(1): 162 – 195.
- [6] ASARIN E, BOURNEZ O, DANG T, *et al.* Approximate reachability analysis of piecewise linear dynamical systems[C]// Hybrid Systems: Computation and Control, LNCS 1790. London: Springer, 2000: 21 – 31.
- [7] KURZHANSKIY A, VARAIYA P. Ellipsoidal techniques for reachability analysis of discrete-time linear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(1): 26 – 38.
- [8] THOMAS S, ASHISH T. Verification and synthesis using real quantifier elimination[C]// The 36th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation. New York: ACM, 2011: 329 – 336.
- [9] COLAS L G, ANTOINE G. Reachability analysis of hybrid systems using support functions[C]// Proceedings of the 21th International Conference on Computer Aided Verification, LNCS 5643. Berlin: Springer, 2009: 540 – 554.
- [10] FREHSE G. PHAVER: algorithmic verification of hybrid systems past HyTech[J]. International Journal on Software Tools for Technology Transfer, 2008, 10(3): 263 – 279.
- [11] SILVA B, RICHESON K, KROGH B, *et al.* Modeling and verifying hybrid dynamic systems using CheckMate[C]// Proceedings of the 4th International Conference on Automation of Mixed Processes. Dortmund: Shaker, 2000: 323 – 328.
- [12] FREHSE G, GUERNIC C L, DONZE A, *et al.* SpaceEx: Scalable verification of hybrid systems[C]// Proceedings of the 23th International Conference on Computer Aided Verification, LNCS 6806. Berlin: Springer, 2011: 379 – 395.
- [13] EUGENE A, THAO D, ODED M. The d/dt tool for verification of hybrid systems[C]// Proceedings of the 14th International Conference on Computer Aided Verification, LNCS 2404. Berlin: Springer, 2002: 365 – 370.
- [14] EUGENE A, THAO D, ANTOINE G. Reachability analysis of nonlinear systems using conservative approximation[C]// Proceedings of the 6th ACM International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. New York: ACM, 2003: 20 – 35.
- [15] ASARIN E, DANG T, GIRARD A. Hybridization methods for the analysis of nonlinear systems[J]. Acta Informatica, 2007, 43(7): 451 – 476.
- [16] DANG T, MALER O, TESTYLER R. Accurate hybridization of nonlinear systems[C]// Proceedings of the 13th ACM International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control. New York: ACM, 2010: 11 – 20.
- [17] HENZINGER T A, WONG-TOI H. Linear phase-portrait approximations for nonlinear hybrid systems[C]// Hybrid Systems III: Verification and Control, LNCS 1066. Berlin: Springer, 1996: 377 – 388.
- [18] YANG L, ZHOU C, ZHAN N, *et al.* Recent advances in program verification through computer algebra[J]. Frontiers of Computer Science in China, 2010, 4(1): 1 – 16.
- [19] XIA B. DISCOVERER: A tool for solving semi-algebraic systems[J]. ACM Communications in Computer Algebra, 2007, 41(3): 102 – 103.
- [20] HONG H, EI DIN M S. Variant real quantifier elimination: algorithm and application[C]// Proceedings of the 2009 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation. New York: ACM, 2009: 183 – 190.
- [21] BROWN C W. QEPCAD B – a program for computing with semi-algebraic sets using CADs[J]. ACM SIGSAM Bulletin, 2003, 37(4): 97 – 108.
- [22] STURM T. REDLOG online resources for applied quantifier elimination[J]. Acta Academiae Aboensis, 2007, 67(2): 177 – 191.
- [23] RATSCHAN S, SHE Z. Safety verification of hybrid systems by constraint propagation-based abstraction refinement[J]. ACM Transactions on Embedded Computing Systems, 2007, 6(1): Article No. 8.

(上接第 1284 页)

4 结语

提高 MIMO 建模效果的关键在于有效利用输出端之间蕴含的背景知识,而这需要对输出端之间的依赖关系进行有效的界定和建模。而直接采用回归分析建模,无法有效描绘输出端参数的真实关系。本文假设 MIMO 输出端的模型参数位于一个流形之上,在现有的 M-SVR 的基础上,构建了基于流形正则化的 MIMO 算法,并采用主曲线作为低维流形的表示,计算各输出端参数到该流形的投影距离,最终采用交替优化的方法,优化得到最优模型参数,并在仿真数据和圆柱壳振动数据集验证了该算法的有效性。该方法的特点主要是构建了流形正则化的优化目标,因此也适用于其他形式的 MIMO SVM 算法。

参考文献:

- [1] 周欣然,滕召胜,赵新闻. 基于 LSSVM 的 MIMO 系统快速在线辨识方法[J]. 计算机应用, 2009, 29(8): 2281 – 2284.
- [2] SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ M, DE-PRADO-CUPLIDO M, ARENAS-GARCÍA J, *et al.* SVM multiregression for nonlinear channel estimation in multiple-input multiple-output systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(8): 2298 – 2307.
- [3] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer, 1995.
- [4] MAO W T, TIAN M, YAN G R. Research of load identification based on multiple-input multiple-output SVM model selection[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineers Science, 2012, 226(5): 1395 – 1409.
- [5] 李建伟,汪友华,吴清. 基于多维输出支持向量回归机的脑电源定位[J]. 中国组织工程研究与临床康复, 2009, 13(17): 3256 – 3259.
- [6] 张军平,王珏. 主曲线研究综述[J]. 计算机学报, 2003, 26(2): 129 – 146.
- [7] KÉGL B, KRZYŻAK A, LINDER T, *et al.* Learning and design of principal curves[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(3): 281 – 297.
- [8] 齐红威,张军平,王珏. 主曲线异常检测及其在股票市场中的应用[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(8): 1306 – 1311.
- [9] CAWLEY G C, TALBOT N L C. Preventing over-fitting during model selection via Bayesian regularisation of the hyper-parameters[J]. Journal of Machine Learning Research, 2007, 8: 841 – 861.
- [10] 毛文涛. 支持向量回归机模型选择研究及在综合力学环境预示中的应用[D]. 西安: 西安交通大学, 2011.