

基于 dyna971 的数控镗铣机床动态模拟仿真

武友德^{1,2*}, 朱留宪², 李柏林¹

(1. 西南交通大学 机械工程学院, 成都 610031; 2. 四川工程职业技术学院 机电工程系, 四川 德阳 618000)

(* 通信作者电子邮箱 978950343@qq.com)

摘要:落地式数控镗铣机床结构复杂, 为保证机床具有良好的动态性能, 在开发设计该类机床时要进行整机的动态模拟仿真分析。针对这一要求, 提出一种实际设计中实用化程度较高的机床动态模拟仿真思路, 首先对数控落地镗铣机床样机进行模态试验, 获取床身-滑座、滑座-立柱、立柱-主轴箱等结合面的模态参数, 在对模态参数进行有限元方法优化识别后, 利用 COMBIN14 单元模拟优化后的结合部参数建立机床整机有限元模型。在 dyna971 软件平台对整机有限元模型进行动态模拟仿真, 从模拟仿真分析结果可以看出机床在受到外界作用力时, 其输出的应力和应变变化波形平稳, 说明经过上述分析而设计出的机床具有良好的动态性能。目前, 该研究成果已应用于此类型机床的批量生产。

关键词:镗铣床; 模态试验; 结合面; 参数识别; 有限元模型; 动态仿真

中图分类号:TP391.9 **文献标志码:**A

Dynamic simulation based on dyna971 for computer numerical control boring and milling machine

WU Youde^{1,2*}, ZHU Liuxian², LI Bailin¹

(1. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China;

2. Department of Electromechanical Engineering, Sichuan Engineering Technical College, Deyang Sichuan 618000, China)

Abstract: To ensure good dynamic performance, a dynamic simulation analysis is needed for Computer Numerical Control (CNC) floor type boring and milling machine in the design stage because of its complex structure. According to the request, a dynamic simulation idea with a practical effect was presented. The proposed scheme firstly obtained modal parameters of joint surface such as bed-slide, slide-column, column-spindle box via the modal test of CNC floor boring and milling machine tool prototype; then joint parameters obtained by finite element optimization identification of modal parameters and furthermore simulated by COMBIN14 element were used to establish the finite element model of CNC. With the dynamic simulation on the dyna971 software platform, a good dynamic characteristic was displayed due to reposeful waveform of stress and strain, while machine tool was subject to external force effect. At present, the research result had been integrated into batch production of this kind of machine.

Key words: boring and milling machine; modal test; joint surface; parameter identification; finite element model; dynamic simulation

0 引言

受某企业的委托, 研究、开发 TJK6916 数控落地式镗铣床。该机床主要由床身、滑座、立柱和主轴箱等组成, 机床结构相对复杂。该类型机床的加工范围广, 对机床的动态性能要求高。目前对于这类机床通常通过外部击振的方式来拾取信号, 并进行谐响应分析来获知机床的动态特性。dyna 是世界上著名的通用显式非线性动力分析程序, 能够模拟真实世界的各种复杂几何非线性、材料非线性和接触非线性问题, 特别适合求解各种二维、三维非线性结构的高速碰撞、爆炸和金属成型等非线性动力冲击问题, 同时可以求解传热、流体及流固耦合问题。镗铣床动态模拟仿真属于接触非线性问题, 因此, 本文采用 dyna 仿真程序进行模拟, 提出了一种基于 dyna971 软件的数控镗铣机床动态模拟仿真方法。首先按照用户的使用要求设计图纸, 制造出机床样机并对样机进行模态试验, 获取床身-滑座、滑座-立柱、立柱-主轴箱等部件的各结合面的刚度和阻尼参数, 再利用有限元进行参数的优化识

别; 将优化识别出的刚度和阻尼参数用 COMBIN14 单元进行模拟, 构建完全引入结合部刚度和阻尼参数的 TJK6916 整机有限元模型^[1]; 对整机进行模态分析找出机床的薄弱环节, 进行结构优化, 依据优化后的机床结构, 基于 dyna971 对机床进行整机动态特性模拟仿真。经过模拟仿真分析结果可以看出机床在受到外界作用力时, 其输出的应力和应变波形平稳, 说明经过上述分析而设计出的机床具有良好的动态性能。目前基于这一研究成果而设计制造的 TJK6916 数控落地式镗铣床已投入批量生产, 投入市场使用后用户反映良好。

1 模态试验分析

1.1 模态试验分析概述

模态分析就是用模态参数来表征结构的动态特性, 结构动态特性可以采用解析分析和试验分析。从数学角度上讲模态参数指的是力学系统运动微分方程中的特征值和特征矢量; 从试验测试方面来说试验测得的是系统的极点(固有频率和阻尼)和振型(模态向量)。模态分析包括频域分析法和

收稿日期: 2013-01-11; 修回日期: 2013-03-08。 基金项目: 中国重装基地基金资助项目(2006GG002)。

作者简介: 武友德(1965-), 男, 四川德阳人, 教授, 博士研究生, 主要研究方向: 机械设计、自动测控; 朱留宪(1986-), 男, 山东青岛人, 助教, 硕士, 主要研究方向: 精密测控与系统; 李柏林(1962-), 男, 广西桂林人, 教授, 博士, 主要研究方向: 机械设计及优化、图形图像处理。

时域分析法。频域分析方法主要通过单点激振频响函数法、多点稳态正弦激振法、伪随机激振法等来实现。随着快速傅里叶变化计算技术的出现和成熟,极大地推动了模态分析技术的发展,此方法在微型计算机上的实现大大地提高了效率,使得频响函数的测定比用模拟量的测量更节省时间。时域分析法则是通过系统受到瞬时外界作用力后,从系统做自由衰减振动的信号中来获取模态参数,显然这种方法没有系统的输入信息的,所以只能获取部分模态参数^[2]。对机床进行试验模态分析,必须先制造出机床样机,对机床样机结构进行激振,选取合适的传感器获取被测结构的激励和响应信号,然后对获取的信号进行模态分析^[3-4]。

1.2 模态试验分析系统

本文的设计主要包括振动激励系统、测量系统和数据采集处理系统的模态试验分析系统,如图 1 所示。

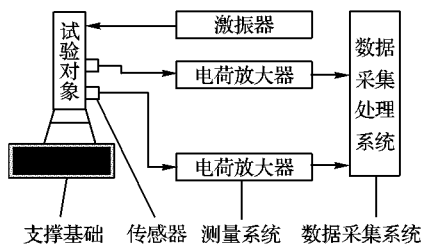


图 1 模态试验分析系统

1) 振动激励系统。本文采用了锤击法激励机床振动,即利用锤击脉冲激励法进行模态试验,该方法是一种宽频带的快速激励方法。具体做法是采用单点激振、多点拾振的锤击法进行信号采集,即给机床输入一个力的瞬时信号,分别对应采用三个振动加速度传感器拾取输出信号。

2) 测量系统。主要由 Kistler 公司生产的便携式数字采集设备和型号为 K-Shear 的 Kistler 加速度传感器组成。该测量系统配备了量程为 10 V、单通道采样频率 5 kHz 的 5134 B 型信号调节仪,它既能为压电加速度传感器提供电源,又能进行信号处理。

3) 数据采集处理系统。采用 DEWESoft 6.5.1 和 Matlab 对试验采集到的振动信号进行时域和频域分析。从上至下依次锤击立柱时,其底部测点位置的 X、Y、Z 方向在锤击激励下均可拾取到振动加速度原始信号。由于三个方向上的振动加速度信号属于同一类型,本文只给出 X 方向上的振动加速度信号,如图 2 所示。

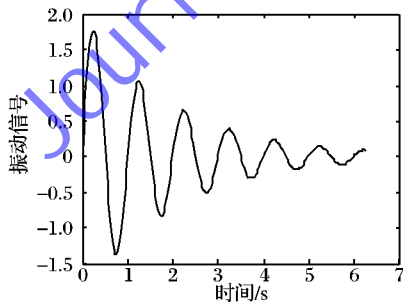


图 2 立柱底部拾取的 X、Y、Z 方向的振动加速度信号

2 机床结合面参数识别

2.1 模态试验分析信号处理流程

首先对所拾取的振动信号进行“模态抗混滤波”,本文主要采用 AVD(Android Virtual Device)高精度测振仪来完成这一工作;其次是采用该仪器的功能实现“模数(Analog-Digital,

A/D)转换”;然后把经过滤波和“A/D 转换”的信号导入 LabVIEW 软件,编写出适用的程序做“选带分析”;再进行“加窗处理”,对处理后的信号进行“数据平均”处理;最后做“相干分析”计算和参数识别。模态信号处理流程如图 3 所示。

2.2 模态辨识程序开发

基于 LabVIEW 软件的模态辨识程序开发,主要设置了前面板程序开发窗口和后面板程序开发窗口。依据这两个窗口开发模态辨识程序。按照图 3 所示的信号处理流程,首先调用信号加窗下拉菜单选框来选取相应的加窗函数;然后调用辨识参数设置菜单选框来设置、识别模态参数并点击运行,通过这样的一些步骤该程序就能对采集的信号进行处理,这时就可以通过设在前面板模态参数辨识选框中显示经过辨识的模态参数。其显示的主要参数包括各阶的信号、功率谱、幅值谱和互功率谱,图 4 为其模态参数识别程序原理。

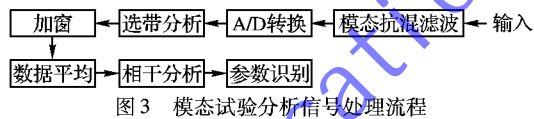


图 3 模态试验分析信号处理流程

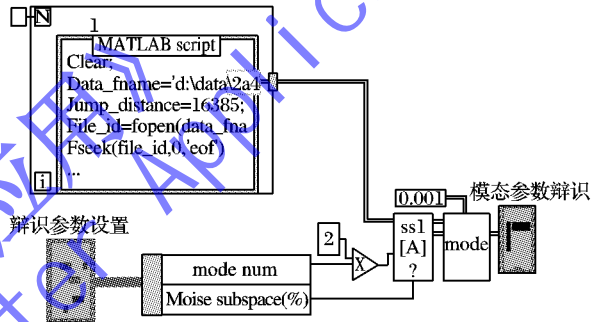


图 4 模态参数识别原理

2.3 机床结合面模态参数优化辨识

TJK6916 数控落地式镗铣床机床主要有床身-滑座、滑座-立柱、立柱-主轴箱、主轴箱-滑枕等结合面。本文对所有结合面的参数识别都进行了研究,由于篇幅限制,本文只介绍滑座-立柱结合面参数优化识别^[5]。首先将床身固定在刚性地面上,滑座通过滑动导轨连接在床身上,按照试验原理在立柱至上而下选择了 20 个测点对数据进行采集。将拾取的数据按照处理流程导入编写好的 LabVIEW 模态参数识别程序,得到表 1 所示经过分析辨识得到的模态参数。

表 1 滑座-立柱结合面前四阶模态参数

| 阶数 | 频率/Hz | 阻尼比/% | 振型 |
|----|--------|-------|---------------|
| 1 | 40.34 | 2.62 | X 向摆动 |
| 2 | 44.82 | 3.35 | Z 向摆动 |
| 3 | 112.34 | 3.47 | 绕 Z 轴扭转 |
| 4 | 143.58 | 3.41 | Y 轴局部挤压、X 向扭转 |

按照机床设计图纸,建立滑座-立柱结合的实体有限元模型,再经模态分析得出各阶固有频率和相应振型如表 2 所示。各阶固有频率对应的振型如图 5 所示。

表 2 前 6 阶固有频率和相应的振型

| 阶数 | 频率/Hz | 阻尼比/% | 振型 |
|----|---------|-------|----------------------|
| 1 | 43.203 | 2.45 | 图 5(a)所示,X 向摆动 |
| 2 | 44.509 | 3.15 | 图 5(b)所示,Z 向摆动 |
| 3 | 66.798 | 2.78 | 图 5(c)所示,Y 轴挤压 |
| 4 | 108.240 | 4.17 | 图 5(d)所示,立柱中间凹陷 |
| 5 | 119.040 | 3.19 | 图 5(e)所示,绕 Y 轴扭转 |
| 6 | 151.160 | 2.94 | 图 5(f)所示,Y 轴挤压、X 向扭转 |

2.3.1 刚度参数优化识别

刚度参数优化识别步骤如下。

第1步 确定设计变量。一般以床身与滑座结合面三个方向的刚度 K_x 、 K_y 、 K_z 作为设计变量。

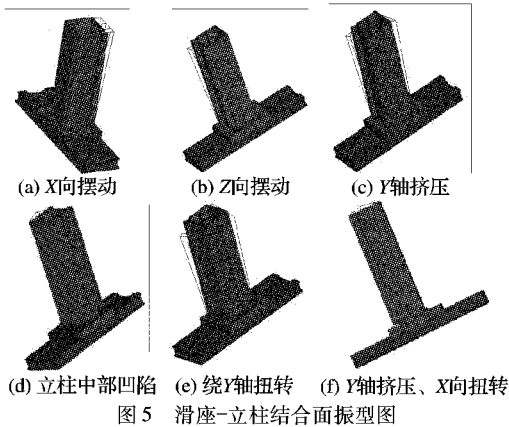


图5 滑座-立柱结合面振型图

第2步 确定状态变量。这里以与模态试验辨识1,2,3阶频率相对应的理论计算得到的第2,3,5阶频率作为状态变量。

第3步 设计优化目标函数,如式(1):

$$\min f(k) = 0.4[(f_{2cal} - f_{1test})/f_{1test}]^2 + 0.3[(f_{3cal} - f_{2test})/f_{2test}]^2 + 0.3[(f_{5cal} - f_{3test})/f_{3test}]^2 \quad (1)$$

其中: f_{2cal} 为2阶理论计算频率; f_{3cal} 为3阶理论计算频率; f_{5cal} 为5阶理论计算频率; f_{1test} 为1阶试验测试频率; f_{2test} 为2阶试验测试频率; f_{3test} 为3阶试验测试频率。

理论计算出的2,3,5阶频率相差不大,按照相关分析原则决定加权系数分别取0.4,0.3,0.3,经后面的优化后得到了很好的识别结果。

第4步 进行结合面刚度优化识别。在工程实际中由于一阶优化方法采用的是因变量的一阶偏导数,在一般因变量变化不是很大的情况下,且设计空间也相对较大时此种方法可以获得很高精度,所以在工程应用中常常采用一阶优化法。表3所示是经过一阶经优化识别得到的参数。

表3 经优化识别得到的结合面优化参数

| 坐标 | 单元刚度/(N·m ⁻¹) | 总刚度/(N·m ⁻¹) |
|----|---------------------------|--------------------------|
| X | 4.5E8 | 6.8E9 |
| Y | 6E9 | 9E10 |
| Z | 5.3E8 | 8E9 |

2.3.2 阻尼参数优化识别

步骤如下。

第1步 确定设计变量。一般以床身与滑座结合面三个方向的阻尼 C_x 、 C_y 、 C_z 作为设计变量。

第2步 确定状态变量。这里以与模态试验辨识1,2,3阶阻尼相对应的理论计算得到的第2,3,5阶阻尼作为状态变量。

第3步 设计目标函数(取k阶),得到式(2):

$$\min f(k) = 0.4[(\xi_{2cal} - \xi_{1test})/\xi_{1test}]^2 + 0.3[(\xi_{3cal} - \xi_{2test})/\xi_{2test}]^2 + 0.3[(\xi_{5cal} - \xi_{3test})/\xi_{3test}]^2 \quad (2)$$

其中: ξ_{2cal} 为2阶理论计算阻尼; ξ_{3cal} 为3阶理论计算阻尼; ξ_{5cal} 为5阶理论计算阻尼; ξ_{1test} 为1阶试验测试阻尼; ξ_{2test} 为2阶试验测试阻尼; ξ_{3test} 为3阶试验测试阻尼。

第4步 进行阻尼优化识别。这里仍然采用一阶优化方

法进行识别,结果(如表4所示)为经优化识别后结合面阻尼参数。

表4 经优化识别后机床与滑座结合面阻尼参数

| 坐标 | 单元阻尼/(Nm·s ⁻¹) | 总阻尼/(Nm·s ⁻¹) |
|----|----------------------------|---------------------------|
| X | 2170.8 | 32562 |
| Y | 3845.6 | 57684 |
| Z | 2732.8 | 40992 |

根据上述思想,可以分别对床身-滑座、立柱-主轴箱、主轴箱-滑枕等结合面进行参数优化识别,由于篇幅所限在此不再叙述。

3 建立机床整机有限元模型

在有限元模型中,采用 COMBIN14 单元模拟经优化识别后各结合面的刚度和阻尼。为了区分结合面法向和切向上的刚度、阻尼,应在一对结合面接触点的 X、Y、Z 三个自由度上分别生成一个 COMBIN14 单元,则结合面上一对接触点需用三个 COMBIN14 单元分别模拟两个切向和一个法向的刚度和阻尼^[6-7]。

本文采用了混合网格划分技术对床进行网格划分^[8-9],累计起来总共划分了节点154786个,三维实体单元341047个,梁单元23478个,COMBIN14单元126个,从而构建了在充分考虑机床机构结合面问题后,得到的TJK6916数控落地镗铣床的整机有限元模型如图6所示。在建立了考虑结合面问题的整机有限元模型后,还可以通过试验验证有限元模型的有效性,并经过模态分析寻找到机床的薄弱环节^[10],从而有针对性地进行机床结构的优化设计。

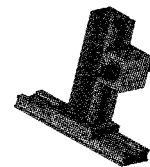


图6 TJK6916 整机有限元模型

4 机床动态模拟仿真

4.1 前处理

在 anasys 中定义镗床床身和主轴箱单元类型、材料、定义网格尺寸、划分网格,输出 k 文件;在 ls-prepost 中编辑 k 文件,定义主轴箱运动关键字及边界条件,编辑完成后,递交 dyna971 求解器求解,并运用 ls-prepost 对计算后的结果后处理。运用动态模拟仿真,观察主轴箱在上下移动时对镗床床身的影响,然后进行床身应力、应变及能量的后处理^[11]。

4.2 模拟仿真边界条件定义

为了简化计算,定义主轴箱为刚体,对主轴箱施加重力并赋予其一定的速度;对镗床底座四条边施加统计过程控制(Statistical Process Control,SPC)约束^[12](如图7所示),固定镗床;添加接触力、应变及材料能量总变形等 ASCII 文件关键字。

4.3 结果分析

先进行等效应力分析。在主轴箱刚开始运动阶段的等效应力分布如图8所示。主轴箱运动一定时间的等效应力分布如图9~10所示。由等效应力变化可看出,在主轴箱上下移动的过程中,等效应力的最大值变化范围集中在主轴箱与机身导轨的接触处。

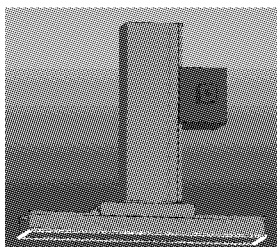


图7 镗床底座四条边施加 SPC 约束

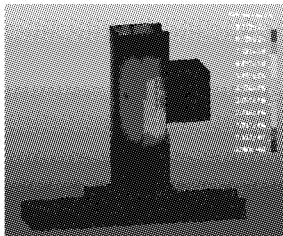
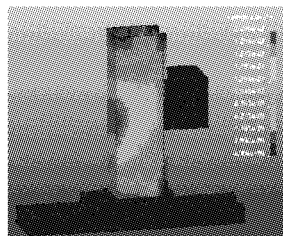
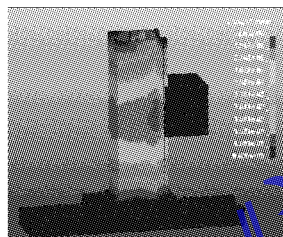


图8 主轴箱开始运动阶段时等效应力分布

图9 主轴箱运动到某一时刻 t_1 的等效应力分布图10 主轴箱运动到某一时刻 t_2 的等效应力分布

4.4 应变分析

主轴箱刚开始运动阶段时的机床立柱的应变如图 11 所示。主轴箱运动到一定阶段时立柱的应变如图 12 所示。由立柱应变情况的变化说明,在主轴箱向下移动的过程中,应变最大值的位置往主轴箱和机身接触处移动。

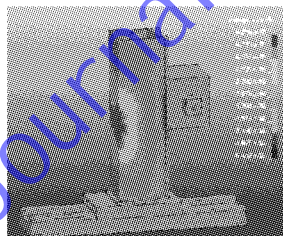


图11 主轴箱刚开始运动阶段的立柱的应变

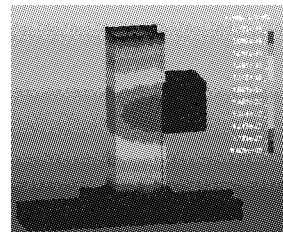


图12 主轴箱运动到一定阶段时立柱的应变

4.5 能量和力的变化曲线图

能量的变化曲线如图 13 所示。主轴箱运动时,立柱受力

的变化曲线如图 14 所示。由能量变化曲线和力的变化曲线图可看出,曲线变化平稳,说明优化后的机床结构动态性能良好^[13]。

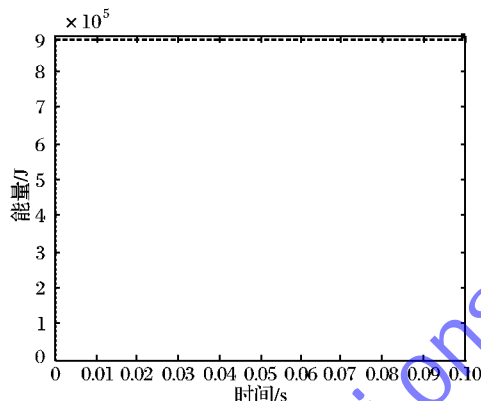


图13 总能量变化曲线

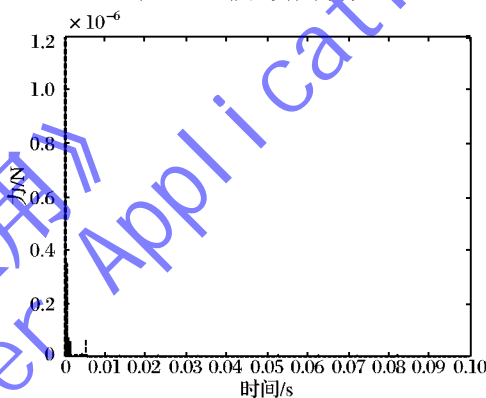


图14 立柱受力的变化曲线

5 结语

本文通过对 TJK6916 落地式镗铣床的结合面参数的优化识别,建立了充分考虑结合面参数的整机有限元模型,并根据有限元分析找出机床的薄弱环节,进行机床结构的整体优化设计。相比于其他仿真分析,本文所建立的有限元模型更真实地反应了机床实际状况,而且理论上仿真分析的结果与试验情况一致,验证了本文方法的可行性和实用性。另外,将世界上著名的通用显式非线性动力分析程序 dyna 引入到的机床的优化设计中,解决了属于接触非线性问题的镗铣床机床动态模拟仿真问题。由仿真情况可知,机床在受到外界作用力时,其输出的应力和应变波形平稳,说明经过上述分析而设计出的机床具有良好的动态性能。本文的研究成果将为同类机床的开发提出了理论支撑。目前,按照这一思路开发的机床已经投入批量生产,投入市场后用户的反映良好。

参考文献:

- [1] 崔志琴,杨瑞峰.复杂机械结构的参数化建模及模态分析[J].机械工程学,2008,44(2):234-237.
- [2] 曹树谦.振动结构模态分析:理论、实验与应用[M].天津:天津大学出版社,2001.
- [3] TRAVIS J, KRING J, 乔瑞萍. LabVIEW 大学实用教程[M].北京:电子工业出版社,2008.
- [4] 魏要强,李斌,毛新勇,等.数控机床运行激励实验模态分析[J].华中科技大学学报,2011,39(6):79-82.
- [5] 毛宽民,黄小磊,田红亮,等.机床固定结合面参数识别及其拟合方法[J].华中科技大学学报,2011,39(3):18-21.

(下转第 2086 页)

如式(10):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 41.67y_1 - 37.04x_1 \\ \frac{dy_1}{dt} = -5.56x_1 - 10.00x_1z_1 + 25.64y_1 \\ \frac{dz_1}{dt} = 3.70x_1y_1 - 3.03z_1 \end{cases} \quad (10)$$

响应系统状态方程为:

$$\begin{cases} \frac{dx_2}{dt} = 41.67y_2 - 37.04x_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = -5.56x_2 - 10.00x_2z_2 + 25.64y_2 \\ \frac{dz_2}{dt} = 3.70x_2y_2 - 3.03z_2 \end{cases} \quad (11)$$

文献[14]已经证明,只有响应系统所有条件的 Lyapunov 指数均为负时,才能达到响应系统与驱动系统同步,计算表明,响应系统在 y_1 驱动下的 3 个条件 Lyapunov 指数分别为 $\lambda_1 = -9.35$, $\lambda_2 = -14.99$, $\lambda_3 = -15.72$, 均小于 0, 说明两个系统的初始误差无论多大, 整个系统最终都可以达到稳定同步。进行数值仿真, 在驱动系统的初值为 $(x_1, y_1, z_1) = (0.1, 0.1, 0.1)$ 、响应系统的初值为 $(x_2, y_2, z_2) = (1.1, 1.1, 1.1)$ 时, 其误差曲线: $e_1 = x_2 - x_1$, $e_2 = y_2 - y_1$ 和 $e_3 = z_2 - z_1$, 两系统的同步效果如图 5 所示。

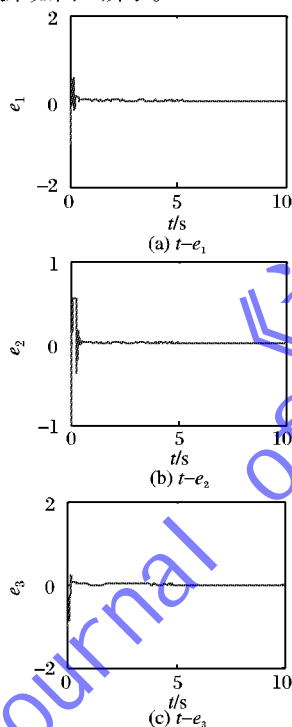


图5 驱动系统与响应系统的误差曲线

图5表明,经过5s左右,响应系统与驱动系统的同步效果很好,因此系统产生同步的控制方法是合适的,并且系统结构简单,容易实现。标度化 Chen 氏系统的同步表明该系统适用于保密通信系统。

4 结语

本文以 Chen 氏系统为基础,对其 3 个无量纲变量按比例扩大/缩小变换,设计出标度化 Chen 氏系统,并对其进行了理论分析;对标度化 Chen 氏系统进行微分-积分变换和时间尺度变换,设计出硬件电路,理论分析和电路实验结果均表现出标度化混沌行为,输出的结果在 ± 5 之内,表明该系统可以应用于工业产品。对标度化 Chen 氏系统的同步控制进行了研究,其同步表明该系统适用于保密通信方面的应用。标度化设计、硬件电路实现和同步控制的方法,具有普适性,在其他一些连续混沌系统中应用也不失其一般性。

参考文献:

- [1] 李春来,禹思敏. 一个新的超混沌系统及其自适应追踪控制[J]. 物理学报, 2012, 61(4): 040504.
- [2] JAMAL M N, AMMAR N N. Chaos control using sliding-mode theory [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2007, 33(2): 695-702.
- [3] 薛华,韩春艳. 数字混沌信号发生器的设计与实现[J]. 计算机应用, 2010, 30(11): 3134-3137.
- [4] ZHANG C X, YU S M. Design and implementation of a novel multi-scroll chaotic system [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(1): 119-129.
- [5] 吕恩胜,裴东. 一种新的图像保密通信系统设计[J]. 微型机与应用, 2010, 29(9): 36-37, 40.
- [6] LIU X C, LIU X L. Weak signal detection research based on duffing oscillator used for downhole communication [J]. Journal of Computers, 2011, 6(2): 359-367.
- [7] SPROTT J C. Simple chaotic systems and circuits [J]. American Association of Physics Teachers, 2000, 68(8): 758-763.
- [8] 李晓松,李清都. 混沌系统与混沌电路[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [9] CHEN G R, UETA T. Yet another chaotic attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 1999, 9(7): 1465-1466.
- [10] 李世华,蔡海兴. Chen 氏混沌电路实现与同步控制实验研究[J]. 物理学报, 2004, 53(6): 1687-1693.
- [11] LU J H, CHEN G R. A new chaotic attractor coined [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(3): 659-661.
- [12] ZHONG G Q, TANG W K S. Circuitry implementation and synchronization of Chen's attractor [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(6): 1243-1427.
- [13] 张国山,牛弘. 一个基于 Chen 系统的新混沌系统的分析与同步[J]. 物理学报, 2012, 61(11): 110503.
- [14] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Physics Review Letters, 1990, 64(8): 821-824.

(上接第 2058 页)

- [6] 文广,马宏伟. 数控技术的发展现状和发展趋势[J]. 机械工程师, 2003(1): 9-12.
- [7] 张伯霖. 超高速加工与机床的零传动[J]. 中国机械工程, 1996, 7(5): 37-41.
- [8] 刘春,马天宝,宁建国. 基于 Youngs 界面重构技术的自适应网格细分方法[J]. 计算力学学报, 2010, 27(6): 1111-1115.
- [9] 丁利,向来生,刘希玉,等. 改进聚类算法及其应用[J]. 计算机应用, 2012, 32(12): 3278-3282.
- [10] LI D W, BAI H B, LIU Y J. Some methods of damping test [C]// ISTM 2003: Proceedings of the 5th International Symposium on Test and Measurement. Beijing: International Academic Publisher,

2003: 3087-3090.

- [11] POULIMENOS A G, FASSOIS S D. Parametric time-domain methods for non-stationary random vibration modelling and analysis-a critical survey and comparison [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(4): 763-816.
- [12] RIGAUD E, PERRET-LIAUDET J. Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting Hertzian contact. Part 1: harmonic excitation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 265(2): 289-307.
- [13] 田久良,洪军,朱永生,等. 机床主轴-轴承系统热-力耦合模型及其动态性能研究[J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(7): 1-7.