

需求依赖库存且有时变短缺拖后率的非立即变质物品库存模型

何伟^{1,2*}, 徐福缘¹

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 安徽财经大学 统计与应用数学学院, 安徽 蚌埠 233030)

(* 通信作者电子邮箱 weih0429@163.com)

摘要:研究了时变短缺部分拖后条件下非立即变质性物品的库存补给模型, 其中物品的变质率随时间变化而变化。当库存水平为正值时, 市场需求受销售价格影响; 当库存为负值时, 不能满足的需求被部分拖后, 拖后率与在缺货期间已经发生的缺货量有关。通过考虑短缺拖后率和变质率同时随时间变化对库存补给策略的影响, 建立具有短缺量部分拖后的非立即变质性物品的库存模型, 并且给出模型最优解存在的必要条件, 得到一类更加符合实际情形的库存模型。最后, 用数值算例说明模型的实际应用。

关键词:库存; 变质物品; 短缺量拖后率; 需求依赖库存

中图分类号: F273.1 **文献标志码:** A

Inventory model for deteriorating items with time-dependent partial backlogging rate and inventory-level-dependent demand rate

HE Wei^{1,2*}, XU Fuyuan¹

(1. Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

2. School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu Anhui 233030, China)

Abstract: In this paper, a more general inventory model for deteriorating items with partial backlogging rate was developed, and the deterioration rate changed as the time was running on. When the inventory level was positive, the demand rate depended on the selling price; but when the inventory level was negative, some customers were more impatient to wait, therefore the sale opportunity was reduced and a bigger shortage led to a larger loss. With some analysis, the necessary condition for the existence of optimal solution to the general model was derived. The necessary conditions of the existence and uniqueness of the optimal solutions were introduced. At last, a case study was provided for the proposed model.

Key words: inventory; deteriorating item; partial backlogging rate; stock-dependent demand rate

0 引言

近年来, 很多学者研究了变质性物品的库存模型^[1-4]。文献[5]在不同需求下得到了变质性物品的库存模型; 文献[6]则在需求随时间递增情形下, 给出了具有确定生产率的变质物品库存模型。但是, 以上文献考虑的都是连续的物品变质率, 即变质从销售开始即发生。在日常生活中, 许多物品都有一定的生命周期, 在生命周期内并不发生变质, 而超出其最大生命周期时, 物品才开始随着时间发生变质, 即物品变质率随时间变化。文献[7]研究了物品变质率随时间变化和有短缺情形的库存模型; 文献[8]给出了市场需求和物品变质率都随时间变化的库存模型; 文献[9]在考虑通货膨胀情况下给出了物品变质率服从 Weibull 分布的变质性物品库存模型; 文献[10]研究了存货影响销售率的非立即变质物品的库存模型; 文献[11]研究了变质率随时间变化且有部分缺货拖后率的库存模型; 文献[12]在确定订货周期下得到了需求和变质率都随时间变化的库存模型。

在传统的库存模型中, 一般假设短缺不允许发生, 要么假设短缺完全拖后, 如果假设短缺量部分拖后, 通常认为在缺货期间的拖后率是顾客等待时间的减函数, 即等待时间越长, 拖后量拖后率越小。但是在实际的销售过程中, 一些顾客对某

一物品有特别偏好, 当商店缺货时他们愿意等待; 但同时顾客往往都没有足够的耐心, 随着缺货时间增长, 愿意等待的顾客将会减少, 影响了顾客愿意等待的信念, 因而转往其他销售商处购买物品, 即短缺拖后率也可能随着缺货时间变化而变化。文献[13]研究了带有时变短缺量拖后率且需求依赖库存水平的库存模型。

在经典的库存控制模型中, 库存系统的外部需求通常假设为常数, 但是实际中市场需求则因为受到诸多因素的影响而发生变化, 需求通常会受到物品的库存水平的影响。文献[14-15]研究了库存水平影响需求变化的供应链协调问题; 文献[16]在需求依赖于库存水平下给出了供应商提供延期支付期和量折扣策略的库存模型。

在本文的讨论中, 将短缺量拖后率和变质率都看成随时间变化的函数, 从而建立了一种更加符合实际的需求受库存水平影响且短缺量部分拖后的非立即变质性物品的库存控制模型; 然后经过分析得到模型最优解存在的必要条件, 为判断模型最优解的存在性提供了理论依据; 最后, 给出了数值例子, 说明该类库存模型是有效可行的。

1 模型记号与假设

令 A 表示订货费用, c_h 是单位物品库存费用, c_d 是单位物

收稿日期: 2013-02-26; **修回日期:** 2013-04-04。 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(71171135, 71071001); 上海市一流学科资助项目(S1201YLXK); 上海市研究生创新基金资助项目(JWCXSL1301)。

作者简介: 何伟(1981-), 男, 安徽来安人, 博士研究生, 主要研究方向: 系统工程、企业供需网; 徐福缘(1948-), 男, 浙江绍兴人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 供应链工程、企业供需网及其管理、超网络。

品变质费用, c_s 是单位物品缺货费用, r 是单位物品销售损失费, c 表示单位物品购买成本, L 表示物品生命周期, s 是单位物品销售价格, t_1, T 分别表示库存水平减为零的时刻和订货周期(决策变量), $TC(t_1, T)$ 表示整个系统的成本函数。

$\varphi(t)$ 为依赖于时间的变质率, $\varphi(t) = \gamma t$, 其中 $0 \leq \gamma \leq 1$, 市场需求依赖于库存水平, 即

$$D(I(t)) = \begin{cases} \alpha + \beta I(t), & I(t) \geq 0 \\ -\frac{\alpha - \delta_2 I(t)}{1 + \delta_1 I(T-t)}, & I(t) < 0 \end{cases}$$

其中: $\alpha, \beta, \delta_1, \delta_2 > 0$; 当 $I(t) \geq 0$ 时, $D(t)$ 为库存水平的线性函数; 当缺货发生时, 即 $I(t) < 0$, 不能满足的需求被部分拖后, 拖后的需求率与在缺货期间已经发生的缺货量有关。

2 模型建立

按照上面的分析, 可得整个库存系统运行过程如下: 首先在每个周期初 $t = 0$ 时刻仓库的库存水平达到最大值 I_{\max} , 然后库存水平在区间 $[0, t_d]$ 由于销售而递减, 最后库存水平在区间 $[t_d, t_1]$ 随着销售和变质而在 t_1 时刻递减至零, 这时的库存系统开始处于缺货状态, 缺货区间维持到当前补充周期结束。整个过程重复进行, 一个周期的库存水平变化示意图如图1所示。

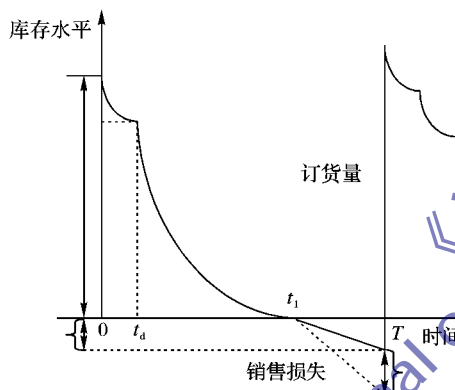


图1 库存水平变化示意图

由图1可知, 当 $0 \leq t \leq t_d$ 时, 库存水平只随着需求而下降, 因此, 库存水平变化的状态方程可以表示如下:

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = -[\alpha + \beta I_1(t)]; \quad 0 \leq t \leq t_d \quad (1)$$

注意到边界条件 $I_0(t) = I_{\max}$, 式(1)的解为

$$I_1(t) = \left(I_{\max} + \frac{\alpha}{\beta}\right) \exp(-\beta t) - \frac{\alpha}{\beta}; \quad 0 \leq t \leq t_d \quad (2)$$

当 $t_d \leq t \leq t_1$ 时, 库存水平随销售和变质而下降, 因此库存水平变化的状态方程可以表示如下:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} + \varphi(t)I_2(t) = -[\alpha + \beta I_2(t)]; \quad t_d \leq t \leq t_1 \quad (3)$$

由于 $I(t_1) = 0$, 求解式(3)可得

$$I_2(t) = \alpha \exp\left(-\left(\frac{\gamma t_d^2}{2} + \beta t\right)\right)(t_1 - t) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t + t^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t^2 + t_1^2 t + t^3)\right]; \quad t_d \leq t \leq t_1 \quad (4)$$

由于 $I(t)$ 在点 $t = t_d$ 处连续, 即 $I_1(t_d) = I_2(t_d)$, 结合式(2)和(4)可得

$$\left(I_{\max} + \frac{\alpha}{\beta}\right) \exp(-\beta t_d) - \frac{\alpha}{\beta} =$$

$$\alpha \exp\left(-\left(\frac{\gamma t_d^2}{2} + \beta t_d\right)\right)(t_1 - t_d) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right]$$

化简可得

$$I_{\max} = \alpha \exp\left(-\frac{\gamma t_d^2}{2}\right)(t_1 - t_d) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right] - \frac{\alpha}{\beta}(1 - \exp(-\beta t_d)) \quad (5)$$

代入式(2)可得到

$$I_1(t) = \alpha \exp\left(-\left(\frac{\gamma t_d^2}{2} + \beta t\right)\right)(t_1 - t_d) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right] + \frac{\alpha}{\beta}(\exp(\beta(t_d - t)) - 1); \quad 0 \leq t \leq t_d \quad (6)$$

当 $t_1 \leq t \leq T$ 时, t 时刻的需求是部分拖后的, 根据假设可得

$$I_3(t) = -\frac{\alpha}{\delta_1} \left[1 - \frac{1 + \delta_1(T-t)}{1 + \delta_1(T-t_1)}\right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1}}; \quad t_1 \leq t \leq T \quad (7)$$

显然一个周期的成本费用包括以下6部分组成:

1) 每个周期的订货费用为 A 。

2) 每个周期的库存保管费用为:

$$HC = c_h \left[\int_0^{t_d} I_1(t) dt + \int_{t_d}^{t_1} I_2(t) dt \right] = \alpha c_h \left[\left\{ \exp\left(-\left(\frac{\gamma t_d^2}{2} + \beta t_d\right)\right)(t_1 - t_d) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right] + \frac{1}{\beta} \right\} \left(\frac{e^{\beta t_d} - 1}{\beta}\right) - \frac{t_d}{\beta} + \left(t_1 + \frac{\beta t_1^2}{2} + \frac{\gamma t_1^3}{6} + \frac{\beta \gamma t_1^4}{8}\right)(t_1 - t_d) \left[1 - \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) - \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3) - \frac{t_1 - t_d}{2} \left\{ (t_1 + t_d) - \frac{\beta}{3}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) - \frac{\gamma}{6}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3) \right\} - \frac{\beta \gamma}{24}(t_1^5 - t_d^5) \right] \right]$$

3) 每个周期由于变质而造成的损失为:

$$DC = c_d \left[I_2(t_d) - \int_{t_d}^{t_1} D(I(t)) dt \right] = \alpha c_d \left[\left\{ \exp\left(-\left(\frac{\gamma t_d^2}{2} + \beta t_d\right)\right)(t_1 - t_d) \left[1 + \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right] - \beta(t_1 - t_d) \left(t_1 + \frac{\beta t_1^2}{2} + \frac{\gamma t_1^3}{6} + \frac{\beta \gamma t_1^4}{8}\right) \left[1 - \frac{\beta}{2}(t_1 + t_d) - \frac{\gamma}{6}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \frac{\beta \gamma}{8}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3)\right] + \frac{\beta(t_1 - t_d)}{2} \left\{ (t_1 + t_d) - \frac{\beta}{3}(t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) - \frac{\gamma}{6}(t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3) \right\} + \right]$$

$$\frac{\beta^2 \gamma}{24} (t_1^5 - t_d^5) - (t_1 - t_d) \Big]$$

4) 每个周期的缺货费用为:

$$SC = c_s \int_{t_1}^T I_3(t) dt =$$

$$c_s \int_{t_1}^T \frac{\alpha}{\delta_2} \left\{ 1 - \left[\frac{1 + \delta_1(T-t)}{1 + \delta_1(T-t_1)} \right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1}} \right\} dt =$$

$$\frac{c_s \alpha}{\delta_2} (T - t_1) + \frac{c_s \alpha}{\delta_2 (\delta_1 + \delta_2)} [1 + \delta_1(T - t_1)]^{\frac{\delta_2}{\delta_1} - 1} -$$

$$\frac{c_s \alpha}{\delta_2 (\delta_1 + \delta_2)} [1 + \delta_1(T - t_1)]$$

5) 每个周期损失销售而造成的机会成本为:

$$OC = r \int_{t_1}^T \left[\alpha - \frac{\alpha + \delta_2 I_3(t)}{1 + \delta_1(T-t)} \right] dt =$$

$$\alpha r (T - t_1) + \frac{\alpha r}{\delta_2} [1 + \delta_1(T - t_1)]^{\frac{\delta_2}{\delta_1} - 1} - \frac{r \alpha}{\delta_2}$$

6) 每个周期的购买费用为:

$$PC = c [I(0) - I(T)] = c \left\{ \exp\left(-\frac{\gamma t_d^2}{2}\right) (t_1 - t_d) \left[1 + \right. \right.$$

$$\left. \frac{\beta}{2} (t_1 + t_d) + \frac{\gamma}{6} (t_1^2 + t_1 t_d + t_d^2) + \right.$$

$$\left. \frac{\beta \gamma}{8} (t_1^3 + t_1 t_d^2 + t_1^2 t_d + t_d^3) \right] - \frac{\alpha}{\beta} (1 - \exp(\beta t_d)) \Big\} +$$

$$\frac{c \alpha}{\delta_2} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{1 + \delta_1(T - t_1)} \right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1}} \right\}$$

因此,在一个计划期 $[0, T]$ 内的库存系统平均总成本

TVC 可表示如下:

$$TVC = \frac{1}{T} [A + HC + DC + SC + OC + PC] \quad (8)$$

于是得到一个新的库存模型为:

$$\min TVC$$

$$\text{s. t. } 0 < t_1 < T < \infty$$

本文的目标是求解最优的 (t_1^*, T^*) ,使得平均总成本 $TVC(t_1, T)$ 达到最小。

3 模型求解

下面给出函数 $TVC(t_1, T)$ 存在最小值的定理。

由一阶条件可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial TVC}{\partial t_1} = 0 \\ \frac{\partial TVC}{\partial T} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

定理1 若 $\Delta \leq 0$,则式(9)存在最优解 (t_1^*, T^*) ,否则最优解不存在。

定理2

1) 当 $\Delta \leq 0$ 时,则 $TVC(t_1, T)$ 为下凸函数,存在最小值点 (t_1^*, T^*) ,且满足式(9);

2) 当 $\Delta > 0$ 时,则 $TVC(t_1, T)$ 存在最小值点 (t_1^*, T^*) , $t_1^* =$

$$t_d, T^* = t_d + \frac{1}{\delta_2} \left\{ \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} (\exp((\beta + \theta)t_d) - 1) + 1 \right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1} + 1} - 1 \right\} +$$

$$\frac{c_h \varphi_1(t_d) - c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]}{c_s - c_h \varphi_1(t_d) + c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]}$$

$$\Delta = \rho_1 M_1 + \rho_2 \left\{ \delta_2 (t_d + M_2) (1 + \delta_1 M_2)^{\frac{\delta_2}{\delta_1} - 1} + \right.$$

$$(1 + \delta_1 M_2)^{\frac{\delta_2}{\delta_1} - \delta_2 t_d - 1} \Big\} + A$$

$$M_1 = \exp((\beta + \gamma)t_d) - 1 - (\beta + \gamma)t_d$$

$$M_2 = \frac{1}{\delta_2} \left\{ \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} (\exp((\beta + \theta)t_d) - 1) + 1 \right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1} + 1} - 1 \right\} +$$

$$\frac{c_h \varphi_1(t_d) - c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]}{c_s - c_h \varphi_1(t_d) + c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]}$$

$$\rho_1 = \frac{\beta s - c_h - (\beta + \gamma)c}{(\beta + \gamma)^2}$$

$$\rho_2 = \frac{\alpha [c_s + r + s - c] (\delta_1 + \delta_2)}{(\delta_1 + \delta_2) \delta_2}$$

$$\varphi_1 = \xi_1 \xi_2 \xi_3 + \xi_4 \xi_5 + \xi_1 \xi_6 - \xi_1 \xi_7 - \xi_8$$

$$\varphi_2 = \xi_4 \xi_5 + \xi_1 \xi_6 - \xi_1 \xi_7 - \xi_8$$

$$\varphi_3 = \xi_1 \xi_2 - 1$$

$$\xi_1 = 1 + \beta t_1 + \gamma \frac{t_1^2}{2} + \beta \frac{t_1^3}{2}$$

$$\xi_2 = 1 - \beta t_d + \gamma \frac{t_d^2}{2} + \beta \frac{t_d^3}{2}$$

$$\xi_3 = (e^{\beta t_d} - 1)/\beta, \xi_4 = 1 - \beta t_1 - \gamma \frac{t_1^2}{2} + \beta \frac{t_1^3}{2}$$

$$\xi_5 = t_1 + \beta \frac{t_1^2}{2} + \gamma \frac{t_1^3}{6} + \beta \frac{t_1^4}{8}$$

$$\xi_6 = t_1 + \beta \frac{t_1^2}{2} + \gamma \frac{t_1^3}{6} + \beta \gamma \frac{t_1^4}{8} - \beta \frac{t_1^2}{2} - \gamma \frac{t_1^3}{6}$$

$$\xi_7 = t_d + \beta \gamma \frac{t_d^4}{8}$$

$$\xi_8 = t_1 - \beta \frac{t_1^2}{2} - \gamma \frac{t_1^3}{3} + \frac{5}{24} \beta \gamma \frac{t_1^4}{8}$$

4 算法步骤

按照第3章的定理,得到确定最优解的算法步骤如下:

1) 输入参数值,计算 Δ 值;

2) 如果 $\Delta \leq 0$,转入3),否则转入4);

3) 求解式(9),得最优解 (t_1^*, T^*) ;

$$4) \text{ 令 } t_1^* = t_d, T^* = t_d + \frac{1}{\delta_2} \left\{ \left[\frac{\rho_1}{\rho_2} (e^{(\beta + \theta)t_d} - 1) + 1 \right]^{\frac{\delta_2}{\delta_1} + 1} - 1 \right\} +$$

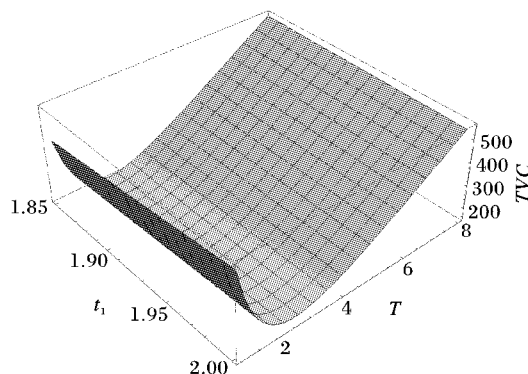
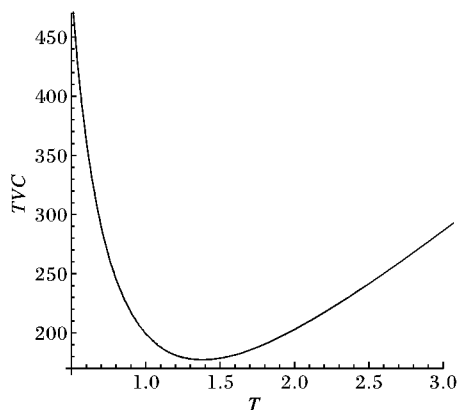
$$\frac{c_h \varphi_1(t_d) - c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]}{c_s - c_h \varphi_1(t_d) + c_d [\beta \varphi_2(t_d) - \varphi_3(t_d)]};$$

5) 计算 $TVC(t_1^*, T^*)$ 的值。

5 数值例子

例1 某库存系统的各参数取值如下:保质期 $t_d = 0.02$,变质率 $\gamma = 0.03$,其余参数取值分别为: $A = 250, \alpha = 500, \beta = 0.3, c_h = 0.2, c_d = 0.5, c_s = 0.6, r = 0.5, c = 5, \delta_1 = 5, \delta_2 = 10$,计算 $\Delta = -0.445385 \leq 0$,应用Mathematica 7.0软件可以得到模型最优解为 $\{t_1^* = 1.53, T^* = 2.81, TVC^* = 158.36\}$ (见图2)。

例2 考虑如下的参数取值问题: $A = 250, \alpha = 800, \beta = 0.02, c_h = 0.2, c_d = 0.5, c_s = 0.6, r = 0.5, c = 5, t_d = 0.5, \gamma = 0.03, \delta_1 = 5, \delta_2 = 10$,计算 $\Delta = 59.69 > 0$,同理可以得到最优解为 $\{t_1^* = t_d = 0.5, T^* = 1.4, TVC^* = 176.739\}$ (见图3)。

图2 成本函数 TVC 随着 t_1, T 的变化图3 成本函数 TVC 随着 T 的变化

6 结语

本文研究了一类短缺量拖后率随缺货时间变化而变化的非立即变质性物品的库存模型。其中,物品的需求受当前库存水平的影响,当库存水平为正值时,市场需求受销售价格影响;当库存为负值时,不能满足的需求被部分拖后,拖后率在缺货期间已经发生的缺货量有关。且物品有一定生命周期,在其生命周期内不发生变质,超出其最大生命周期时开始变质,即变质率随时间变化。因此,本模型更具有一般性,更加符合现代化的高科技生产制造实际情形,而且给出了模型最优解存在的条件,最后用实例说明了模型的实际应用。进一步可以研究的方向是需求受顾客当场付款比例和延期支付水平影响的情况、随机需求情况等。

参考文献:

- [1] WEE H M. A deterministic lot-size inventory model for deteriorating items with shortages and a declining market [J]. *Computers and Operations Research*, 1995, 22(2): 345–356.
- [2] WEE H M, LAW S P. Economic production lot size for deteriorating items taking account of the time-value of money [J]. *Computers and Operations Research*, 1999, 26(6): 545–558.
- [3] SANA S S. Demand influenced by enterprises' initiatives a multi-item EOQ model of deteriorating and ameliorating items [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2010, 52(2): 284–302.
- [4] WIDYADANA G A, CÁRDENAS-BARRÁN L E. Economic order quantity model for deteriorating items with planned backorder level [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 54(1): 1569–1575.
- [5] WIDYADANA G A, WEE H M. Optimal deteriorating items production inventory models with random machine breakdown and stochastic repair time [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(2): 3495–3508.
- [6] SARKAR B, SAREN S, WEE H M. An inventory model with variable demand, component cost and selling price for deteriorating items [J]. *Economic Modelling*, 2013, 30(4): 306–310.
- [7] GIRI B C, JALAN A K, CHAUDHURI K S. Economic order quantity model with Weibull deterioration distribution, shortage and ramp-type demand [J]. *International Journal of Systems Science*, 2003, 34(4): 237–243.
- [8] MANNA S K, CHAUDHURI K S. An EOQ model with ramp type demand rate, time dependent deterioration rate, unit production cost and shortages [J]. *European Journal of Operation Research*, 2006, 171(5): 557–566.
- [9] LOA S T, WEE H M, HUANG W C. An integrated production-inventory model with imperfect production processes and Weibull distribution deterioration under inflation [J]. *International Journal of Production Economics*, 2007, 106(2): 248–260.
- [10] 闵杰, 周永务. 存货影响销售率的非立即变质物品的库存模型 [J]. *系统工程学报*, 2009, 24(2): 198–204.
- [11] SANA S S. Optimal selling price and lot-size with time varying deterioration and partial backlogging [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010b, 217(4): 185–194.
- [12] SARKAR B. An EOQ model with delay in payments and time varying deterioration rate [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2012, 55(3/4): 367–377.
- [13] 闵杰, 周永务. 带有时变短缺量拖后率且需求依赖库存水平的库存模型 [J]. *系统管理学报*, 2010, 19(2): 222–227.
- [14] 闵杰, 周永务. 库存水平影响需求变化的供应链协调 [J]. *复旦学报: 自然科学版*, 2007, 46(4): 523–533.
- [15] 闵杰. 需求依赖库存的库存控制和供应链协调模型研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2009: 43–54.
- [16] SANA S S, CHAUDHURI K S. A deterministic EOQ model with delays in payments and price discount offers [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 184(5): 509–533.
- [12] FOUCART S. Hard thresholding pursuit: an algorithm for compressive sensing [J]. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 2011, 49(6): 2543–2563.
- [13] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 27(3): 265–274.
- [14] BLUMENSATH T. Accelerated iterative hard thresholding [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(3): 752–756.
- [15] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Sampling theorems for signals from the union of finite-dimensional linear subspaces [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(4): 1872–1882.
- [16] GIRYES R, NAM S, ELAD M, *et al.* Greedy-like algorithm for the cospase analysis model [J/OL]. [2013–04–09]. *Linear Algebra and its Applications*, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0024379513001870>.
- [17] FOUCART S. Sparse recovery algorithms: sufficient conditions in terms of restricted isometry constants [C]// *Approximation Theory XIII: San Antonio 2010: Springer Proceedings in Mathematics*. Berlin: Springer-Verlag, 2010, 13: 65–77.
- [18] GIRYES R, ELAD M. RIP-based near-oracle performance guarantees for SP, CoSaMP, and IHT [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1465–1468.
- [19] NAM S, DAVIES M E, ELAD M, *et al.* Recovery of cospase signals with greedy analysis pursuit in the presence of noise [C]// *CAMSAP 2011: The 4th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing*. Piscataway: IEEE, 2011: 361–364.

(上接第 2389 页)