

## 基于函数滑模控制器的机械手轨迹跟踪控制

蔡 壮\*, 张国良, 田 琦

(第二炮兵工程大学 301 教研室, 西安 710025)

(\* 通信作者电子邮箱 caizwater@163.com)

**摘 要:**提出一种基于函数滑模控制器(FSMC)的控制策略,用于不确定机械手的轨迹跟踪控制。首先,由动力学模型和滑模函数得到系统的不确定项;然后,利用 RBF 神经网络逼近系统不确定项,由于神经网络逼近存在误差,而且在初始阶段误差较大,设计函数滑模控制器和鲁棒补偿项对神经网络逼近误差进行补偿,以克服普通滑模控制器容易引起的抖振问题,同时提高系统的跟踪控制性能。基于李亚普诺夫理论证明了闭环系统的全局稳定性,仿真实验也验证了方法的有效性。

**关键词:**机械手;函数滑模;神经网络;轨迹跟踪;滑模控制

**中图分类号:** TP242 **文献标志码:** A

### Trajectory tracking control of manipulator based on FSMC

CAI Zhuang\*, ZHANG Guoliang, TIAN Qi

(No. 301 Research Office, The Second Artillery Engineering University, Xi'an Shaanxi 710025, China)

**Abstract:** A control law based on Function Sliding Mode Controller (FSMC) was proposed for trajectory tracking control of manipulator. The uncertainties of the system were achieved from dynamic model and sliding mode function. Then RBF neural network was used to approach uncertainties of the system. Because of the approximation error of neural network, especially at the initial phase, the function sliding mode controller and robust compensator were designed for error compensation of neural network. The function sliding mode controller was capable of overcoming chattering problem of common Sliding Mode Control (SMC), and improved the tracking ability of the system. The global stability of closed loop system was proved based on Lyapunov theory, the effectiveness of proposed control approach was also demonstrated by simulation results.

**Key words:** manipulator; function sliding mode; neural network; trajectory tracking; sliding mode control

## 0 引言

近年来,关于机械手轨迹跟踪控制的问题已经取得了很多研究成果<sup>[1-3]</sup>,由于机械手是包含非线性、强耦合和不确定性的复杂系统,对它的精确控制一直是控制领域研究的热点和难点,其中滑模控制方法已经被广泛地使用。该方法通过控制器本身的变化,迫使系统在一定特性下沿规定的状态轨迹作小幅度、高频率的滑模运动,具有对参数变化及未知扰动不敏感、响应快速、无需系统在线辨识等优点<sup>[4]</sup>。文献[5]提出了使用径向基核函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络作为逼近机械手控制系统中不确定性的方法,通过与滑模控制器相结合,达到了较好的控制效果,但是在设计滑模控制器时没有考虑抖振消除问题,控制系统的整体性能受到影响,同时限制了在实际系统中的应用。

函数滑模控制<sup>[6]</sup>是将普通滑模控制器与时变函数结合的控制器的设计方法,时变函数可以根据系统结构特性和控制器设计要求进行灵活设计。因此,当时变函数设计合理时,函数滑模控制能够克服普通滑模控制器的固有缺点,同时提高控制系统整体性能。

本文提出基于函数滑模的机械手轨迹跟踪控制方法,根据神经网络对系统不确定项的逼近程度设计时变函数。函数

滑模控制器能够补偿神经网络对系统不确定性的逼近误差,克服普通滑模控制器容易给系统造成的抖振问题,同时提高控制系统动态性能。本文控制器设计方法具有很大的灵活性,结构简单易于实现,工程应用性较强,对滑模控制在实际系统中的应用具有一定的借鉴意义。

## 1 系统描述

多关节机械手可以看作刚性连杆机构<sup>[7]</sup>。轨迹跟踪控制问题描述为:给定机械手各关节期望的角度轨迹,设计控制器并得到控制力矩,使机械手在一定的初始状态下满足设定的跟踪条件,达到轨迹跟踪的目的<sup>[8]</sup>。

一个两关节的机械手力学模型如图 1 所示,其动力学模型可以表示为:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + f(t) = \tau(t) \quad (1)$$

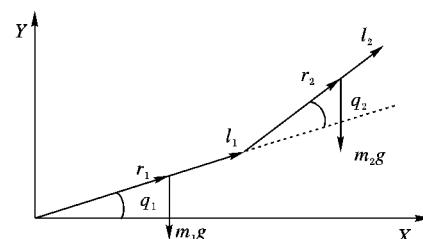


图 1 两关节机械手力学模型示意图

收稿日期: 2013-06-19; 修回日期: 2013-08-29。 基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2012K06-45)。

作者简介: 蔡壮(1989-), 男, 河南永城人, 硕士研究生, 主要研究方向: 机器人鲁棒控制; 张国良(1970-), 男, 四川金堂人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 先进控制; 田琦(1980-), 男, 山东菏泽人, 副教授, 主要研究方向: 应用数学。

其中:  $M$  为机械手惯性矩阵,  $C$  为向心力与哥氏力矩阵,  $G$  为重力项,  $q$  为机械手位移角度,  $\dot{q}$ 、 $\ddot{q}$  分别为角速度和角加速度,  $f(t)$  为包含外界干扰和摩擦力等的不确定项,  $\tau(t)$  为控制力矩。

机械手动力学模型(1)具有以下性质:

性质 1<sup>[9]</sup> 惯性矩阵  $M$  是正定矩阵,  $M$  和  $C$  满足  $\dot{x}^T(M - 2C)x = 0, \forall x \in \mathbf{R}^n$ 。

下面的研究将用到如下假设:

假设 1 不确定项  $f$  是有界的, 即存在  $F$  满足  $\|f(t)\| \leq F$ 。

假设 2 运动轨迹  $q_d(t)$ 、 $\dot{q}_d(t)$  和  $\ddot{q}_d(t)$  是一致有界的。

根据机械手模型可知, 这两条假设很容易满足。

在工程应用中, 机械手模型(1)中的参数项  $M$ 、 $C$ 、 $G$  无法精确得到, 加之系统中存在的非参数干扰和摩擦力, 使系统的建模误差为不确定的非线性时变模型。

定义机械手关节轨迹跟踪误差:  $e(t) = q_d(t) - q(t)$ ,  $q_d(t)$  为期望轨迹。设计滑模函数:  $s(t) = \dot{e}(t) + \Lambda e(t)$ , 其中  $\Lambda$  对称正定。

$$\begin{aligned} M\dot{s}(t) &= M(\ddot{e}(t) + \Lambda\dot{e}(t)) = \\ &M(\ddot{q}_d(t) - \ddot{q}(t) + \Lambda\dot{e}(t)) = \\ &M(\ddot{q}_d(t) + \Lambda\dot{e}(t)) + C\dot{q}(t) + G + f(t) - \tau(t) = \\ &-Cs(t) - \tau(t) + b(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$b(t) = M(\ddot{q}_d(t) + \Lambda\dot{e}(t)) + C(\dot{q}_d(t) + \Lambda e(t)) + G + f(t) \quad (3)$$

在实际工程中, 不确定项  $b(t)$  无法精确得到。由于径向基函数(Radial Basis Function, RBF)神经网络具有以任意精度逼近任意非线性函数的能力<sup>[10]</sup>, 本文选择 RBF 网络对系统不确定项  $b(t)$  进行逼近。相对于已有文献中神经网络对系统不确定项的学习, 本文中“分离”出的系统不确定项  $b(t)$  包含了部分已经确定的内容。这样做的好处是, 神经网络的输入状态向量中可以包含更多的系统信息, 有利于神经网络更快地逼近不确定项, 更好地提高系统动态性能。根据 RBF 神经网络原理<sup>[10]</sup>:

$$b(t) = \theta^T \varphi(x)$$

其中:  $\theta$  为 RBF 神经网络权值矩阵,  $\varphi(x)$  为高斯型函数。 $\varphi(x)$  的计算公式如下:

$$\varphi_j(x) = \exp\left(-\|x - c_j\|^2 / (2\sigma_j^2)\right)$$

其中:  $c_j$  为第  $j$  个基函数的中心,  $\sigma_j$  为基函数的宽度。

## 2 控制器设计

基于函数滑模的机械手控制系统结构框图如图 2 所示。

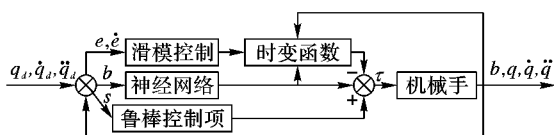


图2 控制系统结构

如图 2, 不确定机械手系统的控制律设计为

$$\begin{cases} \tau(t) = \tau_{nn}(t) + \tau_r(t) + \tau_{sm}(t) \\ \tau_{nn}(t) = \theta^T \varphi(x) \\ \tau_r(t) = -K_s s(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\tau_{nn}(t)$  为神经网络补偿控制项, 逼近系统不确定项, 并对其进行补偿;  $\tau_r(t)$  为基于李亚普诺夫稳定理论的系统鲁棒控制项;  $K_s$  为常系数;  $\tau_{sm}(t)$  为函数滑模控制器。

函数滑模控制器用来补偿神经网络控制对系统不确定项的逼近误差, 同时克服滑模控制固有的容易带来控制系统抖振的缺点。由于滑模控制对参数变化和系统误差不敏感<sup>[11]</sup>, 因此完全能够保证系统状态运动在滑模状态, 克服神经网络的逼近误差。滑模控制器抖振产生的原因在于系统运动的惯性和“开关切换”特性<sup>[12]</sup>。在初始阶段系统跟踪误差较大, 滑模控制只在系统运动到一定区域时进行有限次开关切换。但是随着系统跟踪误差渐进收敛到零, 很小的系统扰动就会带来滑模控制的开关切换, 此时很容易发生高频开关切换, 引起控制系统抖振<sup>[13]</sup>。而函数滑模控制器通过辨识系统的跟踪误差, 利用时变函数改变开关切换的控制量。当跟踪误差较大时, 时变函数值也会很大, 可提高系统动态性能; 当跟踪误差较小时, 时变函数值变小, 减小开关切换时的控制量, 降低系统抖振。基于以上分析, 设计函数滑模控制器:

$$\tau_{sm}(t) = -K_{sm} \tanh(\|\xi(t)\|/B(t)) \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (5)$$

其中:  $K_{sm}$  为常系数;  $\tanh(\cdot)$  为双曲函数(可作为饱和函数);  $B(t)$  为系统不确定界, 即

$$B(t) = \|M(\ddot{q}_d + \Lambda\dot{e}) + C(\dot{q}_d + \Lambda e) + G\| + F$$

根据系统动态参数可以实时计算出来,  $\xi(t)$  为神经网络逼近误差:

$$\xi(t) = b(t) - \tau_{nn}(t)$$

因此,  $\|\xi(t)\|/B(t)$  就是本文函数滑模的时变函数, 可以根据神经网络逼近误差动态地改变函数值, 保证控制系统的良好控制性能。

稳定性分析如下:

定义李亚普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} s^T(t) M s(t) + \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\theta^T \eta^{-1} \theta)$$

其中  $\eta$  为常系数。两边同时求导, 得到

$$\dot{V} = s^T(t) M \dot{s}(t) + \frac{1}{2} s^T(t) \dot{M} s(t) + \operatorname{tr}(\theta^T \eta^{-1} \dot{\theta})$$

把式(2)和控制律式(4)代入, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T(t) K_s s(t) + \frac{1}{2} s^T(t) (M - 2C) \dot{s}(t) + \\ &s^T \tau_{sm} + \operatorname{tr}(\theta^T (\eta^{-1} \dot{\theta} + \varphi s^T(t))) \end{aligned}$$

根据性质 1, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s^T(t) K_s s(t) + s^T(t) \tau_{sm}(t) + \\ &\operatorname{tr}(\theta^T (\eta^{-1} \dot{\theta} + \varphi s^T(t))) \end{aligned} \quad (6)$$

设计神经网络权值自适应律如下:

$$\dot{\theta} = -\eta \varphi s^T(t) \quad (7)$$

把式(7)代入式(6), 得到

$$\dot{V} = -s^T(t) K_s s(t) + s^T(t) \tau_{sm}(t) \quad (8)$$

把式(5)代入式(8), 得到  $\dot{V} \leq 0$ 。

因此, 闭环系统全局稳定。设连续非负函数<sup>[14]</sup>:

$$\bar{V}(t) = V(t) - \int_0^t (\dot{V}(\tau) + s^T K_s s) d\tau$$

$$\dot{\bar{V}}(t) = -s^T K_s s$$

利用 Barbalat 引理<sup>[15]</sup>, 由  $\bar{V}$  有界且大于零、 $\dot{\bar{V}}(t) \leq 0$ , 可知当  $t$  趋向无穷时,  $\dot{\bar{V}}(t)$  渐进收敛到零, 即  $s(t)$  收敛到零。又  $\Lambda$  正定, 可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e} = 0$ , 系统跟踪误差最终收敛到零。

### 3 仿真研究

为了验证本文控制方法的有效性, 利用动力学模型(1)进行仿真研究。模型(1)中:

$$M_{11} = m_1 r_1^2 + m_2 (r_2^2 + l_1^2 + 2l_1 r_2 \cos q_2) + J_1 + J_2$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2 r_2^2 + J_2 + m_2 l_1 r_2 \cos q_2$$

$$M_{22} = m_2 r_2^2 + J_2$$

$$C_{11} = -m_2 l_1 r_2 \sin q_2 \dot{q}_2$$

$$C_{21} = m_2 l_1 r_2 \sin q_2 \dot{q}_1$$

$$C_{12} = C_{11} - C_{21}$$

$$C_{22} = 0$$

其中:  $\theta, \tau, m, l, r, J$  分别为关节的转动角度、驱动力矩、质量、长度、质心到转动中心的长度、转动惯量。下标 1 和 2 分别对应关节 1 和关节 2。仿真时各参数实际值为  $m_1 = 3 \text{ kg}, m_2 =$

$2 \text{ kg}, l_1 = 1 \text{ m}, l_2 = 1 \text{ m}, r_1 = 0.5 \text{ m}, r_2 = 0.5 \text{ m}, K_{sm} = \text{diag}(3, 3), K_s = \text{diag}(5, 5)$ 。

摩擦力  $F(\dot{q}) = [0.2 \sin(\dot{q}) \quad 0.2 \sin(\dot{q})]^T$ 。

期望轨迹  $q_d = [0.1 \sin(t) \quad 0.1 \sin(t)]^T$ 。

初始状态  $q_0 = [-0.09 \quad -0.09]^T$ 。

神经网络输入为:  $[e \quad \dot{e} \quad q_d \quad \dot{q}_d \quad \ddot{q}_d]^T$ 。

仿真实验取相同的机械手物理参数和系统初始值, 共进行 3 组不同方法的物理实验: 神经网络控制方法、普通滑模控制方法和函数滑模控制方法。仿真结果如图 3~4。为了更直观地进行实验结论分析, 仅给出关节 1 的实验数据图, 在实验中关节 2 与关节 1 的效果相同。

从图 3 可看出: 基于滑模的控制方法相对于神经网络控制能够显著提高系统动态性能, 快速跟踪期望轨迹, 这是因为滑模控制器补充了神经网络无法在短时间内快速逼近系统不确定项的不足, 提高了跟踪速度。对比图 3(b)(c) 可以看出: 函数滑模控制和普通滑模控制方法在机械手轨迹跟踪速度上基本相同, 但是函数滑模控制器方法相对于普通滑模控制器, 很好地消除了由于引入滑模控制带来的控制器的抖振, 如图 4 所示。

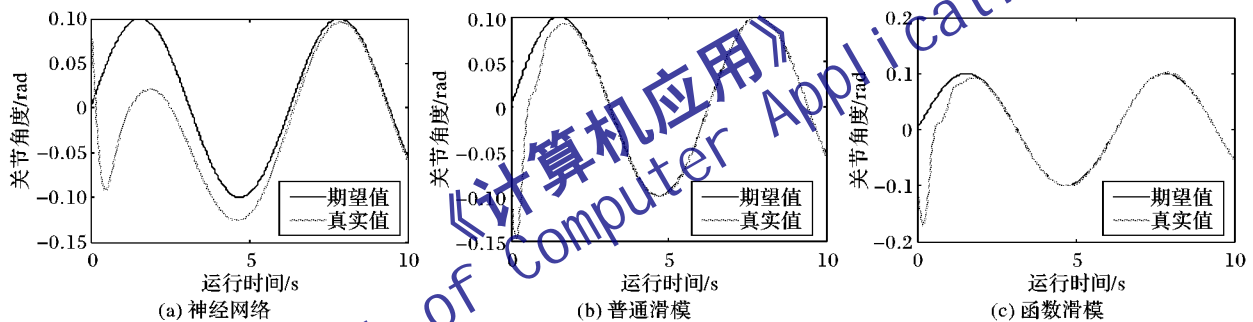


图3 三种控制方法的跟踪曲线

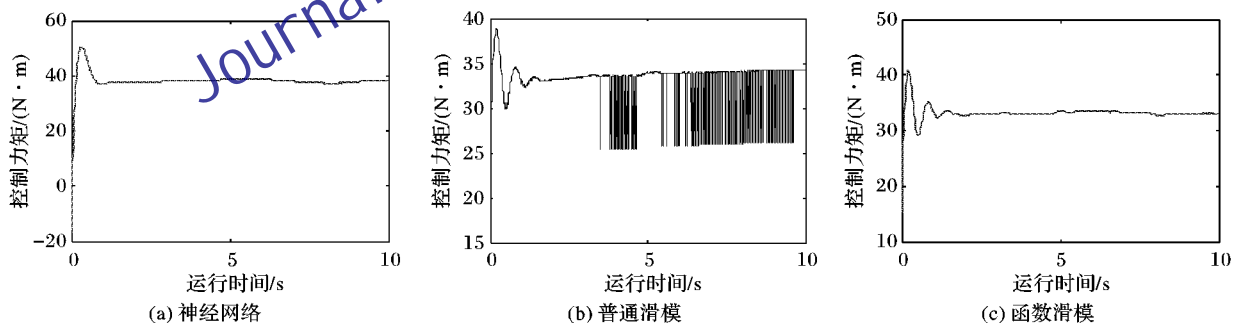


图4 三种控制方法的控制力矩

### 4 结语

针对不确定机械手轨迹跟踪控制问题, 本文提出了基于函数滑模的轨迹跟踪控制方法, 达到了较好效果。利用 RBF 神经网络逼近系统非线性不确定项, 神经网络权值的自适应律基于李亚普诺夫函数法确定。所设计的函数滑模控制器能够根据神经网络对系统不确定项的逼近情况动态地改变控制律, 在神经网络逼近误差较大时增大滑模控制律, 在逼近误差降低时减小滑模控制律, 保证控制系统良好动态性能, 同时克服了滑模控制器容易带来的抖振问题。仿真实验把普通滑模控制器和函数滑模控制器进行了对比, 证明了提出方案的有

效性。本文控制器设计方法具有很大的灵活性, 可以应用到不同的实际控制系统。

#### 参考文献:

- [1] XU C. Research on intelligent backstepping sliding mode control of nonlinear robot[D]. Quanzhou: Huaqiao University, 2012: 2-5. (徐传忠. 非线性机器人的智能反演滑模控制研究[D]. 泉州: 华侨大学, 2012: 2-5.)
- [2] LIU J. Robot control system design and Matlab simulation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008: 1-2. (刘金琨. 机器人控制系统的设计与 Matlab 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 1-2.)
- [3] CHEN L, CHEN W, WANG H. Improved neural-variable structure

- control of robot manipulators[J]. *System Engineering and Electronics*, 2006, 28(3): 429–430, 443. (陈丽, 陈卫东, 王洪瑞. 改进的机器人神经网络变结构混合控制[J]. *系统工程与电子技术*, 2006, 28(3): 429–430, 443.)
- [4] HU J, ZHUANG K. Advanced variable structure control theory and application [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2008: 1–12. (胡剑波, 庄开宇. 高级变结构控制理论及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008: 1–12.)
- [5] LEE M-J, CHOI Y-K. An adaptive neural controller using RBFN for robot manipulators [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, 51(3): 711–717.
- [6] GE B, LIN F, LI G. Advanced control theory and application[M]. Beijing: China Machine Press, 2007: 183–184. (葛宝明, 林飞, 李国国. 先进控制理论及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007: 183–184.)
- [7] TAN M, XU D, HOU Z, *et al.* Advanced robot control[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007: 39–40. (谭民, 徐德, 侯增广, 等. 先进机器人控制[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 39–40.)
- [8] LI G, CHEN Z. Indirect adaptive robust predictive control of manipulators based on uncertainties approach[J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 32(6): 1707–1712, 1740. (李桂秋, 陈志旺. 基于不确定逼近的机械手间接自适应鲁棒预测控制[J]. *计算机应用*, 2012, 32(6): 1707–1712, 1740.)
- [9] GE W. Research on adaptive tracking control of uncertain robot systems[D]. Yangzhou: Yangzhou University, 2011: 27. (葛维佳. 不确定机器人系统的自适应跟踪控制研究[D]. 扬州: 扬州大学, 2011: 27.)
- [10] XU L. Neural network control[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2003: 25–27. (徐丽娜. 神经网络控制[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003: 25–27.)
- [11] LI P. Research and application of traditional and higher-order sliding mode control[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011: 3–10. (李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011: 3–10.)
- [12] XIA Y, FU M, DENG Z, *et al.* Recent developments in sliding mode control and active disturbance rejection control[J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(2): 137–147. (夏元清, 付梦印, 邓志红等. 滑模控制和自抗扰控制的研究进展[J]. *控制理论与应用*, 2013, 30(2): 137–147.)
- [13] SUN T R, PEI H L, PAN Y P, *et al.* Neural network-based sliding mode adaptive control for robot manipulators [J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(14/15): 2377–2384.
- [14] ZHANG W. Research on neural network trajectory tracking control of space robot and micro-gravity simulation method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011: 47. (张文辉. 空间机器人神经网络轨迹跟踪控制及微重力模拟方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011: 47.)
- [15] HU Y, YAN M. Nonlinear control theory and application[M]. Xi'an: Xi'an University Press, 2007: 74. (贺显曜, 闫茂德. 非线性控制理论及应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007: 74.)
- (上接第226页)
- [6] KAUTZ H, SELMAN B, SHAH M. Referral Web: combining social networks and collaborative filtering[J]. *Communication of ACM*, 1997, 40(3): 63–65.
- [7] MASSA P, AVESANI P. Trust-aware recommender systems [C]// *ResSys 2007: Proceedings of the 1st ACM Conference on Recommender Systems*. New York: ACM Press, 2007: 17–24.
- [8] JAMALI M, ESTER M. A matrix factorization technique with trust propagation for recommendation in social networks [C]// *ResSys 2010: Proceedings of the Fourth ACM Conference on Recommender Systems*. New York: ACM Press, 2010: 135–142.
- [9] GOLBECK J, HENDLER J. Filmtrust: movie recommendations using trust in Web-based social networks [C]// *CCNC 2006: Proceedings of the 3rd IEEE Consumer Communications and Networking Conference*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 282–286.
- [10] O'DONOVAN J, SMYTH B. Trust in recommender systems[C]// *IUI 2005: Proceedings of the 10th International Conference on Intelligent User Interfaces*. New York: ACM Press, 2005: 167–174.
- [11] TONG X R, LONG Y. Formation of transitive trust networks[J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2013, 9(11): 4263–4270.
- [12] TONG X R, ZHANG W, LONG Y. Transitivity of Agent subjective trust[J]. *Journal of Software*, 2012, 23(11): 2862–2870. (童向荣, 张伟, 龙宇. Agent主观信任的传递性[J]. *软件学报*, 2012, 23(11): 2862–2870.)
- [13] MASSA P, AVESANI P. Trust-aware collaborative filtering for recommender systems [C]// *OTM2004: on the Move to Meaningful Internet Systems 2004: CoopIS, DOA, and ODBASE, LNCS 3290*. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 492–508.
- [14] ZIEGLER C N, GOLBECK J. Investigating interactions of trust and interest similarity[J]. *Decision Support System*, 2007, 43(3): 460–475.
- [15] PAN J, XU F, LYU J. Reputation-based recommender discovery approach for service selection[J]. *Journal of Software*, 2010, 21(2): 388–400. (潘静, 徐锋, 吕建. 面向可信服务选取的基于声誉的推荐者发现方法[J]. *软件学报*, 2010, 21(2): 388–400.)
- [16] XU H L, WU X, LI X D, *et al.* Comparison study of Internet recommendation system[J]. *Journal of Software*, 2009, 20(2): 350–362. (许海玲, 吴潇, 李晓东, 等. 互联网推荐系统比较研究[J]. *软件学报*, 2009, 20(2): 350–362.)
- [17] PALAU J, MONTANER M, LOPEZ B. Collaboration analysis in recommender systems using social networks [C]// *CIA04: Proceedings of Cooperative Information Agents*. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 137–151.
- [18] HANG C W, SINGH M P. Generalized framework for personalized recommendations in Agent networks[J]. *Journal of Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 2012, 25(3): 475–498.
- [19] HSU W H, KING A, PARADESI M, *et al.* Collaborative and structural recommendation of friends using weblog-based social network analysis[C]// *Proceedings of the 2006 AAAI Spring Symposium on Computational Approaches to Analyzing Weblogs*. Menlo Park: AAAI Press, 2006: 55–60.