

蓄意攻击下一类多社团网络级联抗毁性研究

李浩敏*, 杜 军, 彭兴钊, 丁 超

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

(*通信作者电子邮箱 biglihaomin@163.com)

摘 要:为研究社团结构对网络级联抗毁性的影响,结合一类多社团复杂网络模型,采用节点介数定义负荷,故障节点负荷采用局部择优分配策略,研究了在蓄意攻击下多社团网络负荷分配指数、社团内部耦合强度、社团间耦合强度、社团模块度等参数与级联抗毁性的关系。仿真结果表明负荷分配指数与级联抗毁性负相关,社团内部耦合强度、社团间耦合强度、社团模块度与级联抗毁性正相关。对比了 BA (Barabási-Albert) 网络和 WS (Watts-Strogatz) 网络的抗毁性,结果表明社团结构的存在降低了网络的抗毁性,负荷分配越均匀网络抗毁性越强。

关键词:社团结构网络;耦合强度;负荷指数;模块度函数;级联抗毁性

中图分类号: TP393;N945.1 **文献标志码:** A

Research on cascading invulnerability of community structure networks under intentional-attack

LI Haomin*, DU Jun, PENG Xingzhao, DING Chao

(College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: In order to investigate the effects of community structure on cascading invulnerability, in the frame of a community structure network, the initial load of the node was defined by its betweenness, and the load on the broken node was redistributed to its neighboring nodes according to the preferential probability. When the node with the largest load being intentionally attacked in the network, the relation of load exponent, coupling-strength in a community, coupling-strength between communities, modularity function and the network's invulnerability were studied. The results show that the network's cascading invulnerability is positively related with coupling-strength in a community, coupling-strength between communities and modularity function, negatively related with load exponent. With comparison to BA (Barabási-Albert) scale-free network and WS (Watts-Strogatz) small-world networks, the result indicates that community structure lowers the network's cascading invulnerability, thus the more homogeneous betweenness distribution is, the stronger network's cascading invulnerability is.

Key words: community structure network; coupling-strength; load exponent; modularity function; cascading invulnerability

0 引言

复杂网络作为现实世界中大量复杂系统的抽象,其抗毁性受到越来越多的关注^[1-4]。网络抗毁性是指当网络中的部分节点或边在发生随机故障或遭受蓄意攻击时,网络仍然能够继续维持其功能的能力。网络的抗毁性可分为静态抗毁性和级联抗毁性,级联抗毁性产生的原因是故障节点负荷的重新分配以及高负荷节点故障。社团结构是继小世界和无标度特性之后复杂网络中最普遍和最重要的拓扑结构属性之一^[5],广泛存在于引文网^[6]、万维网^[7]、生物网^[8]、人际关系网^[9]中,其表现为社团结构内部节点间连接比较稠密,内部节点与外部节点间连接比较稀疏,如图1所示。研究社团结构对网络级联抗毁性的影响,有利于更好地从网络结构理解级联抗毁性产生的原因,对于寻找提高网络鲁棒性的方法具有重要意义。

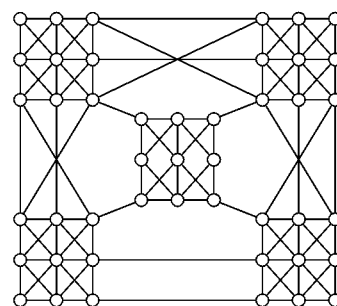


图1 社团结构示意图

复杂网络抗毁性研究始于 Albert 等^[10]的网络静态抗毁性工作,得出无标度网络因其度分布的不均匀特性导致对随机故障具有鲁棒性而对蓄意攻击具有脆弱性。近年来级联故障研究得到了蓬勃发展并取得了广泛成果^[11-12],在级联抗毁性的研究中,使用最多的是“负荷-容量”模型。Motter 等^[11]

收稿日期:2013-09-27;修回日期:2013-12-09。

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2012JM8035);航空科学基金资助项目(20111396011)。

作者简介:李浩敏(1989-),男,河南新郑人,硕士研究生,主要研究方向:复杂网络;杜军(1973-),男,山西太原人,副教授,博士,主要研究方向:智能故障诊断;彭兴钊(1987-),男,河南封丘人,博士研究生,主要研究方向:复杂网络;丁超(1989-),男,河南商丘人,硕士研究生,主要研究方向:复杂网络。

基于节点介数定义负荷提出了一种级联抗毁性模型,研究了负荷分布和不同节点在级联故障中的作用,结论指出由于介数分布不均匀性导致攻击介数大的节点更容易引发级联故障。文献[13]和文献[14]研究了另一种模型,其初始负荷采用节点度定义,故障节点负荷局部分配给其邻居节点;文献[15]综合了文献[11,13-14]中的两种模型,提出了可调负载重分配的级联故障模型;但上述模型都没有考虑复杂网络中社团结构对级联抗毁性的影响。Wu等^[16]基于节点度定义负荷,研究了具有社团结构的无标度网络抗毁性,结论表明网络的社团结构越明显其抗毁性越强。

本文结合一种多社团结构网络模型^[17],以节点的介数定义网络负荷,仿真分析了网络在随机故障和蓄意攻击下的抗毁性,在最大负荷节点受到攻击的情况下研究了社团间的耦合强度、社团内部节点间的耦合强度、社团模块度函数和负荷分配指数对网络级联抗毁性的影响,同时对比分析了多社团结构网络、小世界网络和无标度网络在蓄意攻击下的抗毁性特点。

1 多社团结构网络模型

大量实证研究表明社团结构作为复杂网络最基本特性之一广泛存在于现实世界中^[5-9],具有明显社团结构的网络成为现实世界的真实反映。Chen等^[17]提出的一种多社团结构的网络模型很好地反映了节点的连接度幂律分布,幂律指数和聚类系数与实际相当。其生成算法如下:

起始为 m 个孤立的社团,在每个社团内部均有 m_0 个节点、节点间互连概率 pp 。每一步随机地进行如下操作:

步骤1 以概率 p 增加一个拥有 m_0 个节点、 c_0 条边的社团。

步骤2 以概率 q 将一个新节点加入到一个存在的社团中,它与同一个社团中的节点建立 m_1 条边。首先随机地选取一个社团,在这个社团 c 中,新节点将要连接的节点由如下概率选取:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i + \alpha}{\sum_{j \in c} (k_j + \alpha)} \quad (1)$$

重复此过程 m_1 次。

步骤3 以概率 r 增加 m_2 条边到一个选定的社团。首先随机地选取一个社团,边的一端随机选取,另一端根据概率式(1)选定。重复此过程 m_2 次。

步骤4 为刻画边的消亡,以概率 s 在一个选定的社团去掉 m_3 条边。首先随机地选取一端,另一端由如下概率确定:

$$\Pi'(k_i) = \frac{1}{N_c - 1} (1 - \Pi(k_i)) \quad (2)$$

其中 N_c 为社团 C 的节点个数。重复此过程 m_3 次。

步骤5 以概率 u 在一个选定的社团与其他已存在的社团之间建立 m_4 条长程边。首先随机选取一个社团,在其内部以概率式(1)选定一个节点,作为边的一端;边的另一端位于另一个随机选取的社团内,其选取概率仍为式(1)。上述参数满足 $0 < q < 1, 0 \leq p, s, r, u \leq 1, q + p + s + r + u = 1$ 。重复此过程 m_4 次。

可以证明该算法生成的网络服从幂律分布^[18]:

$$P(k) = \frac{t \left(m_1 + \frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{a}} \left(k + \frac{b}{a} \right)^{-\gamma}}{a[3m + t(1 + 2p)]} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} \gamma &= 1 + \frac{1}{a} \\ c &= 2(pe_0 + qm_1 + rm_2 - sm_3 + um_4) + qa \\ a &= \frac{qm_1\alpha + 2um_4}{c} + \frac{rm_2(q + m_0p - p) + sm_3p}{(q + m_0p)c} \\ b &= \frac{qm_1\alpha}{c} + \frac{rm_2 - 2sm_3}{(q + m_0p)} + \frac{2um_4\alpha}{c} + \\ &\quad \frac{rm_2(q + m_0p - p)\alpha}{(q + m_0p)c} + \frac{sm_3p\alpha}{(q + m_0p)c} \end{aligned} \quad (4)$$

因此该网络为幂律可调网络,在仿真过程中可以根据需要生成任意幂律指数的网络,该模型可以看作 BA (Barabási-Albert) 无标度网络模型的推广。

2 基于节点介数的网络级联抗毁性模型

网络的负荷定义方式对于抗毁性有一定的影响,目前定义节点负荷主要有基于节点度、节点介数和边介数三种方式。本文采用节点介数定义初始负荷:

$$L_i = B_i^\alpha \quad (5)$$

其中: B_i 为节点的介数; L_i 为节点的初始负荷; $\alpha > 0$ 为可调负荷分配指数,控制着网络初始负荷的分布, α 越大,节点初始负荷分布越不均匀。通常节点负荷的容量一般取为与初始负荷成正比例关系,即

$$C_i = (1 + \beta)L_i(0) \quad (6)$$

其中: β 为容忍系数, β 越大,网络抵挡级联故障的能力越强,但考虑到网络成本, β 越小越好。

故障节点的负荷分配方式主要有两种:一是基于最短路径的路由策略,该方式需要知道网络的全局信息,求解存在较大困难;二是基于相邻节点的择优分配策略,该方式只需知道故障节点的邻居信息,求解较为方便。本文采用文献[19]提出的故障节点分配方式,故障节点 i 上的负荷按照式(7)的比例分配到其邻居节点 j 上:

$$\Pi_j = C_j / \sum_{n \in \Gamma_i} C_n \quad (7)$$

其中: n 为故障节点 i 的邻居节点, Γ_i 是节点 i 的邻居节点的集合。那么,节点 i 故障后分配给节点 j 的负荷 ΔL_{ji} 为:

$$\Delta L_{ji} = \eta \Pi_j L_i / 100 = \frac{\eta C_j}{100 \sum_{n \in \Gamma_i} C_n} L_i \quad (8)$$

当 $\eta = 100$, 表明故障节点负荷全部转移给邻居节点;当 $\eta = 0$, 属于静态抗毁性的研究范畴。本文考虑故障节点负荷全部转移的情况,即 $\eta = 100$ 。假设有 N_c 个节点故障,导致其他节点故障的数量为 CF_s , 那么 $0 \leq CF_s \leq N - N_c$, 采用归一化指标

$$CF_n = \frac{CF_s}{N_c(N - N_c)} \quad (9)$$

作为度量网络抗毁性的指标。 CF_n 越小,网络的抗毁性越强。

评价网络抗毁性的指标还有最大连通图的规模,为方便计算,本文采用故障节点的比例 CF_n 作为网络抗毁性的评价指标。

3 仿真分析

3.1 随机故障和蓄意攻击对抗毁性的影响

为研究多社团网络在随机故障和蓄意攻击下的抗毁特性,仿真生成具有6个社团,每个社团内部有50个节点和500条边的初始网络,演化参数为 $p = 0.2, q = 0.2, m_1 = 1, r = 0.2, m_2 = 2, s = 0.2, m_3 = 2, u = 0.2, m_4 = 5$,仿真结果采用800次仿真平均值,抗毁性度量指标 CF_n 随容忍系数 β 的变化趋势如图2所示。从图2可以看出,在随机故障情况下多社团网络表现出了很强的抗毁性,但在蓄意攻击下表现出脆弱性,当蓄意攻击网络中介数最大的节点时会引起较大规模级联故障。

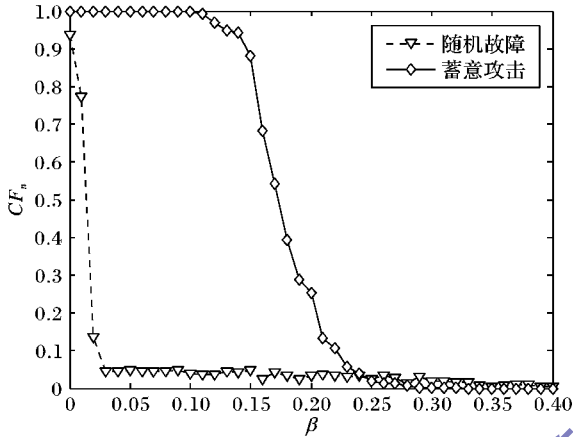


图2 随机故障和蓄意攻击时的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

3.2 负荷分配指数对网络抗毁性影响

为研究负荷分配指数对网络抗毁性的影响,采用前面所述的多社团网络模型生产机制,生成具有4个社团,每个社团内部有50个节点和500条边的初始网络,演化参数为: $p = 0.2, q = 0.2, m_1 = 1, r = 0.2, m_2 = 2, s = 0.2, m_3 = 2, u = 0.2, m_4 = 5, \alpha \in [0.2, 1]$,为避免偶然性,仿真结果采用800次仿真平均值,抗毁性度量指标 CF_n 随容忍系数 β 的变化趋势如图3所示。

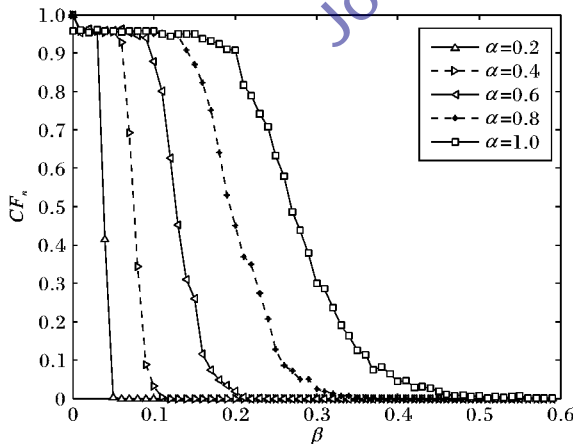


图3 α 取不同值时的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

从图3中可以看出,网络中发生故障节点的比例 CF_n 随着容忍系数 β 的增加而减少,同时发现对于不同的 α 都有相应的阈值 β_0, β_1 ,当容忍系数 $\beta < \beta_0$ 时,网络中故障节点的比例 $CF_n \approx 1$;当容忍系数 $\beta > \beta_1$ 时, $CF_n \approx 0$ 网络中没有相继故障发生,此结论与文献[19]结论相似。

观察图3可知,随着负荷指数的增加,网络的抗毁性在逐渐降低,仿真结果表明负荷指数与抗毁性成反比,负荷指数通过影响网络负荷的分布从而影响网络抗毁性。因此在后续的研究中为了保证较明显的抗毁性,网络的负荷指数选取为 $\alpha = 1$ 。

3.3 社团内部耦合强度对网络抗毁性的影响

社团内部节点间的互连概率决定社团内部的耦合强度,生成的网络参数为具有4个社团,每个社团内部有50个节点和500条边的初始网络,节点间的互连概率 $pp \in [0.1, 0.9]$, $p = 0.05, q = 0.05, m_1 = 1, r = 0.05, m_2 = 1, s = 0.05, m_3 = 1, u = 0.8, m_4 = 3$,仿真采用800次平均。抗毁性度量指标 CF_n 随容忍系数 β 的变化趋势如图4所示。

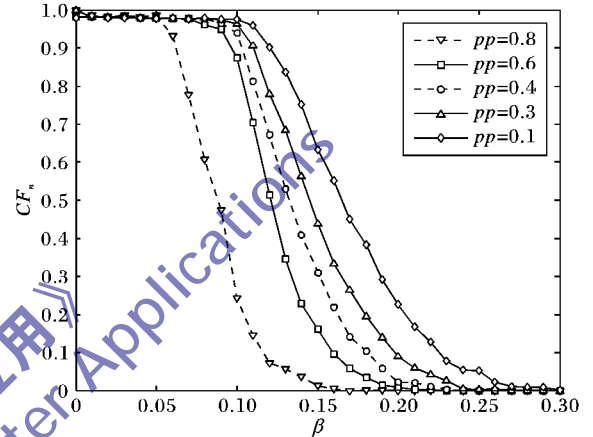


图4 pp 取不同值时的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

从图4中可以看出随着社团内部互连概率的增加,网络的抗毁性成增加趋势,社团内部节点度平均满足:

$$\langle k \rangle = m_0 pp / 2 \quad (10)$$

在初始社团节点数目确定的情况下,增加社团内部节点的互连概率使得网络的平均度增加,从而使得网络的抗毁性增加,研究也表明社团的平均度与抗毁性成正相关。互连概率的增加同时使得网络的负荷分布趋向均匀,从而提高了网络的抗毁性。

3.4 社团间的耦合强度对网络抗毁性的影响

社团间连接边数 m_4 决定社团间的耦合强度,为了研究社团间不同耦合强度对网络抗毁性的影响,按照本文所述网络生成方法,生成一个具有4个社团,每个社团内部有50个节点和500条边的初始网络,节点间的互连概率 $pp = 0.5$, $p = 0.051, q = 0.05, m_1 = 1, r = 0.05, m_2 = 1, s = 0.05, m_3 = 1, u = 0.8, m_4$ 的取值分别为3, 5, 7, 9, 11,仿真采用800次平均。抗毁性度量指标 CF_n 随容忍系数 β 的变化趋势如图5所示。

从图5可以看出随着社团间耦合强度的增加,网络的抗毁性逐渐增强。社团间耦合强度的增加使得以介数定义的网络的负荷趋向均匀,从而提高了网络的抗毁性。

3.5 模块度对网络抗毁性的影响

为量化复杂网络的社团结构,本文采用了目前应用最为广泛的由Newman等^[5]提出的网络社团量化指标——模块度函数 Q ,其定义如下:

$$Q = \sum_{c=1}^k \left[\frac{A(V_c, V_c)}{A(V, V)} - \left(\frac{A(V_c, V)}{A(V, V)} \right)^2 \right] \quad (11)$$

其中: k 表示社团数目, $A(V, V)$ 表示网络的边数, $A(V_c, V_c)$ 表示社团内部边数, $A(V_c, V)$ 表示社团内部的节点与社团外部节点所连边数。模块度函数 Q 有两个作用: 一是用来衡量社团结构强弱, 二是在社团划分中作为优化目标函数。通常情况下 Q 值大于 0.3 即可认为网络具有明显社团结构。

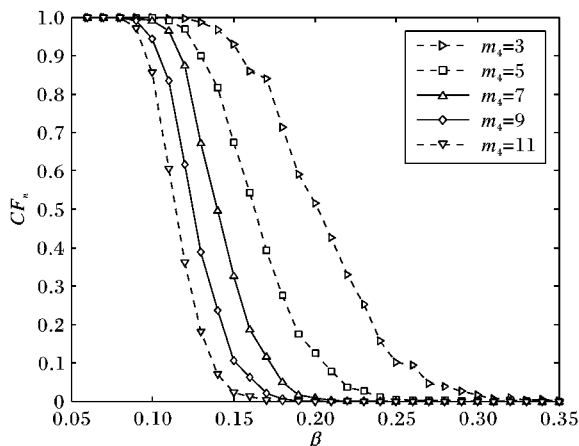


图5 m_4 取不同值时的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

为了研究模块度对网络抗毁性的影响, 仿真生成了具有 4 个社团, 每个社团内部有 50 个节点和 500 条边的初始网络, 节点间的互连概率 $pp = 0.5$, $r = 0.05$, $p = 0.05$, $q = 0.05$, $m_1 = 1$, $m_2 = 1$, $s = 0.05$, $m_3 = 1$, $u = 0.8$, $m_4 = 3$ 。 Q 的取值分别为 0.492、0.661、0.746、0.796、0.887, 仿真采用 800 次平均。抗毁性度量指标 CF_n 随容忍系数 β 的变化趋势如图 6 所示。

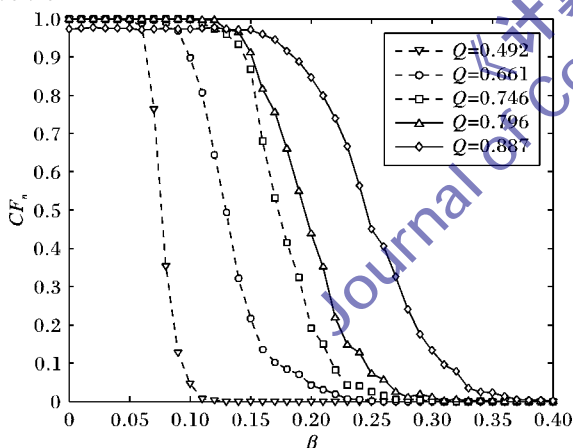


图6 Q 取不同值时的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

从图 6 可以看出随着模块度的增加, 网络抗毁性在逐渐减弱, 模块度增加表明社团结构更加明显导致负荷分布趋向不均匀, 从而降低了网络的抗毁性。

这与我们生活常识相同, 由于模块度的增加意味着社团间的连接边数变少, 本文抗毁性模型采用节点介数定义, 模块度增加使介数分布趋向更加不均匀, 在蓄意攻击介数最大的节点时, 由于介数较大的节点负荷了较大负载, 当其故障时会导致大量的负荷重新分配, 由于介数的极度不均匀导致发生更大规模级联故障, 从而使得网络抗毁性降低。

3.6 不同网络抗毁性分析

为了研究多社团网络与现有网络抗毁性的差别, 对比了本文所用的多局域世界模型网络 (Multi-Local-World Model Network, MLWMN)、无标度网络 BA 以及小世界网络 WS

(Watts-Strogatz)。仿真生成具有 200 个节点、平均度为 10 的 3 个网络, 结果为 500 次仿真均值, 在蓄意攻下其抗毁性如图 7 所示。

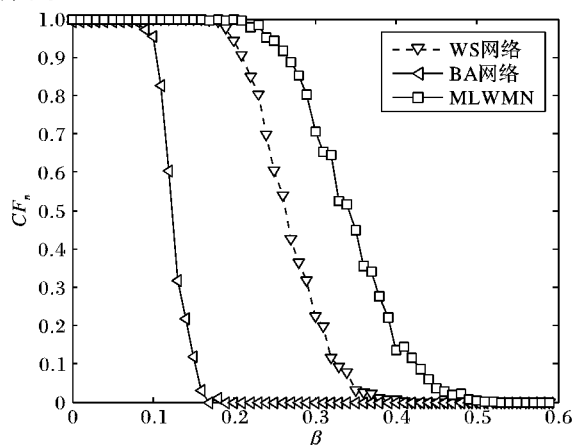


图7 不同网络的 $CF_n \sim \beta$ 曲线

从图 7 可以看出在蓄意攻击下 BA 网络的抗毁性最强, WS 网络的抗毁性次之, 多社团网络抗毁性最差。由于负荷的不均匀导致上述三种网络的抗毁性不同, 该结论与 Xia 等^[20]的结论相似。表明在相同规模和平均度情况下, 社团结构的存在会降低网络的抗毁性。

4 结语

级联故障普遍存在现实网络中, 而现实网络大都具有明显的社团特征, 因此研究社团结构对于网络抗毁性的影响对于提高网络抗毁性具有重要的现实意义。本文结合一种多社团复杂网络模型, 基于节点的“负荷-容量”模型, 采用节点介数定义网络负荷, 故障负荷分配方式采用局部择优策略, 对多社团网络在蓄意攻击下的级联抗毁性进行了研究, 得出如下结论: 多社团结构的复杂网络兼具随机故障的鲁棒性和蓄意攻击的脆弱性; 网络的负荷分配指数与其抗毁性成负相关, 社团内部的耦合强度与网络抗毁性成正相关, 社团间的耦合强度与网络抗毁性成正相关, 网络模块度与其抗毁性成负相关; 对比分析了 BA 网络和 WS 网络, 结果表明社团结构的存在降低了网络的抗毁性; 最终结论表明网络的负荷分配越均匀其抗毁性越强。

参考文献:

- [1] THAI M T, PARDALOS P M. Handbook of optimization in complex networks [M]. New York: Springer, 2012.
- [2] STROGATZ S H. Exploring complex networks [J]. Nature, 2001, 410(7024): 268-276.
- [3] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks [J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167-256.
- [4] SERRANO M Á, BOGUÑÁ M. Topology of the world trade Web [J]. Physical Review E: Statistical Mechanics and its Applications, 2003, 68(1): 015101.
- [5] NEWMAN M E J, GIRVAN M. Finding and evaluating community structure in networks [J]. Physical Review E: Statistical Mechanics and its Applications, 2004, 69(2): 026113.
- [6] REDNER S. How popular is your paper? An empirical study of the citation distribution [J]. The European Physical Journal B — Condensed Matter and Complex Systems, 1998, 4(2): 131-134.

(下转第 944 页)

参考文献:

- [1] WANG B, LIU K J R. Advances in cognitive radio networks: a survey [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(1): 5–23.
- [2] RAOOF O, AL-RAWESHIDY H S. Spectrum sharing in cognitive radio networks: an adaptive game approach [J]. IET Communications, 2012, 6(11): 1495–1501.
- [3] ZOU J, XIONG H, WANG D, *et al.* Optimal power allocation for hybrid overlay/underlay spectrum sharing in multiband cognitive radio networks [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(4): 1827–1837.
- [4] ZHENG L, TAN C W. Cognitive radio network duality and algorithms for utility maximization [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(3): 500–513.
- [5] LU K, ZHANG L, YANG J. An efficient SIR-first adaptive power control method in cognitive radio network [C]// GHTCE 2012: Proceedings of the 2012 Global High Tech Congress on Electronics. Piscataway: IEEE, 2012: 91–94.
- [6] CHEN Y, YU G, ZHANG Z, *et al.* On cognitive radio networks with opportunistic power control strategies in fading channels [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(7): 2752–2761.
- [7] SANCHEZ S M, SOUZA R D, FEMÁNDEZ E M G, *et al.* Rate and energy efficient power control in a cognitive radio Ad Hoc network [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(5): 451–454.
- [8] RAWAT D B, BISTA B B, YAN G. Precoder adaptation and power control in wireless Ad-Hoc networks for rate maximization [C]// NBIS 2011: Proceedings of the 14th International Conference on Network-based Information Systems. Piscataway: IEEE, 2011: 30–34.
- [9] OSBOME M J, RUBINSTEIN A. A course in game theory [M]. Cambridge: MIT Press, 1994: 24–29.
- [10] SRIVASTAVA V, NEEL J, MACKENZIE A B, *et al.* Using game theory to analyze wireless Ad Hoc networks [J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2005, 7(4): 46–56.
- [11] RABINER L R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition [J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(2): 257–286.
- [12] DASHTI M, AZMI P, NAVAIE K. Resource allocation for underlay CDMA cognitive radio networks [C]// WCNC 2012: Proceedings of the 2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway: IEEE, 2012: 2792–2796.
- [13] KIM K J, KWAK K S, CHOI B D. Performance analysis of opportunistic spectrum access protocol for multi-channel cognitive radio networks [J]. Journal of Communications and Networks, 2013, 15(1): 77–86.
- [14] XING Y, CHANDRAMOULI R. Stochastic learning solution for distributed discrete power control game in wireless data networks [J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2008, 16(4): 932–944.
- [15] MUQATTASH A, KRUNZ M. CDMA-based MAC protocol for wireless Ad Hoc networks [C]// MobiHoc 2003: Proceedings of the 4th ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking & Computing. New York: ACM, 2003: 153–164.
- [16] ZHANG L, ZHENG G, JIA D, *et al.* A control channel reserving based MAC protocol for cognitive radio networks [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2011, 33(4): 79–82. (张立, 郑国莘, 贾东立, 等. 知无线网络中控制信道预约的MAC协议[J]. 北京邮电大学学报, 2011, 33(4): 79–82.)
- [17] SARAYDAR C U, MANDAYMA N B, GOODMAN D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(2): 291–303.
- [18] HAGHIGHI K, STROM E G, AGRELL E. On optimum causal cognitive spectrum reutilization strategy [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(10): 1911–1921.
- [19] YATES R D. A framework for uplink power control in cellular radio systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1995, 13(7): 1341–1347.
- [7] (上接第938页) ALBRET R, JEONG H, BARABÁSI A L. Diameter of the world-wide Web [J]. Nature, 1999, 401(6749): 130–131.
- [8] WILLIAMS R J, MARTINEZ N D. Simple rules yield complex food webs [J]. Nature, 2000, 404(6774): 180–183.
- [9] GLEISER P, DANON L. Community structure in jazz [J]. Advances in Complex System, 2003, 6(4): 565–573.
- [10] ALBERT R, JEONG H, BARABÁSI A L. Error and attack tolerance of complex networks [J]. Nature, 2000, 406(6794): 378–382.
- [11] MOTTER A E, LAI Y-C. Cascade-based attacks on complex networks [J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2002, 66(6): 065102.
- [12] GALSTYAN A, COHEN P. Cascading dynamics in modular networks [J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2007, 75(3): 036109.
- [13] WEI D Q, LUO X S, ZHANG B. Analysis of cascading failure in complex power networks under the load local preferential redistribution rule [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2012, 391(8): 2771–2777.
- [14] WANG J-W. Robustness of heterogenous network with mitigation strategy against cascading failures [J]. Modern Physics Letters B, 2012, 26(14): 1250087.
- [15] DUAN D, WU J, DENG H, *et al.* Cascading failure model of complex networks based on tunable load redistribution [J]. System Engineering-Theory & Practice, 2013, 33(1): 203–208. (段东立, 吴俊, 邓宏钟, 等. 基于可调负载重分配的复杂网络级联失效模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(1): 203–208.)
- [16] WU J, GAO Z, SUN H. Cascade and breakdown in scale-free networks with community structure [J]. Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2006, 74(6): 066111.
- [17] CHEN G R, FAN Z P, LI X. Modeling the complex Internet topology in complex dynamics in communication networks [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- [18] WANG X, LI X, CHEN G. Theory and application of complex networks [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.)
- [19] WANG J, RONG L, ZHANG L, *et al.* Attack vulnerability of scale-free networks due to cascading failures [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2008, 387(26): 6671–6678.
- [20] XIA Y, FAN J, Hill D. Cascading failure in Watts Strogatz small-world networks [J]. Physica A, 2010, 389(6): 1281–1285.