

数字图像多小波逆变换及后置滤波算法

谭小容*, 陈朝峰, 查代奉

(九江学院 电子工程学院, 江西 九江 332005)

(*通信作者电子邮箱 tanxiaorong98@126.com)

摘要:为了使数字图像多小波变换域的数据能够快速和有效地还原到空间域,并使还原后的图像具有很好的视觉效果,提出包括多小波逆变换和后置滤波的多小波还原算法。该方法通过前置滤波和多小波正变换将空域图像变换到多小波域,并对多小波域的低频分量和高频分量按一定规律重新组合,在没有额外内插零的情况下进行逆变换和后置滤波还原出空域图像。实验结果表明,所提算法得到的还原图像与原始图像相比90%以上像素点的误差值小于0.0001。

关键词: 数字图像; 小波变换; 多小波变换; 滤波; CL 多小波

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

Multi-wavelet inverse transform and post filtering algorithm for digital images

TAN Xiaorong*, CHEN Zhaofeng, ZHA Daifeng

(School of Electronic Engineering, Jiujiang University, Jiujiang Jiangxi 332005, China)

Abstract: In order to quickly and effectively reduce digital image from multi-wavelet transform domain to space domain and get the reduced image with better visual result, a reduction method including inverse transform and post filtering was proposed. The proposed method decomposed image from space domain to transform domain by pre-filtering and multi-wavelet transform, and then recombined high and low frequency components, finally reduced spatial domain image without interpolation zero. The experimental results show that compared with the original image, the error value of more than 90% pixels of restored image is less than 0.0001.

Key words: digital image; wavelet transform; multi-wavelet transform; filtering; CL multi-wavelet

多小波是小波的新分支,将传统的单小波拓展到矢量空间,除了具有单小波所有优点,还克服了单小波不具备的支撑性、正交性和对称性^[1-2],因此多小波的应用尤其在图像处理方面有巨大的潜力。

多小波应用于图像处理首先要解决多小波分解和重构问题。自1989年S. Mallat提出了信号的塔式多分辨率分析与重构的快速算法即马拉特(Mallat)算法^[3-6]后,与该算法相关的研究层出不穷,并得到广泛应用。如:文献[7]提出了该算法的一种快速实用的实现方法,并把这种方法应用到噪声主动控制中;文献[8]提出了 α 尺度多小波的Mallat算法;文献[9]详细分析了图像多小波分解过程;文献[10-13]运用该算法进行图像去噪、编码处理。这些文献有的仅对一维信号多小波分解和重构进行分析,有的只讨论二维图像多小波塔式分解过程,很少有文献分析二维图像多小波的重构算法。文献[14]提出了内插零的图像小波重构方法,在一定程度上能有效地还原图像,但内插零会导致还原图像产生方块效应。为了使图像有效地还原到空间域,并使还原后的图像具有很好的视觉效果,在阅读大量相关文献的基础上,根据Mallat塔式算法思想,给出了详细的数字图像多小波分解和还原算法。该算法先将空域图像用二进小波变换分解到多小波变换域,然后把变换域中的低频分量和高频分量重新组合成矢量,最后在不插入任何数据的情况下还原空域图像。为了验证该算法的有效性,以CL(Chui-Lian)多小波为例,对图像

caneraman.tif进行了Matlab算法仿真。实验结果说明,这种方法能够有效地还原图像。

1 数字图像多小波基础

数字图像多小波变换涉及矢量滤波,标量信号要通过一个前置滤波器转化为矢量信号后,才能进行多小波变换,逆变换后再经过后置滤波器将矢量信号变换为标量信号^[15]。这个过程可以用图1来表示。

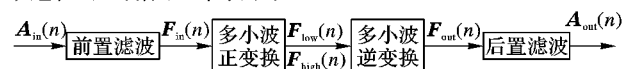


图1 多小波变换过程

图1中每个过程的运算公式如下:

前置滤波:

$$F_{in}(n) = \sum_k P_{re}(k) A_{in}(n-k) \quad (1)$$

多小波正变换:

$$\begin{cases} F_{low}(m) = \sum_n L(n-2m) F_{in}(n) \\ F_{high}(m) = \sum_n H(n-2m) F_{in}(n) \end{cases} \quad (2)$$

多小波逆变换:

$$F_{out}(n) = \sum_m L^T(n-2m) F_{low}(m) +$$

收稿日期: 2013-10-30; 修回日期: 2013-12-13。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61261046); 江西省教育厅2011年度科技项目(GJJ11621)。

作者简介: 谭小容(1976-),女,重庆垫江人,讲师,硕士,主要研究方向:数字图像小波分析; 陈朝峰(1982-),男,陕西咸阳人,讲师,硕士,主要研究方向:小波分析; 查代奉(1971-),男,江西九江人,教授,博士,主要研究方向:非高斯信号处理、医学图像处理。

$$\sum_m H^T(n-2m)F_{\text{high}}(m) \quad (3)$$

后置滤波:

$$A_{\text{out}}(n) = \sum_k P_{\text{ost}}(k)F_{\text{out}}(n-k) \quad (4)$$

其中: $A_{\text{in}}(n)$ 、 $F_{\text{in}}(n)$ 、 $F_{\text{low}}(n)$ 、 $F_{\text{high}}(n)$ 、 $F_{\text{out}}(n)$ 、 $A_{\text{out}}(n)$ 都是一个 2×1 的向量。在数字图像处理中, $A_{\text{in}}(n)$ 由同一列中相邻两行或同一行中相邻两列像素的值组成; $F_{\text{in}}(n)$ 则由输入图像经过前置滤波运算后按照一定规则组合而成; $P_{\text{re}}(n)$ 和 $P_{\text{ost}}(n)$ 分别是前置滤波器和后置滤波器的冲激响应; $L(n-2m)$ 和 $H(n-2m)$ 都是 $r \times r$ 的矩阵, 分别表示多小波的低通和高通滤波器的冲激响应, r 是多小波所包含的小波个数, 在常用的 GHM (Geronimo-Hardin-Massopust)、CL 等多小波中 r 均等于 2。本文重点分析图 1 中从输入 $A_{\text{in}}(n)$ 到输出 $A_{\text{out}}(n)$ 详细的运算过程, 不讨论 $P_{\text{re}}(n)$ 、 $P_{\text{ost}}(n)$ 、 $L(n-2m)$ 、 $H(n-2m)$ 的值如何获得。式(2)和式(3)可以用图 2 来描述。

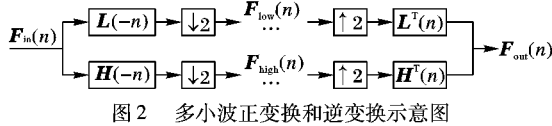


图2 多小波正变换和逆变换示意图

图2中: $\downarrow 2$ 表示抽取运算, 即从两个值中抽取其中一个值; $\uparrow 2$ 表示插值运算, 在两个值之间插入一个值。

2 前置滤波与多小波正变换

2.1 前置滤波

多小波变换只适用于向量信号, 因此, 在对图像进行小波变换前要进行图像前置滤波运算, 然后经过组合才得到式(2)中的 $F_{\text{in}}(n)$ 。前置滤波器是 2×2 的矩阵, 每种多小波都有相对应的前置滤波器。设输入图像为维数 $N \times N$ 的 A_{in} , 一般情况, 为了多小波运算的多级分解, 取 N 为 2 的整数次幂, 则 A_{in} 可表示为:

$$A_{\text{in}} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,N} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N,1} & a_{N,2} & \cdots & a_{N,N} \end{bmatrix}$$

其中: $a_{i,j}$ 表示图像的像素值, $1 \leq i, j \leq N$ 。由于图像是二维信号, 所以前置滤波处理包括行和列两部分。

2.1.1 行前置滤波

1) 将输入图像 A_{in} 按行组成行向量信号:

$$A_{\text{row}}(n) = \begin{bmatrix} a_{i,2n-1} \\ a_{i,2n} \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

2) 行前置滤波运算:

$$B_{\text{row}}(n) = \sum_k P_{\text{re}}(k)A_{\text{row}}(n-k) = \begin{bmatrix} b_{i,n} \\ b_{i,N/2+n} \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

经过行前置滤波运算后输出为:

$$B = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,N} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{N,1} & b_{N,2} & \cdots & b_{N,N} \end{bmatrix}$$

2.1.2 列前置滤波

1) 将行前置滤波器的输出图像 B 以列组成列向量信号, 得到:

$$B_{\text{col}}(n) = \begin{bmatrix} b_{2n-1,i} \\ b_{2n,i} \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

2) 列前置滤波运算:

$$C_{\text{col}}(n) = \sum_k P_{\text{re}}(k)B_{\text{col}}(n-k) = \begin{bmatrix} c_{n,i} \\ c_{N/2+n,i} \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

经过列前置滤波运算后输出为:

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,N} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{N,1} & c_{N,2} & \cdots & c_{N,N} \end{bmatrix}$$

2.2 多小波正变换

同样, 在进行多小波正变换时也包括行和列两部分。

2.2.1 行多小波正变换

1) 将前置滤波器输出结果 C 按行方向组成行向量

$$C_{\text{row}}(n) = \begin{bmatrix} c_{i,n} \\ c_{i,N/2+n} \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

2) 对 $C_{\text{row}}(n)$ 进行多小波变换:

$$D_{\text{row}}^L(m) = \sum_n L(n-2m)C_{\text{row}}(n) = \begin{bmatrix} d_{i,m}^L \\ d_{i,N/4+m}^L \end{bmatrix}$$

$$D_{\text{row}}^H(m) = \sum_n H(n-2m)C_{\text{row}}(n) = \begin{bmatrix} d_{i,m}^H \\ d_{i,N/4+m}^H \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2, m = 1, 2, \cdots, N/4$ 。

经过行方向多小波正变换后输出为:

$$D = \begin{bmatrix} d_{1,1}^L & d_{1,2}^L & \cdots & d_{1,N/2}^L & d_{1,1}^H & d_{1,2}^H & \cdots & d_{1,N/2}^H \\ d_{2,1}^L & d_{2,2}^L & \cdots & d_{2,N/2}^L & d_{2,1}^H & d_{2,2}^H & \cdots & d_{2,N/2}^H \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{N,1}^L & d_{N,2}^L & \cdots & d_{N,N/2}^L & d_{N,1}^H & d_{N,2}^H & \cdots & d_{N,N/2}^H \end{bmatrix}$$

2.2.2 列多小波正变换

1) 将行方向正变换结果 D 以列组成列向量:

$$D_{\text{col}}(n) = \begin{bmatrix} d_{n,i} \\ d_{N/2+n,i} \end{bmatrix}; \quad i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2$$

2) 对 $D_{\text{col}}(n)$ 进行列多小波正变换:

$$E_{\text{col}}^L(m) = \sum_n L(n-2m)D_{\text{col}}(n) = \begin{bmatrix} e_{m,i}^L \\ e_{N/4+m,i}^L \end{bmatrix}$$

$$E_{\text{col}}^H(m) = \sum_n H(n-2m)D_{\text{col}}(n) = \begin{bmatrix} e_{m,i}^H \\ e_{N/4+m,i}^H \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \cdots, N, n = 1, 2, \cdots, N/2, m = 1, 2, \cdots, N/4$ 。

经过列多小波正变换后的输出为:

$$E = \begin{bmatrix} e_{1,1}^L & e_{1,2}^L & \cdots & e_{1,N}^L \\ e_{2,1}^L & e_{2,2}^L & \cdots & e_{2,N}^L \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N/2,1}^L & e_{N/2,2}^L & \cdots & e_{N/2,N}^L \\ e_{1,1}^H & e_{1,2}^H & \cdots & e_{1,N}^H \\ e_{2,1}^H & e_{2,2}^H & \cdots & e_{2,N}^H \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N/2,1}^H & e_{N/2,2}^H & \cdots & e_{N/2,N}^H \end{bmatrix}$$

从以上算法分析可以看出, 一幅 $N \times N$ 大小的图像 A_{in} 经过前置滤波和多小波正变换以后, 最终的输出 E 被分解为四幅大小为 $N/2 \times N/2$, 不同分辨率和不同空间方向的子图像,

设这四幅图像分别为 LL, LH, HL, HH 。其中 LL 是行和列的低频分量,其时域分辨率最高,频域分辨率最低; LH 是行方向的高频分量; HL 是列的高频分量; HH 是行和列的高频分量或对角方向的分量,其时域分辨率最低,而频域分辨率最高。这四个分量的值分别为:

$$LL = \begin{bmatrix} e_{1,1} & e_{1,2} & \cdots & e_{1,N/2} \\ e_{2,1} & e_{2,2} & \cdots & e_{2,N/2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N/2,1} & e_{N/2,2} & \cdots & e_{N/2,N/2} \end{bmatrix}$$

$$LH = \begin{bmatrix} e_{1,N/2+1} & e_{1,N/2+2} & \cdots & e_{1,N} \\ e_{2,N/2+1} & e_{2,N/2+2} & \cdots & e_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N/2,N/2+1} & e_{N/2,N/2+2} & \cdots & e_{N/2,N} \end{bmatrix}$$

$$HL = \begin{bmatrix} e_{N/2+1,1} & e_{N/2+1,2} & \cdots & e_{N/2+1,N/2} \\ e_{N/2+2,1} & e_{N/2+2,2} & \cdots & e_{N/2+2,N/2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N,1} & e_{N,2} & \cdots & e_{N,N/2} \end{bmatrix}$$

$$HH = \begin{bmatrix} e_{N/2+1,N/2+1} & e_{N/2+1,N/2+2} & \cdots & e_{N/2+1,N} \\ e_{N/2+2,N/2+1} & e_{N/2+2,N/2+2} & \cdots & e_{N/2+2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ e_{N,N/2+1} & e_{N,N/2+2} & \cdots & e_{N,N} \end{bmatrix}$$

LL, LH, HL, HH 四个分量构成了小波变换域的系数,如果要进行多级变换,可以对时域低分辨率分量 LL 继续前置滤波和多小波正变换,以此类推。在基于多小波图像处理中,不论是去噪,还是压缩及其他应用都是将小波域的数据进行分析和相关运算,经过分析和运算以后的数据依然在小波域,所以必须进行多小波逆变换和后置滤波处理,最终得到空域图像数据。

3 多小波逆变换与后置滤波

3.1 多小波逆变换

3.1.1 列多小波逆变换

1) 将多小波正变换输出图像 E , 以列组成低频和高频两组列向量:

$$E_{col}^L(n) = \begin{bmatrix} e_{n,i} \\ e_{N/4+n,i} \end{bmatrix}$$

$$E_{col}^H(n) = \begin{bmatrix} e_{N/2+n,i} \\ e_{3N/4+n,i} \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N/4$ 。

2) 对 $E_{col}^L(n)$ 和 $E_{col}^H(n)$ 分别进行列多小波逆变换:

$$RD_{col}^L(n) = \sum_m L^T(n-2m) E_{col}^L(m) = \begin{bmatrix} rd_{n,i}^L \\ rd_{N/2+n,i}^L \end{bmatrix}$$

$$RD_{col}^H(n) = \sum_m H^T(n-2m) E_{col}^H(m) = \begin{bmatrix} rd_{n,i}^H \\ rd_{N/2+n,i}^H \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N/2, m = 1, 2, \dots, N/4$ 。

3) 将 $RD_{col}^L(n)$ 和 $RD_{col}^H(n)$ 相加:

$$RD = RD_{col}^L(n) + RD_{col}^H(n)$$

经过列多小波正变换后的输出为:

$$RD = \begin{bmatrix} rd_{1,1}^L + rd_{1,1}^H & rd_{1,2}^L + rd_{1,2}^H & \cdots & rd_{1,N}^L + rd_{1,N}^H \\ rd_{2,1}^L + rd_{2,1}^H & rd_{2,2}^L + rd_{2,2}^H & \cdots & rd_{2,N}^L + rd_{2,N}^H \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ rd_{N,1}^L + rd_{N,1}^H & rd_{N,2}^L + rd_{N,2}^H & \cdots & rd_{N,N}^L + rd_{N,N}^H \end{bmatrix}$$

3.1.2 行方向多小波逆变换

1) 将列多小波逆变换结果 RD 按行组成低频和高频两组行向量:

$$RD_{row}^L(n) = \begin{bmatrix} rd_{i,n}^L \\ rd_{i,N/4+n}^L \end{bmatrix}$$

$$RD_{row}^H(n) = \begin{bmatrix} rd_{i,N/2+n}^L \\ rd_{i,3N/4+n}^L \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N/4$ 。

2) 对 $RD_{row}^L(n)$ 和 $RD_{row}^H(n)$ 分别进行多小波逆变换:

$$RC_{row}^L(n) = \sum_m L^T(n-2m) RD_{row}^L(m) = \begin{bmatrix} rc_{i,n}^L \\ rc_{i,N/2+n}^L \end{bmatrix}$$

$$RC_{row}^H(n) = \sum_m L^H(n-2m) RD_{row}^H(m) = \begin{bmatrix} rc_{i,n}^H \\ rc_{i,N/2+n}^H \end{bmatrix}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, \dots, N/2, m = 1, 2, \dots, N/4$ 。

3) 将 $RC_{row}^L(n)$ 和 $RC_{row}^H(n)$ 相加:

$$RD = RC_{row}^L(n) + RC_{row}^H(n)$$

经过行方向多小波正变换后输出为:

$$RC = \begin{bmatrix} rc_{1,1}^L + rc_{1,1}^H & rc_{1,2}^L + rc_{1,2}^H & \cdots & rc_{1,N}^L + rc_{1,N}^H \\ rc_{2,1}^L + rc_{2,1}^H & rc_{2,2}^L + rc_{2,2}^H & \cdots & rc_{2,N}^L + rc_{2,N}^H \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ rc_{N,1}^L + rc_{N,1}^H & rc_{N,2}^L + rc_{N,2}^H & \cdots & rc_{N,N}^L + rc_{N,N}^H \end{bmatrix}$$

3.2 后置滤波

3.2.1 列后置滤波

1) 将多小波逆变换输出结果 RC 以列组成列向量信号:

$$RC_{col}(n) = \begin{bmatrix} rc_{n,i} \\ rc_{n+N/2,i} \end{bmatrix}; i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2$$

2) 列后置滤波运算:

$$RB_{col}(n) = \sum_k P_{ost}(k) RC_{col}(n-k) = \begin{bmatrix} rb_{2n-1,i} \\ rb_{2n,i} \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2$$

经过列后置滤波运算后输出为:

$$RB = \begin{bmatrix} rb_{1,1} & rb_{1,2} & \cdots & rb_{1,N} \\ rb_{2,1} & rb_{2,2} & \cdots & rb_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ rb_{N,1} & rb_{N,2} & \cdots & rb_{N,N} \end{bmatrix}$$

3.2.2 行后置滤波

1) 将列后置滤波输出 RB 按行组成行量信号:

$$RB_{row}(n) = \begin{bmatrix} rb_{i,n} \\ rb_{i,N/2+n} \end{bmatrix}; i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2$$

2) 行后置滤波运算:

$$RA_{row}(n) = \sum_k P_{ost}(k) RB_{row}(n-k) = \begin{bmatrix} ra_{i,2n-1} \\ ra_{i,2n} \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2$$

经过行后置滤波运算后输出为:

$$RA = \begin{bmatrix} ra_{1,1} & ra_{1,2} & \cdots & ra_{1,N} \\ ra_{2,1} & ra_{2,2} & \cdots & ra_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ra_{N,1} & ra_{N,2} & \cdots & ra_{N,N} \end{bmatrix} = A_{out}$$

4 算法分析

4.1 对抽取和插值的理解

图2中的抽取过程可以用多小波正变换运算过程中的公式来说明,如式(5)。可以看出,输入 $C_{row}(n)$ 具有 $N/2$ 组 2×1 的向量,而输出 $D_{row}^L(m)$ 只有 $N/4$ 组 2×1 的向量,从某种意义上说在正变换处理过程中就已经对图像进行了抽取运算。同样,插值处理可以用多小波逆变换式(6)来体现。在式(6)中,输入 $E_{col}^L(m)$ 只有 $N/4$ 组 2×1 的向量,而输出 $RD_{col}^L(n)$ 具有 $N/2$ 组 2×1 的向量,数量增加了一倍,实现了插值运算。

$$D_{row}^L(m) = \sum_n L(n-2m)C_{row}(n) = \begin{bmatrix} d_{i,m}^L \\ d_{i,N/4+m}^L \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2, m = 1, 2, \dots, N/4 \quad (5)$$

$$RD_{col}^L(n) = \sum_m L^T(n-2m)E_{col}^L(m) = \begin{bmatrix} rd_{n,i}^L \\ rd_{N/2+n,i}^L \end{bmatrix};$$

$$i = 1, 2, \dots, N, n = 1, 2, \dots, N/2, m = 1, 2, \dots, N/4 \quad (6)$$

4.2 边界处理问题

图像信号是有限长的,所以存在边界处理问题。比较常用的方法是周期扩展和反射扩展。在多小波变换中,几乎每一个处理环节都存在边界溢出,导致边界处多小波变换结果误差偏大。在此采用周期扩展法,在具体实现过程中可以对输入图像的边界先扩展然后再变换;也可以在变换过程中对非边界部分正常处理,而对边界部分加以控制。

4.3 行列处理的先后问题

数字图像是一种二维信号,所以多小波变换的每一个阶段都包含行处理和列处理,理论上两者不分先后。为了说明先后顺序对结果是否产生影响,可以在仿真实验中随机调换两者的处理顺序。

5 实现与结果分析

5.1 CL多小波实现

为了验证该还原算法的有效性,以CL多小波为例,将Matlab自带的标准图像 cameraman.tif 作为输入进行一级多小波分解和还原运算,每一个阶段的处理结果如图3。为了方便观察,显示时将部分图像进行了转置运算。其中CL多小波所确定的低通滤波器 $L(n)$ 和高通滤波器 $H(n)$ 以及与CL多小波相配套的前置滤波器 $P_{re}(n)$ 和后置滤波器 $P_{out}(n)$ 参数值如下。

$$L(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad L(1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$L(2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad H(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{4\sqrt{2}} & \frac{1}{4\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$H(1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad H(2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{4\sqrt{2}} & \frac{1}{4\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$P_{re}(0) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{1+\sqrt{7}} & -\frac{1}{1+\sqrt{7}} \end{bmatrix}$$

$$P_{out}(0) = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1+\sqrt{7}}{2} \\ 2 & -\frac{1+\sqrt{7}}{2} \end{bmatrix}$$



图3 CL多小波图像处理结果

5.2 结果分析

实验结果可以通过主观观察输出与输入图像的差别及客观数据评价该多小波还原性能。通过主观观察,图3中后置滤波器的输出 A_{out} 与前置滤波器输入 A_{in} ,以及多小波逆变换输出 F_{out} 与正变换输入 F_{in} 没有明显区别。以输出图像与输入图像的统计误差(相应像素点的像素值之差的绝对值)为客观标准加以评价,如式(7)。其中: $error1$ 是后置滤波器的输出图像与前置滤波器的输入图像差值, $error2$ 是多小波逆变换后的图像与多小波正变换前的图像的差值。图4显示了各个像素点的误差值,其中 (m,n) 是图像的像素点, m 和 n 是0到255的整数。

$$error1 = \text{abs}(A_{out} - A_{in}) \quad (6)$$

$$error2 = \text{abs}(F_{out} - F_{in}) \quad (7)$$

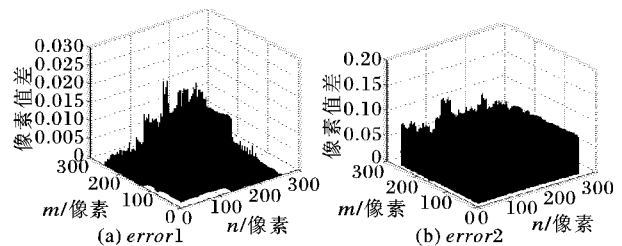


图4 统计误差图

从图4可以看出,误差值 $error1$ 和 $error2$ 在每个像素点都比较小,所以这种多小波分解与还原算法对原始图像数据并没有造成太大的破坏,也不会有明显视觉误差和方块效应。实验过程中多次调整行和列运算的先后顺序发现,先处理行和先处理列,输出图像的客观评价标准值相同。由此可见,行

列处理先后顺序对结果不产生影响。

6 结语

本文详细分析和推导了数字图像多小波分解和还原算法全过程,并对图像 cameraman.tif 进行了 CL 多小波一级分解和重构仿真实验。实验结果表明,利用这种算法得到的输出图像与原始图像相比,主观上看不到明显失真,客观数据显示输入与输出之间的误差非常小,这说明该多小波分解和还原算法是有效的。

参考文献:

- [1] YAO M. Digital image processing [M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 195 - 198. (姚敏. 数字图像处理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006: 195 - 198.)
- [2] ZADEH P B, AKBARI A S. Image resolution enhancement using multi-wavelet and cycle-spinning [C]// Proceedings of the 2012 UKACC International Conference on Control. Piscataway: IEEE Press, 2012: 789 - 792.
- [3] ZHAO T, WANG Y, REN Y, *et al.* Approach of image denoising based on discrete multi-wavelet transform [C]// Proceedings of the 2009 International Workshop on Intelligent Systems and Applications. Piscataway: IEEE Press, 2009: 1 - 4.
- [4] WANG X. Image de-noising based on multi-wavelet [C]// Proceedings of the 2009 International Forum on Information Technology and Applications. Piscataway: IEEE Press, 2009: 523 - 525.
- [5] SHEN S, NING W. A new symmetric extension of the signal at the boundaries for multiwavelet image compression [C]// Proceedings of the 2002 6th International Conference on Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2002, 1: 193 - 196.
- [6] LIU W, ZHANG M. Multiple description image coding method based on balanced multiwavelet transformation [C]// Proceedings of the 2010 3rd International Congress on Image and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2010, 2: 548 - 522.
- [7] ZHANG F, ZHOU Y, CHAO J. The realization and application of MALLAT arithmetic [J]. Automation and Instrumentation, 2004 (6): 4 - 5. (张奉军, 周燕, 曹建国. MALLAT 算法快速实现方法及其应用研究[J]. 自动化与仪器仪表, 2004(6): 4 - 5.)
- [8] ZHENG X, ZHANG X. An adaptive image interpolation algorithm based on multiwavelet transform [J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 2009, 30(3): 211 - 217. (郑雄波, 张晓威. 一种基于多小波变换的自适应图像插值算法[J]. 数值计算与计算机应用, 2009, 30(3): 211 - 217.)
- [9] HUANG Z, MA Z. CL multiwavelet image coding [J]. Journal of Image and Graphics, 2001, 6(7): 662 - 668. (黄卓君, 马争鸣. CL 多小波图像编码[J]. 中国图象图形学报, 2001, 6(7): 662 - 668.)
- [10] HUANG Z, MA Z. Statistical analysis of multiwavelet image transform [J]. Journal of Image and Graphics, 2001, 6(12): 1198 - 1203. (黄卓君, 马争鸣. 多小波图像变换的统计分析[J]. 中国图象图形学报, 2001, 6(12): 1198 - 1203.)
- [11] LIU W, CHEN D. An image coding method based on multiwavelet transform [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2011, 50(5): 50 - 53. (柳薇, 陈冬丽. 基于多小波变换的图像编码算法研究[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 2011, 50(5): 50 - 53.)
- [12] NIZAM S, TELATAR Z. Multispectral image fusion based on the multiwavelet and IHS transforms [C]// Proceedings of the 2012 20th Signal Processing and Communications Applications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2012: 1 - 4.
- [13] REN H, LAN Y, ZHANG Y. Research of multi-focus image fusion based on M-band multi-wavelet transformation [C]// Proceedings of the 2011 4th International Workshop on Advanced Computational Intelligence. Piscataway: IEEE Press, 2011: 395 - 398.
- [14] MOHIDEEN S K, PERUMAL S A, KRISHNAN N, *et al.* Image denoising multi-wavelet and threshold [C]// Proceedings of the 2008 International Conference on Computing, Communication and Networking. Piscataway: IEEE Press, 2008: 1 - 5.
- [15] MALLAT S. A wavelet tour of signal processing: the sparse way [M]. 3rd ed. DAI D, YANG L, translation. Beijing: China Machine Press, 2012: 194 - 199. (MALLAT S. 信号处理的小波导引: 稀疏方法[M]. 3 版. 戴道清, 杨力华, 译. 北京: 机械工业出版社, 2012: 194 - 199.)

(上接第 1476 页)

参考文献:

- [1] DONG Y, MILNE A K, FORSTER B C. Segmentation and classification of vegetated areas using polarimetric SAR image data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39 (2): 321 - 329.
- [2] BAATZ M, BENZ U, DEHGhani S, *et al.* eCognition user guide 4.0 [M]. München: Definiens Imagine GmbH, 2004.
- [3] YANG J, PENG Y N, LIN S M. Similarity between two scattering matrices [J]. Electronics Letters, 2001, 37(3): 193 - 194.
- [4] AN W, ZHANG W, YANG J, *et al.* On the similarity parameter between two targets for the case of multi-look polarimetric SAR [J]. Chinese Journal of Electronics, 2009, 18(3): 545 - 550.
- [5] YANG J, LANG F, LI D. An unsupervised Wishart classification for fully polarimetric SAR image based on Cloude-Pottier decomposition and polarimetric whitening filter [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(1): 104 - 107. (杨杰, 郎丰锐, 李德仁. 一种利用 Cloude-Pottier 分解和极化白化滤波的全极化 SAR 图像分类算法[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2011, 36(1): 104 - 107.)
- [6] ZHANG H, YANG W, ZOU T, *et al.* Classification of polarimetric SAR image based on four-component scattering model [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(1): 122 - 125. (张海剑, 杨文, 邹同元, 等. 基于四分量散射模型的多极化 SAR 图像分类[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2009, 34(1): 122 - 125.)
- [7] CLOUDE S R, POTTIER E. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1996, 34(2): 498 - 518.
- [8] JOHN G H, KOHAVI R, PFLEGER K. Irrelevant features and the subset selection problem [C]// Proceedings of the 11th International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1994: 121 - 129.
- [9] LEE J S, GRUNES M R, de GRANDI G. Polarimetric SAR speckle filtering and its implication for classification [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2363 - 2373.
- [10] LEE J S, GRUNES M R, AINSWORTH T L, *et al.* Unsupervised classification using polarimetric decomposition and the complex Wishart classifier [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999, 37(5): 2249 - 2258.
- [11] SHIMONI M, BORGHYS D, HEREMANS R, *et al.* Fusion of PolSAR and PolInSAR data for land cover classification [J]. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, 2009, 11(3): 169 - 180.
- [12] FOODY G M. Status of land cover classification accuracy assessment [J]. Remote Sensing of Environment, 2002, 80(1): 185 - 201.