

一阶实值多项式相位信号快速稀疏分解算法

欧国建^{1,2*}, 李法平¹, 蒋清平²

(1. 重庆电子工程职业学院 软件学院, 重庆 401331; 2. 飞行器测控与通信教育部重点实验室(重庆大学), 重庆 400044)

(*通信作者电子邮箱 ouguojia_2005@qq.com)

摘要:针对稀疏分解运算量巨大的问题,提出了一种针对一阶实值多项式相位信号(PPS)运算量较小的稀疏分解算法,从而实现了稀疏分解的快速性。该算法采用如下策略:首先采用级联字典的方式,即字典 D 由 D_f 和 D_p 级联而成,其中字典 D_f 的原子主要考虑一阶实值多项式相位信号的频率成分,不考虑相位因素,而字典 D_p 的原子主要考虑一阶实值多项式相位信号的相位成分,不考虑频率因素;其次对字典 D_f 的原子与信号进行匹配测试,测试采用群测试算法搜索匹配的原子,并采用二次测试的方法来达到测试的准确性;最后根据测得的匹配频率原子,构造字典 D_p ,并通过匹配追踪(MP)算法搜索到匹配的相位原子,从而完成了信号的稀疏分解。仿真结果表明该算法的效率约为匹配追踪算法的604倍和遗传算法的139倍,具有运算量小、稀疏分解快的特点,复杂度仅为 $O(N)$,而且不具有智能计算的随机性。

关键词:多项式信号;群测试;稀疏分解;匹配追踪;冗余字典

中图分类号: TP399 **文献标志码:** A

Fast algorithm for sparse decomposition of real first-order polynomial phase signal based on group testing

OU Guojian^{1,2*}, LI Faping¹, JIANG Qingping²

(1. College of Software, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing 400044, China;

2. Key Laboratory of Aircraft Tracking Telemetry and Command and Communication, Ministry of Education (Chongqing University), Chongqing 400044, China)

Abstract: Concerning the huge calculation of sparse decomposition, a fast sparse decomposition algorithm with low computation complexity was proposed for first-order Polynomial Phase Signals (PPS). In this algorithm, firstly, two concatenate dictionaries including D_f and D_p were constructed, and the atoms in the D_f were constructed by the frequency, and the atoms in the D_p were constructed by the phase. Secondly, for the dictionary D_f , the group testing was used to search the atoms that matched the signal, and the correlation values of the atoms and the signal were tested twice to achieve the reliability. Finally, according to the matching frequency atoms tested by group testing, the dictionary D_p was constructed, and the matching phase atoms were searched by Matching Pursuit (MP) algorithm. Therefore, the sparse decomposition of real first-order PPS was finished. The simulation results show that the computational efficiency of the proposed algorithm is about 604 times as high as that of matching pursuit and about 139 times as high as that of genetic algorithm, hence the presented algorithm has less computation complexity, and can finish sparse decomposition fast. The complexity of the algorithm is only $O(N)$.

Key words: Polynomial Phase Signal (PPS); group testing; sparse decomposition; Matching Pursuit (MP); over-complete dictionary of atoms

0 引言

信号的稀疏分解对研究高维数据不仅建立了严密的数学框架,而且对于发现数据的结构提供了计算上可行的方式^[1]。由于它的优良特性,近年来,它的研究也越来越受到人们的重视。对于稀疏分解,最早有匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法^[2],随后类似的改进算法也被提出,如基追踪(Basis Pursuit, BP)算法^[3]、正交匹配追踪(Orthogonal MP, OMP)算法^[4]、树形匹配追踪(Tree MP, TMP)算法^[5]等。

然而,由于稀疏字典中的原子数非常庞大,这导致稀疏分解的计算量十分巨大,在现有的计算条件下,其计算时间必将对稀疏分解的应用发展起阻碍作用,于是相应的信号稀疏分解快速算法应用而生,许多研究人员相继提出了多种信号稀疏分解的快速算法,如文献[6–8]。这些快速算法各有特点,适用于不同的情况,但都存在与大量无关原子计算是否匹配的情况;而采用智能计算又有一定的随机性,其得到的稀疏分解的结果有时可能不适合某些场合。对此,本文采用级联字典的方式,结合群测试算法的优点,提出了一种一阶实值多

收稿日期:2013-12-10;修回日期:2014-03-03。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61301120);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(CDJZR12160020)。

作者简介:欧国建(1975–),男,重庆人,中级实验师,博士研究生,主要研究方向:非平稳信号处理、参数估计、稀疏分解;李法平(1980–),男,重庆人,副教授,主要研究方向:普适计算、压缩感知;蒋清平(1976–),男,重庆人,讲师,博士,主要研究方向:压缩感知、循环谱信号处理。

项式相位信号快速的稀疏分解算法,仿真结果表明,该算法对于一阶实值多项式相位信号,具有稀疏分解速度快、运算量小的特点,计算复杂度仅为 $O(N)$ 。

1 信号稀疏分解及群测试算法的基本原理

1.1 信号稀疏分解原理

在信号处理领域,主要的手段是将信号分解为一系列基本的波形(积木块),在这种分解中,离散信号 $x[n]$ 被表示为展开函数 $\psi_m[n]$ 的一个线性组合:

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M-1} a_m \psi_m[n] \quad (1)$$

用矩阵的形式表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}\mathbf{a} \quad (2)$$

其中:信号 \mathbf{x} 是一个 $N \times 1$ 阶列向量; \mathbf{a} 为 $M \times 1$ 阶展开系数向量; \mathbf{D} 为 $N \times M$ 阶矩阵,它的列为展开函数 $\psi_m[n]$ 。对于稀疏分解,它的目的是要寻求高度稀疏的分解,即用非常少的非零展开项来表示信号,其基本模型要求信号由相对少的几个预先定义的原子信号线性紧凑表示或充分逼近^[9]。

对于式(2),假定存在一个稀疏解,即系数 \mathbf{a} 是 K -稀疏的,就是其中非零系数的个数 $K \ll M$,那么就要求解如下问题:

$$\hat{\mathbf{a}} = \underset{\mathbf{a}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{a}\|_0 \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{D}\hat{\mathbf{a}}\|_2 \leq \varepsilon$$

其中: $\hat{\mathbf{a}}$ 就是信号 \mathbf{x} 的稀疏表示, ε 是可接受的误差,为了求得信号的稀疏表示,这需要一一列举 \mathbf{a} 中所有可能的非零项组合,它是一个 NP-hard 的非凸优化问题。对于该问题的求解,目前主要有两类方法:一是贪婪算法,如 MP 和 OMP;二是门限算法,如迭代阈值算法^[10]。这两类算法各有优缺点,贪婪算法的缺点是时间代价高,门限算法的缺点是解不具有连续性。

1.2 群测试算法原理

群测试算法第一次运用于二次世界大战时期^[11],为了节省检测众多士兵是否患有梅毒的工作量而提出的一种算法,之后在计算机科学和统计文献里,人们也对群测试展开了研究。到现在,群测试已在许多方面都有着广泛的应用,如多路通信、数据压缩、模式匹配、流媒体算法、软件测试及压缩感知等^[12]。

群测试算法的优点在于极大减少对大量无关数据的测试,快速地找到相关数据,这样就可以把群测试算法运用于信号的稀疏分解,使得在寻找稀疏字典的匹配原子中,抛弃大量无关原子项,大大减少匹配测试时间,从而达到快速计算的目的。

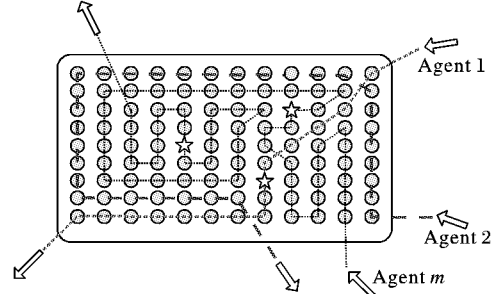
对于群测试,令 N 表示需要测试的所有目标数,如过完备冗余字典中的所有原子数; d 表示缺陷数,也就是需要检测出的目标数,对信号稀疏分解来说, d 就是稀疏字典中与信号匹配的原子数; \mathbf{D} 表示缺陷集合; $S(d, N)$ 表抽样空间; $t \times N$ 的矩阵 \mathbf{M} 表示测试矩阵, t 为测试数; M_{ij} 为 \mathbf{M} 的单元,其定义如下:

$$M_{ij} = \begin{cases} 1, & j \text{ 项被测试} \\ 0, & j \text{ 项未被测试} \end{cases} \quad (4)$$

那么 t 次测试的结果 \mathbf{V} 可表示为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{M}\mathbf{S} \quad (5)$$

群测试算法的一个重要特点在于集体抽样,它需要用代理来实现,代理的任务是联系群里的数据单元,如图1所示。



注: ○ 表示无需检测的数据单元;
☆ 表示需要检测的数据单元;
虚线表示用代理联系的数据单元。

图1 用代理的集体抽样

2 本文算法

2.1 算法原理

该算法主要针对一阶多项式相位信号,对于多项式相位信号,它的模型^[13]如下:

$$\begin{cases} s(n) = s(n) + v(n), & n \in [-N/2, N/2] \\ s(n) = A \exp(j\varphi(n)) = A \exp(j \sum_{i=0}^P a_i (n\Delta)^i) \end{cases} \quad (6)$$

其中: $i = 0, 1, \dots, P$; $s(n)$ 是 P 阶多项式相位信号; $v(n)$ 是高斯白噪声;幅度 A 是一常数; Δ 是采样间隔。对于实数信号,则式(6)的 $x(n)$ 变为:

$$s(n) = A \cos(\varphi(n)) = A \cos\left(\sum_{i=0}^P a_i (n\Delta)^i\right) \quad (7)$$

当 $P = 1$ 时信号就是一阶多项式相位信号,假设所观测的实信号 $x(n)$ 由 K 个 1 阶多项式相位信号组成,则:

$$x(n) = \sum_{k=1}^K A \cos\left(\sum_{i=0}^1 a_{ki} (n\Delta)^i\right) + v(n); \quad n \in [-N/2, N/2] \quad (8)$$

那么对实信号 $x(n)$ 的稀疏分解,过完备冗余字典中原子的选择应尽可能符合被逼近信号的结构,这样稀疏分解的信号和原子库中的 m 个原子的相关匹配性才高,从相关函数的定义,当两个函数的结构接近相同或完全相同时,相关函数值将达到最大,对此,可作如下分析:

令 $x_1(t) = \cos(\omega_1 t + \theta_1)$, $x_2(t) = \cos(\omega_2 t + \theta_2)$, 则相关函数为:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) x_2(t - \tau) dt \quad (9)$$

当 $\tau = 0$ 时,

$$R_{12}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t) x_2(t) dt$$

其值越大,表明这两个函数越匹配,这就是匹配追踪算法从原子库中寻找最匹配的原子思想。对相关函数进行详细计算,可进一步了解其性质。

$$R_{12}(0) = \int_a^b x_1(t) x_2(t) dt = \int_a^b \cos(\omega_1 t + \theta_1) \cos(\omega_2 t + \theta_2) dt =$$

$$\frac{1}{2} \int_a^b [\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2)) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2)] dt \quad (10)$$

对于式(10),

$$\int_a^b \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2)) dt \approx 0$$

所以有:

$$R_{12}(0) \approx \frac{1}{2} \int_a^b \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2)) dt \quad (11)$$

由此可看出,当 $\omega_1 = \omega_2, \theta_1 = \theta_2, R_{12}(0)$ 必达到最大值 $(b-a)$,也就是这两个函数完全相同,那么当 $\omega_1 = \omega_2, \theta_1 \neq \theta_2$ 时,

$$R_{12}(0) \approx \frac{1}{2} \int_a^b \cos(\theta_1 - \theta_2) dt = \frac{b-a}{2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (12)$$

从式(12)可以得出:此时 $R_{12}(0)$ 的值主要受 $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ 的影响,当 $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, R_{12}(0)$ 必是一个接近零的值,而 $\theta_1 - \theta_2$ 在 $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ 附近,其积分绝对值也比较小,这就是说,当

$$\begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \zeta \leq \theta_1 - \theta_2 \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} + \zeta \\ 2k\pi + \frac{3\pi}{2} - \zeta \leq \theta_1 - \theta_2 \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2} + \zeta \end{cases} \quad (13)$$

其中: $k = 0, 1, \dots, n; \zeta$ 为一很小的数。 $R_{12}(0)$ 的绝对值很小,当 $\theta_1 - \theta_2$ 不在上述范围内; $R_{12}(0)$ 的绝对值很大,此时相位差 $\theta_1 - \theta_2$ 对 $R_{12}(0)$ 的影响就很小。对此,做如下实验来证实。假设观测信号 $x(n)$ 由 3 个 1 阶实值多项式相位信号组成,即:

$$x(n) = \sum_{k=1}^3 \cos\left(\sum_{i=0}^1 a_{ki}(n\Delta)^i\right) + v(n); n \in [0, N] \quad (14)$$

其中:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{10} & a_{11} \\ a_{20} & a_{21} \\ a_{30} & a_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 170 \\ 20 & 150 \\ 30 & 110 \end{bmatrix}$$

$v(n)$ 是高斯白噪声,信号的信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 设为 10 dB,设过完备冗余字典的原子频率 ω 变化范围为 100 ~ 200,相位 θ 的变化范围为 1 ~ 50,采样步长 $\Delta = 1/f_s = 0.0015, N = T/\Delta = 4081$ 。从图 2 可看出:当 $\theta_1 - \theta_2$ 不在式(13) 范围内时,频率对信号的相关匹配性影响非常大,相位相对较小,可忽略不计;当 $\theta_1 - \theta_2$ 在式(13) 范围,函数相关值就比较小。

对此,为消除式(13) 范围内的相位在信号频率相关匹配中相位对相关值的影响,进行了二次频率相关匹配。第二次频率相关匹配时原子的相位比第一次偏移 $\pi/2$,其相关值如图 3 所示,这样对于测试信号,在频率匹配的情况下,即使在第一次频率相关匹配时相关值接近零,那么在二次匹配时相关值就很大,用群测试算法测试时就认为这个群含有缺陷项,需要进一步测试,直到检测出缺陷项为止。

群测试有随机模式和确定性模式两个基本模式^[14]。本文采用确定性模式,利用文献[14] 提出的群测试竞争算法,对

原子库的原子进行群测试,最终找到与信号匹配的原子。

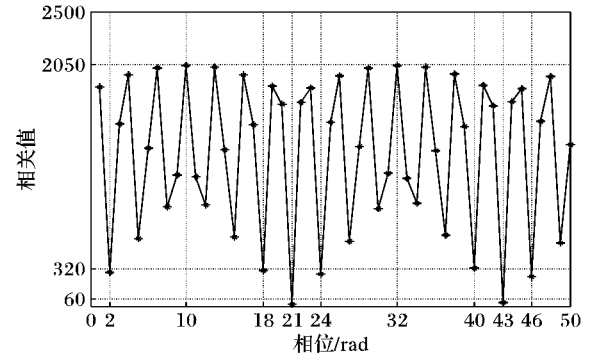


图2 不同相位范围内的相关值(在式(13)相位范围的相关值非常小)

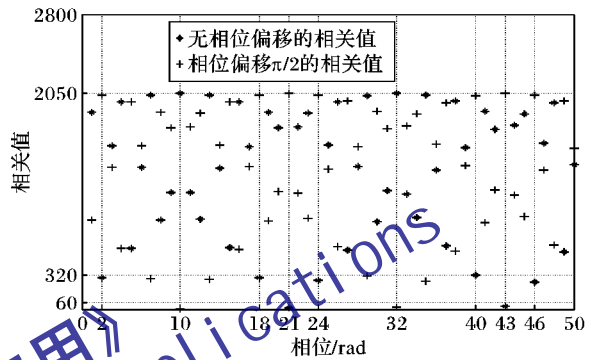


图3 相位偏移 $\pi/2$ 时相关值的变化

2.2 算法步骤

对于一阶多项式相位信号的稀疏分解,根据一阶多项式相位信号的模型及群测试竞争算法的特点,提出的算法步骤如下:

- 1) 采用级联字典的方式,首先构造字典 D_i ,字典中的原子结构为 $\cos(a_1(n\Delta))$ 。
- 2) 利用群测试竞争算法对字典 D_i 进行相关匹配测试,找到频率匹配的原子,对于该步群测试结果,若为负,则需要二次测试,二次测试如果仍为负,则测试结果最终为负,如果为正,则测试结果最终为负。
- 3) 根据频率匹配的原子构造字典 D_p ,其原子结构为 $\cos(a_0)$ 。
- 4) 采用匹配追踪算法搜索字典 D_p 中的匹配原子,找到匹配的原子后,信号稀疏分解结束。

2.3 算法复杂度分析

如果原子库中设定了 $512 \times 512 = 262144$ 个原子,即频率 ω 设定范围 0 ~ 511,相位 θ 设定范围 $(0 \sim 511) \times 2\pi/512$,若不采用级联字典的方式,用匹配追踪算法对信号进行稀疏分解,需要对 262144 个原子进行匹配追踪,计算量非常大,算法复杂度为 $O(N^2)$ 。本文算法由于采用了级联字典 D_i 和 D_p ,把原子分为频率组和相位组,频率组的原子数为 512 个,相位组的原子数为 512 个,总的原子个数为 1024 个,其计算复杂度仅为 $O(N)$;并对字典 D_i 中的原子采用群测试竞争算法,可进一步减少计算复杂度。

本文算法的复杂度主要集中在相关值的计算,即信号与原子库原子的相乘,它是用于群测试的代理。在群测试中,一个重要的概念在于对一个集合中所有元素进行总体测试,而不是单个测试,也就是采用集体抽样方式,该方式需要采用代理,如图 1 所示,它的任务在于联系一个集合里的所有元素,

本文中代理的任务就是联系一个集合中的所有原子,联系的方式就是采用信号与集合中的原子相乘,求得相关值,最后把所有的相关值相加,得到一个总的相关值。然后测试这个相关值,如果大于阈值,则表明在这个集合里存在至少一个匹配原子;若小于阈值,在相位组中,则表明在这个集合里不存在匹配原子。而在字典 D_i 的原子中,就需要进行第二次群测试,在第二次群测试中,把原子的相位偏移 $\pi/2$,如果仍然小于阈值,则表明在这个集合里不存在匹配原子;如果大于阈值,则表明在这个集合里存在匹配原子。

3 仿真实验

为了验证该算法的快速性,做如下实验,假设观测信号 $x(n)$ 由 4 个 1 阶多项式相位信号组成,即:

$$x(n) = \sum_{k=1}^4 \cos\left(\sum_{i=0}^1 a_{ki}(n\Delta)^i\right) + v(n); n \in [0, N]$$

其中:

$$a = \begin{bmatrix} a_{10} & a_{11} \\ a_{20} & a_{21} \\ a_{30} & a_{31} \\ a_{40} & a_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 500 \\ 20 & 600 \\ 30 & 700 \\ 40 & 800 \end{bmatrix}$$

$v(n)$ 是高斯白噪声,信号的 SNR 设为 10 dB,设过完备冗余字典的原子频率 ω 变化范围为 $1 \sim 1000$,相位 θ 的变化范围为 $1 \sim 100$,采样步长 $\Delta = 1/fs = 0.0003125$, $N = T/\Delta = 3201$ 。根据算法,把过完备冗余字典采用级联字典的方式,首先构造字典 D_i ,其原子结构为 $\cos(a_i(n\Delta))$, a_i 的变化范围为 $1 \sim 1000$,共有 1000 个原子。对于观测信号,将在这 1000 个原子找到最匹配的原子,从而完成信号稀疏分解的第一步。但由于噪声的存在,它对相关值存在相应的影响,从而对群测试中群的个体数存在限制,这个限制主要根据信噪比来确定,如该例中信噪比为 10 dB,那么经过 200 次的蒙特卡洛仿真实验,从图 4 可知,噪声在相关运算中绝对值的平均值在 10 上下波动,最大不超过 11。又由于采用了二次测试,即第二次测试在第一次测试的基础上频率组的原子在相位上偏移了 $\pi/2$,从式 (12) 知,两次测试中必有一次的 $|\cos(\theta_1 - \theta_2)| \geq \cos(\pi/4) = 0.707$,从而有信号与匹配原子的相关值在二次测试中至少有一次大于等于

$$\frac{N}{2} |\cos(\theta_1 - \theta_2)| \geq \frac{N}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left\lfloor \frac{3201}{2} \times 0.707 \right\rfloor = 1131$$

如图 5 所示,因此可得集合的个体数不能超过 $\lfloor 1132/11 \rfloor = 102$,这里取集合的个体数为 100,则 1000 个原子分为 10 个集合。对这 10 个集合采用文献[14]的群测试竞争算法时,需要对该算法做适当的取舍,去掉它的倍增处理,仅仅采用该算法的二叉搜索策略,利用该策略最终找到匹配的频率原子。

然后根据频率匹配的原子,构造字典 D_p ,其原子结构为 $\cos(a_0)$, a_0 的变化范围为 $1 \sim 100$,采用匹配追踪算法搜索字典 D_p 中的匹配原子,找到匹配的原子后,信号稀疏分解结束。

仿真实验结果表明:采用群测试算法,信号 $x(n)$ 稀疏分解所用的时间为 0.33 s,同样的实验环境下,不用级联字典的方式,采用匹配追踪算法,所用的时间为 199.18 s,采用遗传

算法所用的时间为 46.02 s,故对于信号 $x(n)$,群测试算法对信号稀疏分解速度是匹配追踪算法的 604 倍,是遗传算法的 139 倍。

对于不同分量的 1 阶多项式相位信号,用这 3 种算法分别计算 1~10 个不同分量的 1 阶多项式相位信号的稀疏分解时间,如图 6 所示,从中可看出群测试算法对于信号的稀疏分解是非常快的。

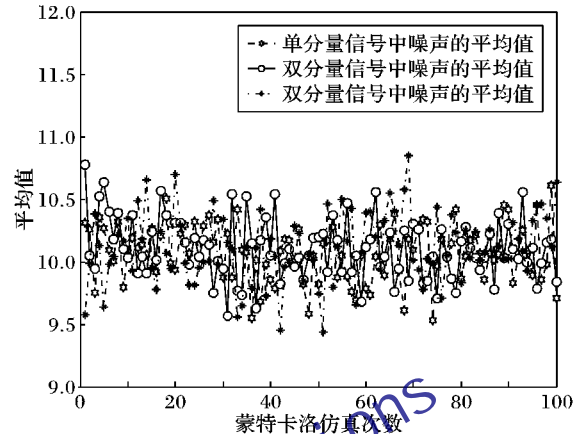


图4 噪声在相关运算中的平均值

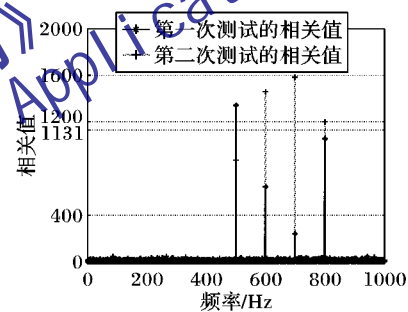


图5 两次测试中相关值的变化

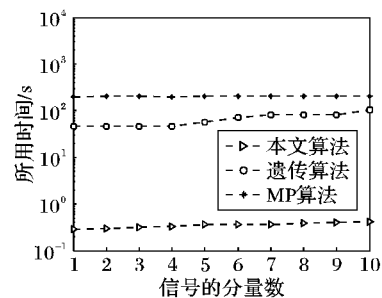


图6 3种算法对不同分量信号稀疏分解所用时间

4 结语

本文算法比单纯的匹配追踪算法和遗传算法对信号的稀疏分解快得多,这是由于一方面群测试算法对一个集合内的原子进行整体测试,若测试结果显示无匹配项,则无需对集合内的原子一个个进行测试,这样可节省大量的测试时间;另一方面采用了级联字典的方式,频率和相位分别为一个字典,这样大大减少了与信号运算原子的个数,也就极大地提高了算法对信号稀疏分解的速度。另外在该算法里提出了一种二叉搜索策略,使它能对一个集合里多个缺陷项进行搜索。

在该算法对信号稀疏分解的准确性方面,采用了二次测

(下转第 1665 页)

- tp://wenku.it168.com/d_000529769.shtml.
- [3] HASIB A A. Threats of online social networks [J]. IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, 2009, 9 (11): 288 – 293.
 - [4] LIVSHITS V B, CUI W. Spectator: detection and containment of JavaScript worms [C]// ATC 2008: Proceedings of the USENIX 2008 Annual Technical Conference on Annual Technical Conference. Berkeley: USENIX Association, 2008: 335 – 348.
 - [5] CAO Y, YEGNESWARAN V, POSSAS P, *et al.* PathCutter: severing the self-propagation path of XSS JavaScript worms in social Web networks [EB/OL]. [2013-10-10]. http://www.dnssec-test-dyn.com/sites/default/files/08_2.pdf.
 - [6] TER LOUW M, VENKATAKRISHNAN V N. Blueprint: robust prevention of cross-site scripting attacks for existing browsers [C]// Proceedings of the 2009 30th IEEE Symposium on Security and Privacy. Piscataway: IEEE Press, 2009: 331 – 346.
 - [7] LIKARISH P, JUNG E, JO I. Obfuscated malicious JavaScript detection using classification techniques [C]// Proceedings of the 2009 4th International Conference on Malicious and Unwanted Software. Piscataway: IEEE Press, 2009: 47 – 54.
 - [8] NUNAN A E, SOUTO E, dos SANTOS E M, *et al.* Automatic classification of cross-site scripting in Web pages using document-based and URL-based features [C]// Proceedings of the 2012 IEEE Symposium on Computers and Communications. Piscataway: IEEE Press, 2012: 702 – 707.
 - [9] LI W-J, WANG K, STOLFO S J, *et al.* Fileprints: identifying file types by n -gram analysis [C]// IAW 2005: Proceedings of the 6th Annual IEEE Systems, Man, and Cybernetics. Piscataway: IEEE Press, 2005: 64 – 71.
 - [10] LANZI A, BALZAROTTI D, KRUEGEL C, *et al.* AccessMiner: using system-centric models for malware protection [C]// Proceedings of the 17th ACM Conference on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2010: 399 – 412.
 - [11] KIM B I, IM C T, JUNG H C. Suspicious malicious Web site detection with strength analysis of a JavaScript obfuscation [J]. International Journal of Advanced Science and Technology, 2011, 26: 19 – 32.
 - [12] XU W, ZHANG F, ZHU S. Toward worm detection in online social networks [C]// Proceedings of the 26th Annual Computer Security Applications Conference. New York: ACM Press, 2010: 11 – 20.
 - [13] FAGHANI M R, SAIDI H. Malware propagation in online social networks [C]// Proceedings of the 2009 4th International Conference on Malicious and Unwanted Software. Piscataway: IEEE Press, 2009: 8 – 14.
 - [14] FAGHANI M R, SAIDI H. Social networks' XSS worms [C]// CSE 2009: Proceedings of the 2009 International Conference on Computational Science and Engineering. Piscataway: IEEE Press, 2009, 4: 1137 – 1141.
 - [15] FREUND Y, MASON L. The alternating decision tree learning algorithm [C]// ICML 1999: Proceedings of the 16th International Conference on Machine Learning. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1999: 124 – 133.
 - [16] S.W.Y. I'm popular [EB/OL]. [2013-06-10] <http://namb.la/popular/>

(上接第1607页)

试的方式,即在第二次测试中,对频率组的原子在相位上偏移 $\pi/2$,然后对两次测试结果进行比较,这样就不会发生误判现象。

尽管该算法具有快速性,但它一个明显的不足就是主要针对一阶多项式相位信号,对于其他信号,比如二阶多项式相位信号、三阶多项式相位信号等,就显得无能为力,如何拓展到其他信号,还待进一步的研究。

参考文献:

- [1] TOŠIĆ I, FROSSARD P. Dictionary learning [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2011, 28(2): 27 – 38.
- [2] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41 (12): 3397 – 3414.
- [3] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129 – 159.
- [4] PATI Y C, REZAIEFA R, KRISHNAPRASAD P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]// Proceedings of Conference Record of the 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE Press, 1993: 40 – 44.
- [5] CHINH L A, MINH N DO. Tree-based orthogonal matching pursuit algorithm for signal reconstruction [C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference Image Processing. Piscataway: IEEE Press, 2006: 1277 – 1280.
- [6] WANG J, WANG Z, LIU Y. Fast algorithm of sparse signal decomposition based on PSO and LM [J]. Laser & Infrared, 2012, 42(2): 227 – 230. (王菊, 王朝晖, 刘银. 基于 PSO 和 LM 的信号稀疏分解快速算法 [J]. 激光与红外, 2012, 42(2): 227 – 230.)
- [7] WANG Z, HE H, WANG J, *et al.* Fast algorithm for image MP sparse decomposition based on FHT and core dictionary [J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(9): 51 – 57. (王在磊, 和红杰, 王建英, 等. 基于核心原子库和 FHT 的图像 MP 稀疏分解快速算法 [J]. 铁道学报, 2012, 34(9): 51 – 57.)
- [8] LI Y, YIN Z, WANG J. Fast algorithm for MP sparse decomposition and its application in speech recognition [J]. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(1): 122 – 128. (李雨昕, 尹忠科, 王建英. MP 稀疏分解快速算法及其在语音识别中的应用 [J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(1): 122 – 128.)
- [9] RUBINSTEIN R, ZIBULEVSKY M, ELAD M. Double sparsity learning sparse dictionaries for sparse signal approximation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (3): 1553 – 1564.
- [10] FORNASIER M, RAUHUT H. Iterative thresholding algorithms [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2008, 25 (2): 187 – 208.
- [11] GILBERT A C, IWEN M A, STRAUSS M J. Group testing and sparse signal recovery [C]// Proceedings of the 42nd Asilomar Conference Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE Press, 2008: 1059 – 1063.
- [12] CHERAGHCHI M, HORMATI A, KARBASI A, *et al.* Compressed sensing with probabilistic measurements: a group testing solution [C]// Allerton 2009: Proceedings of the 47th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. Piscataway: IEEE Press, 2009: 30 – 35.
- [13] DJUROVIC I, SIMEUNOVIC M, DJUKANOVIC S, *et al.* A hybrid CPF-HAF estimation of polynomial-phase signals: detailed statistical analysis [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(10): 5010 – 5023.
- [14] PELEG S, FRIEDLANDER B. The discrete polynomial - phase transform [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43 (8): 1901 – 1914.