

## 基于图像局部梯度 $L_0$ 范数正规化的图像分解算法

潘康俊<sup>1</sup>, 谢德红<sup>2\*</sup>

(1. 浙江工贸职业技术学院 电子工程系, 浙江 温州 325003;

2. 江苏省纸浆造纸科学与技术重点实验室(南京林业大学), 南京 210037)

(\* 通信作者电子邮箱 dehong.xie@gmail.com)

**摘要:**针对基于梯度  $L_0$  范数正规化的变分泛函最优化解分解图像时误判噪声梯度为边缘梯度的问题,提出一种基于图像局部梯度的  $L_0$  范数正规化的图像分解算法。该算法构造了一个由保真函数和正则项构成的适用于图像分解的变分泛函,其中正则项用图像的局部梯度的  $L_0$  范数进行估计,进而通过求解泛函的最小值,以分解出图像的结构信息(即图像的边缘)。与直接基于图像一阶梯度的  $L_0$  范数的分解算法相比,该算法可以去掉噪声梯度的干扰,从而使分解出的图像边缘中不含有噪声。实验结果表明,该算法在分解图像结构和纹理时,既能很好地把边缘保留在图像结构层中,也可把噪声分解到图像纹理层外。

**关键词:**局部梯度;图像分解;  $L_0$  范数;变分泛函;噪声

**中图分类号:** TP391;TN911.73 **文献标志码:** A

### Image decomposition algorithm based on $L_0$ -norm regularization using local gradient

PAN Kangjun<sup>1</sup>, XIE Dehong<sup>2\*</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, Zhejiang Industry and Trade Vocational College, Wenzhou, Zhejiang 325003, China;

2. Jiangsu Province Key Laboratory of Pulp and Paper Science and Technology (Nanjing Forestry University), Nanjing Jiangsu 210037, China)

**Abstract:** An image decomposition based on minimizing the variational function with  $L_0$ -norm regularization using local gradient was proposed, with regard to the problem that difference between gradient of the noise and gradient of the edge cannot be discriminated by the typical gradient computed from the first-order derivative. It consisted of fidelity term and regular term, and the regular term was estimated by the  $L_0$ -norm of local gradient from the first-order derivative. Finally, the base layer, only including edges and excluding noises, was obtained by minimizing the proposed variational function. Compared with the decomposition algorithm with the typical  $L_0$  gradient regularization, the proposed algorithm can preserve sharp edges and avoid the impact of noises.

**Key words:** local gradient; image decomposition;  $L_0$ -norm; variational function; noise

## 0 引言

近年来,图像分解成为一个比较热门的研究领域,并被广泛应用于图像去噪、图像增强、高动态范围图像压缩等研究领域。图像分解通常是指将图像分解成具有不同特征的两层或多层图像。例如,在图像增强和高动态范围图像压缩算法中,常把图像分解成基础层和细节层:基础层是由原图像的主要结构信息(如边缘)组成,而细节层则是由纹理和噪声组成的震荡信号部分。在图像分解中,除了分解对象已知外,其他(如基础层图像和细节层图像)均未知,因而分解结构和纹理时可能会出现基础层中边缘模糊或包含噪声,以及细节层中梯度逆转等不正确的图像分解现象,从而给之后的一系列图像处理(如图像增强、高动态范围图像压缩)带来问题。

鉴于众多应用中对保持边缘的需要,基于边缘保护的分解模型得到了很好的发展,并提出许多著名的模型<sup>[1-3]</sup>。其中,基于双边滤波器<sup>[3]</sup>的图像分解模型就是一个典型的分解模型,它可以有效地把图像的主要结构(即边缘)和纹理(即细节)分解,但必须小心选择双边滤波器参数,因而此分解模型总是需要在分解出细节和避免边缘模糊之间进行平

衡<sup>[1-2]</sup>。2008年,Farbman等<sup>[1]</sup>在此基础上提出权重最小二乘法(Weighted Least Square, WLS)的优化方法,减少了解析模型中滤波参数对分解边缘和细节的影响,保持原有边缘形状的性能也得到进一步改善。然而,此类分解模型本质都是依据梯度确定滤波器参数以判断边缘信息和细节信息,而实际上一些非边缘的梯度可能与边缘的梯度相同(如噪声),从而导致错误的分解。

近年来,基于变分泛函的优化方法的分解模型<sup>[4-6]</sup>成为另一个图像分解的发展方向,它从图像结构和纹理在微分域的某些特性出发,构造相应的泛函并优化,从而较好地分解图像的结构和纹理。在此类分解模型算法中,2011年 Xu等<sup>[4]</sup>和2012年 Shen等<sup>[5]</sup>提出的基于图像梯度  $L_0$  范数的变分泛函的优化方法在分解纹理和保持图像边缘方面表现非常卓越。但在测试一些含噪声图像(特别是白噪声或胡椒盐噪声)中发现,图像梯度  $L_0$  范数的方法并不能有效地区别边缘和噪声,从而使得分解后的基础层中存在噪声。因此,本文提出的图像分解算法在基于图像梯度  $L_0$  范数的变分泛函优化方法的基础上,利用图像的局部梯度的方法重新构建变分泛函的正则项,以解决噪声梯度所引起错误分解的问题。

**收稿日期:** 2014-01-26; **修回日期:** 2014-02-09。 **基金项目:** 国家级大学生创新创业训练计划项目(201310298043)。

**作者简介:** 潘康俊(1978-),男,浙江温州人,讲师,硕士,主要研究方向:图像处理、自动化控制; 谢德红(1979-),女,江苏南京人,讲师,博士,主要研究方向:图像处理、光谱颜色复制。

## 1 图像分解

### 1.1 基于一阶梯度的 $L_0$ 范数的分解

假设  $I$  表示分解图像,  $B$  表示分解后的基础层图像,  $D$  表示分解后的细节层图像, 它们之间关系如下所示:

$$I = B + D \quad (1)$$

其中:  $B$  和  $D$  都是未知量, 因而图像分解实际上是病态方程的求解问题。对此类问题, 常利用变分泛函的最小化的方法, 且此变分泛函通常由保真函数和正则项构成。本文的图像分解算法是在文献[4]算法的基础上进行改善, 因此, 其变分泛函如式(2)所示:

$$\min_B \frac{1}{2} \|B - I\|_2^2 + \lambda \cdot \|G(B)\|_0 \quad (2)$$

其中  $\|B - I\|_2$  表示保真函数, 控制分解出的基础层图像  $B$  与原图像  $I$  的相似程度, 实际为  $I$  与  $B$  之间差的  $L_2$  范数, 具体如下:

$$\|B - I\|_2 = \sum_p (B_p - I_p)^2 \quad (3)$$

其中  $p$  表示图像像素的位置。式(2)中的  $\|G(B)\|_0$  为图像  $B$  梯度的  $L_0$  范数, 表示正则项, 控制基础层对细节纹理模糊的程度。 $\lambda$  表示正规化系数, 平衡最小化变分泛函时正则项和保真函数贡献, 通常取  $\lambda \geq 0$ 。此外,  $G(B)$  表示图像  $B$  的梯度, 通过计算  $B$  的一阶偏导数所得(见式(4))。因此, 其  $L_0$  范数如式(5)所示:

$$G(B) = [\partial_x B_p, \partial_y B_p]^T \quad (4)$$

$$\|G(B)\|_0 = \#\{p \mid |\partial_x B_p| + |\partial_y B_p| \neq 0\} \quad (5)$$

其中:  $\partial_x B_p$  和  $\partial_y B_p$  分别表示图像  $B$  中  $p$  点像素在  $x$  轴和  $y$  轴方向的一阶偏导数; 符号“ $\#$ ”表示一阶梯度的  $L_0$  范数的非零值统计操作符。

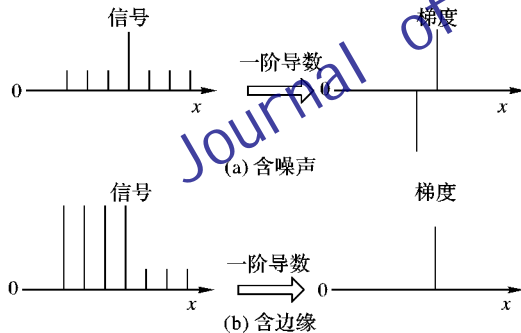


图1 一维离散信号和其一阶导数

### 1.2 算法的改进

如上述讨论, 如果分解图像中含有噪声, 直接在图像梯度  $L_0$  范数(即基于式(4)~(5))的基础上分解, 会将平滑区域的噪声误认为边缘而产生梯度效应, 使得分解出来的基础层图像不仅含有边缘还包含噪声。为了避免此现象的发生, 本文在文献[4]算法和文献[5]算法的基础上, 利用图像的局部梯度  $L_0$  范数代替梯度  $L_0$  范数, 作为变分泛函正则项, 对其分解算法进行改进。

由式(4), 一阶导数表示下的噪声梯度和边缘梯度都为非零值, 其  $L_0$  范数作为正则项时, 无法对它们进行区分, 导致图像边缘和噪声被等效地分解到基础层中。鉴于此产生原因, 实际要解决的问题是如何去除噪声梯度而保留边缘梯度。因此, 改进算法的第一步是区分噪声梯度和边缘梯度。如上所讨论, 噪声与边缘共同点是与相邻像素存在较大的梯度; 不同点

是噪声与相邻所有方向的像素梯度都较大且在不止一个方向相邻梯度符号相反, 而边缘则与相邻像素的梯度则是至少在一个方向上只有边缘像素处存在大梯度。如图1(a)为含噪声的一维信号, 噪声信号会与其左右相邻信号产生一对正负梯度; 而边缘信号则是只有边缘位置的梯度不为0, 如图1(b)所示。由此, 本文算法利用各像素局部权重梯度代替式(4)中的由于一阶倒数表示的梯度, 并在此基础上以它的  $L_0$  范数作为式(2)的正则项, 具体如式(6)~(9)所示:

$$\|G(B)\|_0 = \#\{p \mid |D_x(p)| + |D_y(p)| \neq 0\} \quad (6)$$

$$G(B) = [D_x(p), D_y(p)]^T \quad (7)$$

$$\begin{cases} D_x(p) = \sum_{q \in R(p)} h_{p,q} \partial_x B_q = h * \partial_x B \\ D_y(p) = \sum_{q \in R(p)} h_{p,q} \partial_y B_q = h * \partial_y B \end{cases} \quad (8)$$

$$h_{p,q} = K e^{-\frac{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

式(6)表示图像  $B$  各像素局部的一阶梯度  $L_0$  范数, 其中  $D_x(p)$  和  $D_y(p)$  分别表示在  $p$  像素点的  $x$  轴和  $y$  轴方向的、局部的一阶梯度, 其计算如式(8)所示。式(8)中符号“ $*$ ”表示卷积操作,  $R(p)$  则表示以图像  $B$  中像素  $p$  为中心的矩形窗口, 其窗口大小由式(9)中  $\sigma$  决定。式(8)~(9)中函数  $h_{p,q}$  为高斯函数, 其中的  $K$  为常数, 用以确保  $\sum_{q \in R(p)} h_{p,q} = 1$ 。改进算法主要通过式(8)压缩, 甚至去除非边缘的梯度, 使得只有边缘的梯度为非零值。因此, 由式(2)、(3)、(6)以及(8), 得到的新的最小值变分泛函方程如下:

$$\min_B \frac{1}{2} \sum_p (B_p - I_p)^2 + \#\{p \mid |h * \partial_x B| + |h * \partial_y B| \neq 0\} \quad (10)$$

其中: 保真函数部分为二次函数, 说明此函数为壳函数, 但正则项是由  $L_0$  范数所构成的, 不能保证其壳性。因此, 本文在求解基础层图像  $B$  时, 采用 Shen 等<sup>[5]</sup>的思想, 即利用近似方程代替  $L_0$  范数的方法, 解得的图像  $B$  可以保持图像  $I$  的边缘信号, 去除其中的噪声信号。如图2(b)画圈区域内一个明显的噪声特征的脉冲信号, 经文献[4~5]算法分解后, 基础层中相同位置的脉冲信号还是存在(分别如图2(d)和(e)所示), 而利用本文算法分解后, 原信号中有一些梯度大于或等于边缘梯度的噪声已经基本从基础层中去除(特别如图2(c)画圈区域内基础层中已经无脉冲信号), 而边缘梯度却依然可以保持。

## 2 实验仿真

实验选用标准灰度图像 Lena 和 Cameraman, 并分别加以方差为 25, 30, 35, 40, 45 的高斯白噪, 进行仿真以验证本文的图像分解算法的有效性。实验中, 首先分别利用本文算法、文献[4]算法以及文献[5]算法对加了噪声的 Lena 和 Cameraman 图像进行分解, 其中噪声的方差为 25。在此实验中, 本文算法中参数  $\sigma$  和  $\lambda$  分别为 3 和 0.003; 而文献[4~5]算法中的参数是在平衡边缘和噪声下作出的最优选择, 仿真结果如图3~4所示。通过比较图3发现: 在文献[4~5]算法分解的基础层(分别如图3(c)和(d)所示)中, 嘴唇边缘已经开始模糊, 但在脸部的平滑区域还存在明显的噪声; 而在本文算法分解的结果(如图3(e)所示)中, 脸部平滑区域既无明显噪声, 嘴唇的边缘也清晰可见。此外, 图4给出另外一幅图像



Cameraman 测试结果,它呈现了与图3相似的结论。为了测试本文算法对于不同水平噪声图像的适应性,本文还在仿真实验中利用本文算法分别对噪声方差为30,35,40和45的Lena和Cameraman图像进行测试,其结果如图5~6所示。

测试的结果发现:无论是图像Lena还是图像Cameraman,即使噪声方差高达45,所得基础层图像无噪声且边缘清晰可见。由此可见,对于噪声图像,本文算法可以正确地分解出基础层图像。

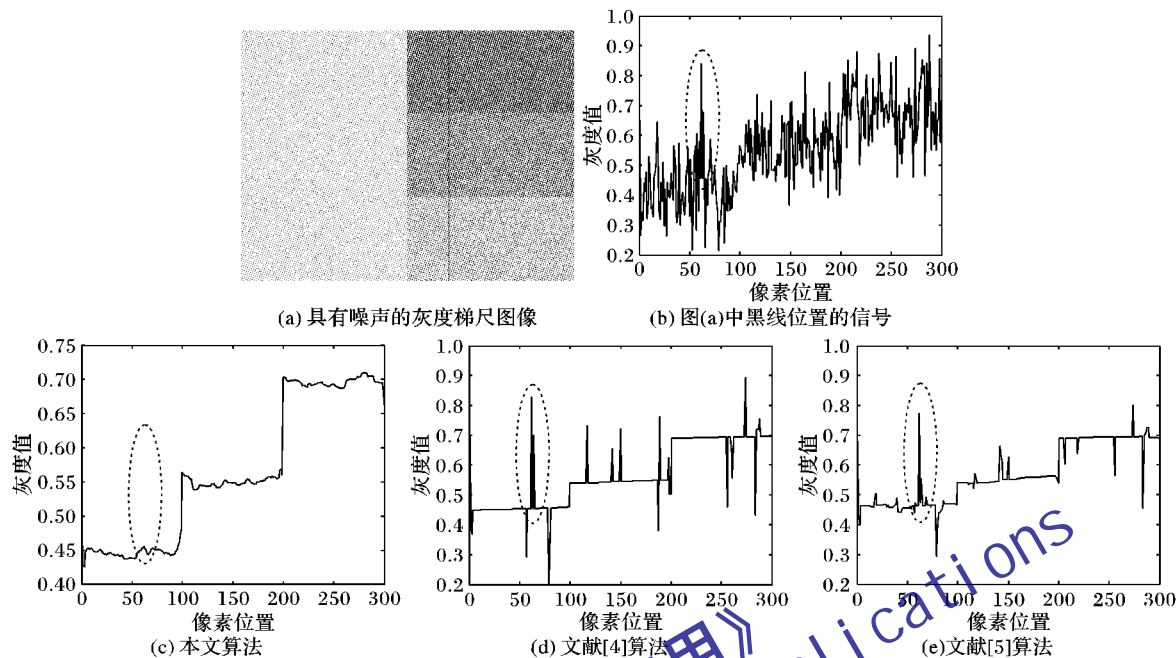


图2 噪声图像、黑线位置的信号和其基础层信号



图3 Lena图的噪声图像和分解的基础层图像



图4 Cameraman图的噪声图像及三种分解算法下的基础层图像

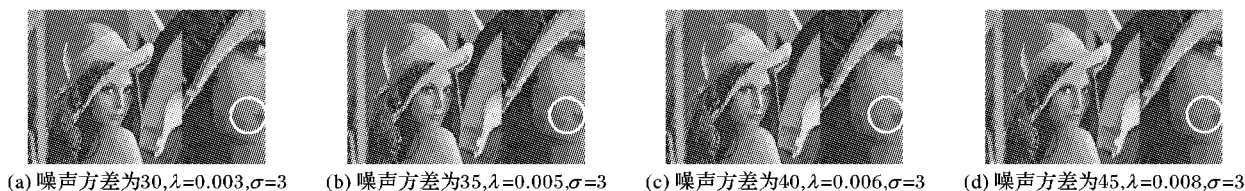


图5 本文算法分解不同程度噪声下图像所得基础层图像

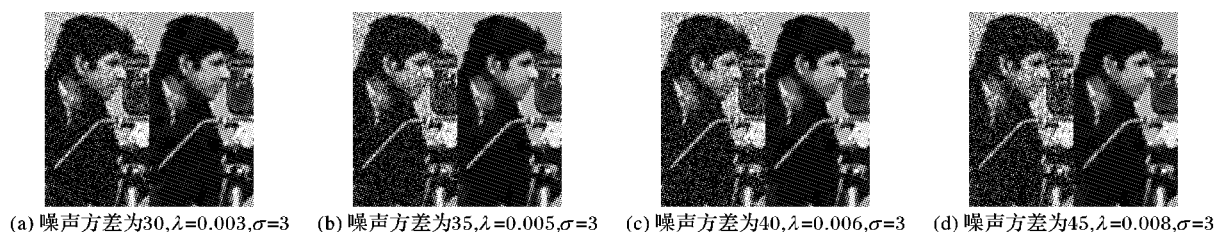


图6 Cameraman含噪图像和本文算法分解不同噪声水平图像所得的基础层图像

(下转第1745页)

感图像为测试数据对该模型进行了验证,结果表明:本文模型比基于区域层、对象层、场景层超像素的单尺度 SVM-CRF 模型分类精度分别平均提高了 2.68%、1.66%、3.75%,且其分类过程耗时较少,这验证了本文模型在高分辨率遥感图像分类中表现良好。但是,本文模型仍存在建筑物、道路等目标的混分现象,若没有可用的高程特征,这种分类错误通常难以消除,而能够表达图像语义信息及人类知识的 CRF 模型可缓解这种错分现象。因此,如何利用 CRF 理论框架实现对图像语义信息及人类知识的建模是一项有意义的研究。

#### 参考文献:

- [1] LI D, TONG Q, LI R, *et al.* Current issues in high-resolution earth observation technology[J]. *Science China: Earth Science*, 2012, 42(6): 805–813. (李德仁, 童庆禧, 李荣兴, 等. 高分辨率对地观测的若干前沿科学问题[J]. *中国科学: 地球科学*, 2012, 42(6): 805–813.)
- [2] SUTTON C, MCCALLUM A. An introduction to conditional random fields[J]. *Machine Learning*, 2011, 4(4): 267–373.
- [3] SHOTTON J, WINN J, ROTHER C, *et al.* Textonboost for image understanding: multi-class object recognition and segmentation by jointly modeling texture, layout, and context[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2009, 81(1): 2–23.
- [4] ZHANG Y. Image-based geometric modeling and mesh generation [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2013: 55–67.
- [5] YANG B, NEVATIA R. An online learned CRF model for multi-target tracking[C]// *Proceedings of the 2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE Press, 2012: 2034–2041.
- [6] ZHANG W, WANG X. Superpixel-based conditional random field for image classification[J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 32(5): 1272–1275, 1279. (张微, 汪西莉. 基于超像素的条件随机场图像分类[J]. *计算机应用*, 2012, 32(5): 1272–1275, 1279.)
- [7] ZHANG G, JIA X. Simplified conditional random fields with class boundary constraint for spectral-spatial based remote sensing image classification[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2012, 9(5): 856–860.
- [8] YANG Y. Land cover classification of high resolution images using superpixel-based conditional random fields[J]. *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 2013, 47(17): 129–134.
- [9] SU X, HE C, FENG Q, *et al.* A supervised classification method based on conditional random fields with multiscale region connection calculus model for SAR image[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, 8(3): 497–501.
- [10] HAO Z, WANG Q, REN H, *et al.* Multiscale superpixel classification for tumor segmentation in breast ultrasound images[C]// *Proceedings of the 2012 19th IEEE International Conference on Image Processing*. Piscataway: IEEE Press, 2012: 2817–2820.
- [11] LADICKY L, RUSSELL C, KOHLI P, *et al.* Associative hierarchical random fields[EB/OL]. [2013-10-10]. [http://www.inf.ethz.ch/personal/ladicky/ahcrf\\_pami13.pdf](http://www.inf.ethz.ch/personal/ladicky/ahcrf_pami13.pdf).
- [12] GAO J, XIE Z, ZHANG J, *et al.* Image semantic analysis and understanding: a review[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2010, 23(2): 191–202. (高隽, 谢昭, 张骏, 等. 图像语义分析与理解综述[J]. *模式识别与人工智能*, 2010, 23(2): 191–202.)
- [13] ZHU R. Research on key problems of image understanding based on semantic information[J]. *Application Research of Computers*, 2009, 26(4): 1234–1240. (朱蓉. 基于语义信息的图像理解关键问题研究[J]. *计算机应用研究*, 2009, 26(4): 1234–1240.)
- [14] TORRALBA A, MURPHY K P, FREEMAN W T. Contextual models for object detection using boosted random fields[EB/OL]. [2013-10-10]. <http://people.csail.mit.edu/billf/papers/post4TorrallaMurphyFreeman.pdf>.
- [15] WU T F, LI C J, WENG R C. Probability estimates for multi-class classification by pairwise coupling[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, 5: 975–1005.
- [16] LEE C H, SCHMIDT M, MURTHA A, *et al.* Segmenting brain tumors with conditional random fields and support vector machines [C]// *Computer Vision for Biomedical Image Applications*, LNCS 3765. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 469–478.
- [17] SUTTON C, MCCALLUM A. Piecewise training for undirected models [C]// *Proceedings of the Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Arlington: AUAI Press, 2005: 568–575.
- [18] MURPHY K P, WEISS Y, JORDAN M I. Loopy belief propagation for approximate inference: an empirical study[C]// *Proceedings of the Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Burlington: Morgan Kaufmann Publishers, 1999: 467–475.

(上接第 1740 页)

### 3 结语

利用求解基于图像梯度  $L_0$  范数正规化的变分泛函最小化的方法,可以有效地把图像内容中的边缘信息分解到基础层、把纹理信息分解到细节层。对于噪声图像,鉴于此方法无法区别噪声和边缘的梯度,而导致把噪声误分解到基础层中的问题,本文利用利用局部梯度代替图像一阶梯度,排除噪声对分解图像边缘的影响的同时,保持原有边缘的锐度。实验结果表明,本文算法分解出的基础层中既无噪声,又保持了边缘信息。

#### 参考文献:

- [1] FARBMAN Z, FATTAL R, LISCHINSKI D, *et al.* Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(3): 67:1–67:10.
- [2] HE K, SUN J, TANG X. Guided image filtering [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(6): 1397–1409.
- [3] DURAND F, DORSEY J. Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2002, 21(3): 257–266.
- [4] XU L, LU C W, XU Y, *et al.* Image smoothing via l-0 gradient minimization [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2011, 30(6): 174:1–174:12.
- [5] SHEN C, CHANG F, HUNG Y, *et al.* Edge-preserving image decomposition using  $L_1$  fidelity with  $L_0$  gradient [C]// *SA 2012: Proceedings of the SIGGRAPH Asia 2012 Technical Briefs*. New York: ACM Press, 2012: Article No. 6.
- [6] JI G, LU J. Application of image decomposition based on Mumford-Shah model and G-space [J]. *Journal of Computer Applications*, 2010, 30(2): 47–49. (姬光荣, 刘健. Mumford-Shah 模型和 G 空间在图像分解的应用[J]. *计算机应用*, 2010, 30(2): 47–49.)