

基于适应小波收缩的浮点数编码遗传算法

崔明义*, 邵超

(河南财经政法大学 计算机与信息工程学院, 郑州 450002)

(*通信作者电子邮箱 mycui369@126.com)

摘要:通过独立同分布分析浮点数编码(FPR)噪声,用适应小波收缩的方法消除噪声对遗传算法性能的影响,在算法运行中用变异操作实现消噪。针对阈值变化对小波系数的影响,以单基因证明小波消噪变异的正确性;提出适应小波收缩构建软阈值函数,将函数运算植入算法的动态运行中;给出了具体的实现算法,用实验验证了算法的可行性。仿真实验表明,所提算法显著提高了收敛速度,收敛点与理论值相一致。

关键词:浮点数编码;噪声;适应小波收缩;遗传算法;消噪变异

中图分类号: TP301.6; TP302.7 **文献标志码:** A

Floating point representation genetic algorithm based on adaptive wavelet shrinkage

CUI Mingyi*, SHAO Chao

(School of Computer and Information Engineering, Henan University of Finance and Law, Zhengzhou Henan 450002, China)

Abstract: Noise of floating point representation was analyzed to be independent identically distributed. The noise was removed by adaptive wavelet shrinkage, to improve the performance of genetic algorithm. Denoising was implemented with mutation operation in algorithm running. Aiming at influence on wavelet coefficient with threshold variety, correctness of wavelet denoising mutation was proved with single gene. Soft threshold function was proposed with adaptive wavelet shrinkage, and the function was embedded into dynamic algorithm running. A concrete algorithm was given, and an example was used to verify the feasibility of the algorithm. The simulation experiment indicates the algorithm improves convergence rate, and the convergence point is the same as theoretical convergence point.

Key words: Floating Point Representation (FPR); noise; adaptive wavelet shrinkage; Genetic Algorithm (GA); denoising mutation

0 引言

浮点数编码(Floating Point Representation, FPR)是进化计算中常用的最有效、最实用的编码方法,具有精度高、便于高维大空间搜索的优点。浮点数编码在函数优化和约束优化领域明显有效于其他编码,这已得到了广泛的验证^[1-4]。遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是进化计算的一个重要分支。作为一种优化框架,遗传算法正在被越来越多的使用者所接受,并得到了越来越广泛的应用。浮点数编码遗传算法(Floating Point Representation Genetic Algorithm, FPRGA)就是普遍使用的优化策略之一。但在浮点数编码遗传算法的遗传进化环境中,浮点数容易产生“噪声”,这种“噪声”污染着浮点数编码,影响着适应度的评价,进而影响着算法的性能,有时甚至影响算法的收敛^[5-6]。这个问题已逐渐引起研究者的重视。近几年,已有研究者开始探讨浮点数编码遗传算法产生噪声的机制,分析噪声的性质,研究消噪的方法,取得了显著的成果^[6-8]。Mariani等^[9]用元启发式算法构造了修正混合复杂进化方法,改进了算法的搜索性能,但它尚未对浮点数编码的“噪声”进行分析,更没有考虑“噪声”对算法性能的影响。Yoon等^[10]提出了新的一种交叉操作符,以改进算法的

性能,但它仅仅是改进了交叉操作的编码延伸范围,既没有考虑编码“噪声”,也没有研究编码的变异操作对算法的影响。Chang等^[11]提出了一种基于消息相似度的遗传聚类算法,它在一种可变长度的浮点数编码遗传算法中,用消息相似度评价个体,实现优化和聚类,但它并没有考虑编码“噪声”对消息相似度的影响,更没有消噪变异。Tang等^[12]提出了在遗传算法中,对浮点数编码适应直接变异操作,以解决复杂函数优化问题,但它在变异操作中,并没有考虑操作中产生的“噪声”影响。Thakur^[13]设计了一种新的浮点数编码交叉和变异操作,以求出多峰非线性优化问题的近似全局最优解,但它并没有讨论交叉和变异操作编码“噪声”的问题。

本文在文献[6-8]工作的基础上,以单基因为例,研究浮点数编码的噪声分布,证明用适应小波收缩确定软阈值函数,对编码“噪声”消噪的正确性,构建遗传操作中的消噪变异算法,设计基于适应小波收缩浮点数编码遗传算法(Floating-point-representation Genetic Algorithm based on Adaptive Wavelet Shrinkage, FGAAWS),并将该算法与FPRGA算法进行比较。实验结果表明该算法可明显提高收敛速度和收敛精确度。

收稿日期:2013-12-27;修回日期:2014-02-28。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61202285);河南省科技攻关项目(132102210138)。

作者简介:崔明义(1958-),男,河南许昌人,教授,博士,主要研究方向:计算智能;邵超(1977-),男,河南三门峡人,副教授,博士,主要研究方向:人工智能。

1 浮点数编码和适应小波收缩

1.1 浮点数编码

设遗传算法中个体长度为 n , 第 i 基因座的浮点数编码为 F_i , 则 F_i 可写成

$$F_i = f_i + \varepsilon_i; i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中 ε_i 是遗传环境中产生的噪声。这里假定 ε_i 是独立同分布 (independent identically distributed, i. i. d.) 的高斯噪声。一个个体的浮点数编码可表示为

$$\mathbf{F} = F_1 F_2 \cdots F_n = \mathbf{f} + \mathbf{\varepsilon} = (f_1 + \varepsilon_1, f_2 + \varepsilon_2, \dots, f_n + \varepsilon_n) \quad (2)$$

其中: $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, $\mathbf{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 。

假如消噪后的编码为 \hat{f}_i , 则 $\hat{\mathbf{f}} = (\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_n)$ 。设

$\|\mathbf{v}\|_{2,n}^2 = \sum_{i=1}^n v_i^2$ 为通常的二阶范数, 可用下面的风险值估计 $\hat{\mathbf{f}}$ 。

$$R(\hat{\mathbf{f}}, \mathbf{f}) = n^{-1} E \|\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{f}\|_{2,n}^2$$

式中, $E \|\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{f}\|_{2,n}^2$ 为范数的数学期望。显然, 风险值越小, $\hat{\mathbf{f}} = (\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_n)$ 越可靠。

1.2 适应小波收缩

假定有 $n = 2^{J+1}$ 的浮点数编码 $\mathbf{F} = (F_i)_{i=1}^n = F_1 F_2 \cdots F_n$ 。

构造一个离散的正交小波变换矩阵 \mathbf{W} , $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 是 \mathbf{f} 的小波系数向量, 则式(2)可用矩阵表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\theta}$$

噪声污染了所有小波系数 $\boldsymbol{\theta}$ 。假定噪声向量 $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ 是一种白噪声, 则它的正交变换 $\mathbf{z} = \mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon}$ 也是白噪声。因此, 小波系数为

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{v} + \mathbf{z}$$

这里 $\mathbf{v} = \mathbf{W}\mathbf{f}$ 是无噪浮点数编码 \mathbf{f} 的小波变换, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ 。若 τ 是一个未知的噪声水平, 且 $\tau > 0$, 小波系数分量可写成:

$$\theta_i = v_i + \tau \cdot z_i; i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

其中 z_i 是服从 $N(0, 1)$ 的独立同分布, 小波变换的风险值估计为

$$R(\hat{\mathbf{v}}, \mathbf{v}) = E \|\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v}\|_{2,n}^2 \quad (4)$$

只有很少的小波系数作用于浮点数编码, 所以, 确定小波系数阈值的原则是只对数倍于噪声水平的编码进行变异操作。

最常用的阈值化函数为硬阈值化函数和软阈值化函数。硬阈值化函数是选择所有比阈值 λ 大的小波系数, 其他为零。

$$H(\theta_i, \lambda) = \begin{cases} \theta_i, & |\theta_i| \geq \lambda \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

与硬阈值化函数不同, 软阈值化函数随着 λ 趋近于零, 小波系数随之收缩, 所以也称为小波收缩函数。

$$S(\theta_i, \lambda) = \begin{cases} \text{sgn}(\theta_i)(|\theta_i| - \lambda), & |\theta_i| \geq \lambda \\ 0, & |\theta_i| < \lambda \end{cases};$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式(5)和式(6)中, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, H 和 S 分别是硬阈值化函数和软阈值化函数的小波系数。硬阈值化函数是模型选择中常用的子集选择方法。本文重点研究软阈值化函数。

定理 1 假设式(3)和式(4)成立, 若 $\lambda = \tau \sqrt{2 \lg n}$, 对

所有 $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$, 则估计 $\hat{\mathbf{v}}_i = S(\theta_i, \lambda) (i = 1, 2, \dots, n)$ 满足

$$E \|\hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v}\|_{2,n}^2 \leq (2 \lg n + 1) \cdot \left[\tau^2 + \sum_{i=1}^n \min(v_i^2, \tau^2) \right] \quad (7)$$

证明 这里只证明单基因的情况, 多基因的染色体情况下的证明类似。设 $\theta_i \sim N(\mu, 1) (i = 1, 2, \dots, n)$ 且式(6)存在, 事实上, 对于所有 $\delta \leq 1/2$ 和 $\lambda = \tau \sqrt{2 \lg n}$, 有

$$E(S(\theta_i, \lambda) - \mu)^2 \leq (2 \lg \delta^{-1} + 1)(\delta + \mu^2 \wedge 1);$$

\wedge 为合取符号

把上式右边作为两项的最小项, 有

$$E(S(\theta_i, \lambda) - \mu)^2 = 1 - 2pr_\mu(|\theta_i| < \lambda) + E_\mu \theta_i^2 \wedge \lambda^2 \leq 1 + \lambda^2 \quad (8)$$

这里 $\theta_i^2 \wedge \lambda^2 \leq \lambda^2$ 。若使用 $\theta_i^2 \wedge \lambda^2 \leq \theta_i^2$, 由式(8)可得

$$E(S(\theta_i, \lambda) - \mu)^2 \leq 2pr_\mu(|\theta_i| \geq \lambda) + \mu^2 \quad (9)$$

如果能够证明

$$g(\mu) = 2pr_\mu(|\theta_i| \geq \lambda) \leq \delta(2 \lg \delta^{-1} + 1) + (2 \lg \delta^{-1})\mu^2$$

则可完成该定理的证明。

由于 g 是关于 0 对称, 所以

$$g(\mu) \leq g(0) + (1/2)(\sup |g''|)\mu^2 \quad (10)$$

最后, 计算表明, 对所有 $\delta \leq 1/2$, $g(0) = 4\Phi(-\lambda) \leq \delta(2 \lg \delta^{-1} + 1)$ 并且 $\sup |g''| \leq 4\sup |\theta_i \varphi(\theta_i)| \leq 4 \lg \delta^{-1}$ 。

证毕。

2 FGAAWS 算法

步骤 1 选择群体规模 M , 进化代数 T 和参数 p_s, p_c, p_m 。

步骤 2 初始化群体, $t = 0$ 。

步骤 3 确定离散的正交小波 (如 Haar 小波) 变换阵 \mathbf{W} 。

步骤 4 用群体个体编码和 \mathbf{W} , 依据式(6)和 $\lambda = \tau \sqrt{2 \lg n}$ 建立阈值函数。

步骤 5 评价个体适应度。

步骤 6 依据 p_s 和适应度选择个体。

步骤 7 依据 p_c 和文献[5]中的方法对配对个体进行有界交叉运算。

步骤 8 依据 p_m , 用 \mathbf{W} 、阈值函数和文献[5]中的方法对个体进行消噪变异。

步骤 9 判断是否终止, 若 $t < T$, $t = t + 1$, 转步骤 4; 否则, 求出最佳个体, 结束。

3 实验

为了验证 FGAAWS 算法的可行性, 本文取著名的遗传算法测试函数 Sphere model 和 Rastrigin's function 分别对 FPRGA 和 FGAAWS 进行了比较实验。算法用 Matlab 编程实现。群体规模为 80, 算法终止判断条件为 100 代或迭代误差小于 $1E-06$, 取相同的遗传算子和参数, 个体在规定范围内随机生成, 将最佳适应度、平均适应度、收敛点作为评价算法性能的指标。经过反复实验, 证实了上述方法的可行性。实验参数数据如表 1 所示, 两个测试函数收敛点如表 2 所示。两个函数的运行结果分别如图 1~4 所示。

实验结果表明:

1) Sphere model 函数。FPRGA 运行到第 51 代由于迭代误差小于给定值结束,其最佳适应度和收敛点距理论值相差较大,而 FGAAWS 运行到第 12 代,最佳适应度和收敛点都趋于理论值,从算法的收敛精度和效率上观察,FGAAWS 明显优于 FPRGA。

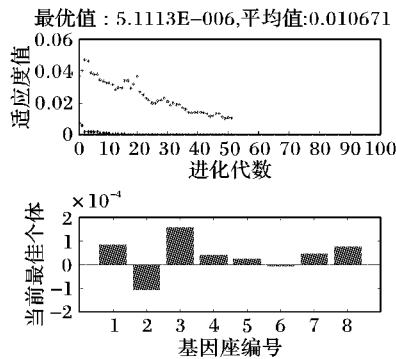


图1 Sphere model 函数 FPRGA 的实验结果

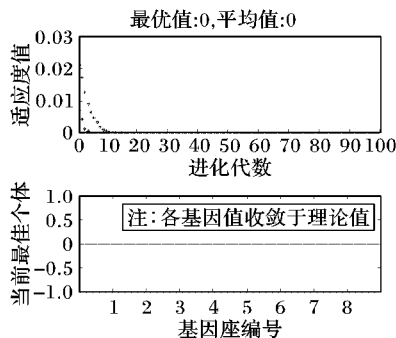


图2 Sphere model 函数 FGAAWS 的实验结果

2) Rastrigin's function 函数。FPRGA 运行到第 100 代结束,其最佳适应度和收敛点距理论值有较大误差,而 FGAAWS 运行到第 20 代,就趋于最佳适应度和收敛点的理论值,显然,在算法的收敛精度和效率上,FGAAWS 与 FPRGA 相比优势明显。

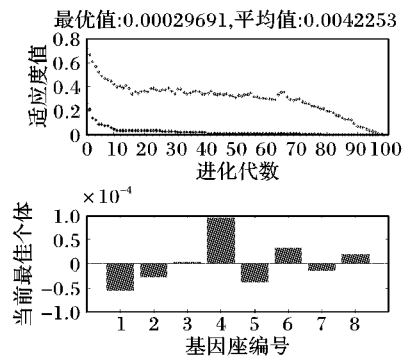


图3 Rastrigin's function 函数 FPRGA 的实验结果

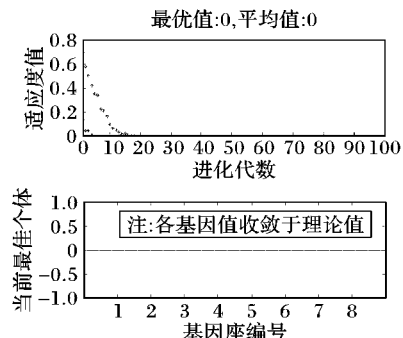


图4 Rastrigin's function 函数 FGAAWS 的实验结果

表1 FPRGA 和 FGAAWS 的实验参数

算法	Sphere model			Rastrigin's function		
	最优值	算法逼近值	平均值	最优值	算法逼近值	平均值
FPRGA	0	5.1113E-06	0.010671	0	2.9691E-04	4.2253E-03
FGAAWS	0	0	—	0	0	0

表2 FPRGA 和 FGAAWS 的收敛点

算法	Sphere model	Rastrigin's function
FPRGA	(8.18, -10.48, 15.54, 3.76, 2.21, -0.66, 4.37, 7.38) E-05	(-5.42, -2.56, 0.33, 9.23, -3.62, 3.17, -1.32, 1.91) E-05
FGAAWS	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)	(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)

4 结语

浮点数编码遗传算法在遗传算法的应用中具有独特的优势。近年来的研究表明,算法的遗传操作环境所引起的编码噪声对算法的性能有着较大的影响。利用小波消噪变异消除噪声的影响是近几年研究的重要方向。小波的软阈值影响着小波系数,阈值越小,小波系数越收缩。本文研究了阈值变化对小波系数的影响和适应小波收缩的风险估计,提出了利用适应小波收缩消噪变异的方法,并进行了实验。研究结果表明,这种方法优于其他方法,具有较好的应用价值。

参考文献:

- [1] ESHELMAN L, SCHAFFER J. Real-coded genetic algorithms and interval schemata[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1993: 187-202.
- [2] McCORMICK W T, SCHWEITZER P J, WHITE T W. Problem decomposition and data reorganization by a cluster technique[J]. Operations Research, 1972, 20(5): 993-1009.
- [3] MICHALEWICZ Z. Genetic algorithm + data structure = evolution programs[M]. 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [4] WALTERS G A, SMITH D K. Evolutionary design algorithm for optimal layout of tree networks[J]. Engineering Optimization, 1995, 24(4): 261-281.
- [5] CUI M Y, SHANGGUAN Y L. Research on float-coded genetic algorithm based on wavelet denoising mutation[C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Natural Computation. Piscataway: IEEE, 2007: 804-809.
- [6] CUI M Y. An improved float-coded genetic algorithm based on wavelet denoising mutation[C]// Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway: IEEE, 2008: 4018-4023.
- [7] CUI M Y. FPRGA based on construction of multiwavelets in term of a novel transformation[C]// Proceedings of the 5th International Conference on Natural Computation. Piscataway: IEEE, 2009: 244-248.

(下转第 2079 页)

- 应用, 2011, 47(35): 188 – 192.)
- [13] SARAFRAZI S, NEZAMABADI-POUR H, SARYAZDI S. Disruption: A new operator in gravitational search algorithm [J]. *Scientia Iranica D*, 2011, 18(3): 539 – 548.
- [14] SHAMSUDIN H, IRAWAN A, IBRAHIM Z, *et al.* A fast discrete gravitational search algorithm[C]// *Proceedings of the 4th International Conference on Computational Intelligence, Modelling and Simulation*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2012: 24 – 28.
- [15] SAEIDI-KHABISI F, RASHEDI E. Fuzzy gravitational search algorithm[C]// *Proceedings of the 2nd International eConference on Computer and Knowledge Engineering*. Piscataway: IEEE, 2012: 156 – 160.
- [16] DORAGHINEJAD M, NEZAMABADI-POUR H, SADEGHIAN A, *et al.* A hybrid algorithm based on gravitational search algorithm for unimodal optimization[C]// *Proceedings of the 2nd International eConference on Computer and Knowledge Engineering*. Piscataway: IEEE, 2012: 129 – 132.
- [17] YIN M, HU Y, YANG F, *et al.* A novel hybrid K-harmonic means and gravitational search algorithm approach for clustering[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(8): 9319 – 9324.
- [18] ZHANG Y, WU L, ZHANG Y, *et al.* Immune gravitation inspired optimization algorithm[C]// *Proceedings of the 7th International Conference on Advanced Intelligent Computing*. Berlin: Springer-Verlag, 2012: 178 – 185.
- [19] SARAFRAZI S, NEZAMABADI-POUR H. Facing the classification of binary problems with a GSA-SVM hybrid system[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2013, 57(1): 270 – 278.
- [20] LI C, ZHOU J, XIAO J, *et al.* Parameters identification of chaotic system by chaotic gravitational search algorithm[J]. *Chaos, Solutions and Fractals*, 2012, 45(4): 539 – 547.
- [21] HAUSCHILD M, PELIKAN M. An introduction and survey of estimation of distribution algorithms[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(3): 111 – 128.
- [22] CREPINSEK M, LIU S, MERNIK M. Exploration and exploitation in evolutionary algorithms: a survey [J]. *ACM Computing Surveys*, 2013, 45(3): 1 – 35.
- [23] GAO S, TANG Z. Solving combinatorial optimization problems by a discrete gravitational search algorithm[J]. *ICIC Express Letters*, 2011, 5(7): 2119 – 2127.
- [24] del VALLE Y, VENAYAGAMOORTHY G, MOHAGHECHI S, *et al.* Particle swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, 12(2): 171 – 195.
- [25] ZHOU Y, WANG J, YIN J. An optimization algorithm based on estimation of distribution of discrete particle swarm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2008, 36(6): 1242 – 1248. (周雅兰, 王甲海, 印鉴. 一种基于分布估计的离散粒子群优化算法 [J]. *电子学报*, 2008, 36(6): 1242 – 1248.)
- [26] ZHANG Q, MUHLENBEIN H. On the convergence of a class of estimation of distribution algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(2): 127 – 136.
- [27] ZHOU S, SUN Z. Estimation of distribution algorithms summary [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 32(2): 113 – 124. (周树德, 孙增圻. 分布估计算法综述 [J]. *自动化学报*, 2007, 32(2): 113 – 124.)
- [28] WANG X, CHENG Y, HAO M. Estimation of distribution algorithm based on bacterial foraging and its application in predictive control[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(2): 333 – 339. (王雪松, 程玉虎, 郝名林. 基于细菌觅食行为的分布估计算法在预测控制中的应用 [J]. *电子学报*, 2010, 38(2): 333 – 339.)
- [29] IVVAN VALDEZ S, HERNANDEZ A, BOTELLO S. A Boltzmann based estimation of distribution algorithm[J]. *Information Science*, 2013, 236(1): 126 – 137.
- [30] SIMONCINI D, ZHANG K. Efficient sampling in fragment-based protein structure prediction using an estimation of distribution algorithm[J]. *PLoS One*, 2013, 8(7): e689547.
- [31] SHIM V, TAN K, CHIA J, *et al.* Multi-objective optimization with estimation of distribution algorithm in a noisy environment [J]. *Evolutionary Computation*, 2013, 21(1): 149 – 177.
- [32] WANG L, FANG C, MU C, *et al.* A Pareto-archived estimation-of-distribution algorithm for multiobjective resource-constrained project scheduling problem [J]. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 2013, 60(3): 617 – 626.
- [33] CHO D, ZHANG B. Evolutionary continuous optimization by distribution estimation with variational Bayesian independent component analyzers mixture model[C]// *Parallel Problem Solving from Nature 2004*, LNCS 3242. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 212 – 221.
- [34] SUN J, ZHANG Q, TSANG E. DE/EDA: a new evolutionary algorithm for global optimization [J]. *Information Science*, 2005, 169(3/4): 249 – 262.
- [35] REN A, WANG Y, JIA F. A hybrid estimation of distribution algorithm and Nelder-Mead simplex method for solving a class of non-linear programming problems[J]. *Journal of Applied Mathematics*, 2013: No. 378568.
- [36] RONALD S. More distance functions for order - based encodings [C]// *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE, 1998: 558 – 563.
- [37] LARRANAGE P, LOZANO J. Estimation of distribution algorithms: a new tool for evolutionary computation[M]. Hingham: Kluwer Academic Publishers, 2002.

(上接第 2073 页)

- [8] CUI M, SUN B. RWS-based floating point representation genetic algorithm[J]. *Journal of Convergence Information Technology*, 2012, 7(17): 459 – 467.
- [9] MARIANI V X, LUVIZOTTO G J, GUERRA F A. A hybrid shuffled complex evolution approach based on differential evolution for unconstrained optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(15): 5822 – 5829.
- [10] YOON Y, KIM Y-H, MORAGLIO S, *et al.* A theoretical and empirical study on unbiased boundary-extended crossover for real-valued representation[J]. *Information Sciences*, 2012, 183(1): 48 – 65.
- [11] CHANG D, ZHAO Y, ZHENG C, *et al.* A genetic clustering algorithm using a message-based similarity measure[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(2): 2194 – 2202.
- [12] TANG P-H, TSENG M-H. Adaptive directed mutation for real-coded genetic algorithms[J]. *Applied Soft Computing*, 2013, 13(1): 600 – 614.
- [13] THAKUR M. A new genetic algorithm for global optimization of multimodal continuous functions [J]. *Journal of Computational Science*, 2013, 5(2): 298 – 311.