Journal of Computer Applications
计算机应用,2014,34(8):2170 - 2174
ISSN 1001-9081
CODEN JYIIDU
2014-08-10
http://www.joca.cn

文章编号:1001-9081(2014)08-2170-05
doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2014.08.2170

基于容差优势关系的排序方法及其应用

陈万翠[1],吕跃进[1*],翁世洲[2,3]
(1.广西大学 数学与信息科学学院,南宁 530004; 2.广西大学 电气工程学院,南宁 530004;
3.广西民族师范学院 经济与管理系,广西 崇左 532200)
(*通信作者电子邮箱 lvyjin@126.com)

摘　要:针对序信息系统下经典优势关系过于严格从而可能导致排序方法失效的问题,首先,提出了容差优势关系的概念并对其相关性质予以研究;然后,基于容差优势关系,给出优势度的定义,并提出基于容差优势关系的方案排序方法;最后,将该方法应用于智能电网的综合评价中。实验结果表明:相比经典优势关系,容差优势关系对数据具有更强的容错能力,排序结果具有较强的区分度。容差优势关系的提出,能有效避免经典优势关系因属性个数较多、属性值互有优劣时可能引起的失效问题。

关键词:容差优势关系;粗糙集;序信息系统;排序方法;智能电网

中图分类号: TP301; O236　　**文献标志码**:A

Sorting method and its application based on tolerance dominance relation

CHEN Wancui[1], LYU Yuejin[1*], WENG Shizhou[2,3]
(1. *College of Mathematics and Information Sciences, Guangxi University, Nanning Guangxi* 530004, *China*;
2. *College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning Guangxi* 530004, *China*;
3. *Economic and Management Department, Guangxi Normal University for Nationalities, Chongzuo Guangxi* 532200, *China*)

Abstract: Concerning at the problems that the classical dominance relation is too strict under the ordered information system which may lead to failure of the sorting method, the concept of tolerance dominance relation was proposed and its relevant properties were studied. Then basing on tolerance dominance relation, the definition of dominant degree was obtained and a project sorting method based on the tolerance dominance relation was proposed. In the end the sorting method was applied to the comprehensive evaluation of smart grid. The experimental results show that, compared with the classical dominance relation, the tolerance dominance relation possesses stronger capability of fault tolerance for the data. And the sorting results have stronger differentiation degree. The proposed tolerance dominance relation can effectively avoid the problem of failure that caused by a large number of attributes and the different merits of attribute values in the classical dominance relation.

Key words: tolerance dominance relation; rough set; ordered information system; sorting method; smart grid

0　引言

粗糙集理论是由波兰学者 Pawlak[1] 于 1982 年提出的一种数据分析理论,该理论由于能够分析处理不精确、不协调和不完备等信息引起人工智能工作者的广泛关注,并被成功应用在机器学习与知识发现、数据挖掘、决策支持与分析、模式识别等领域[2-6]。经典粗糙集是以完备信息系统为研究对象,以等价关系为基础,通过等价关系对论域分成互补相交的等价类,主要应用于分类。

在实际问题中许多信息系统具有偏好性(如智能电网评价指标值),经典粗糙集不能较好地处理这类特征的信息系统,因此针对此类信息系统,Greco 等[7-8] 提出了基于优势关系的粗糙集模型。近年来,对基于优势关系的粗糙集的研究,主要集中在模型扩展及其应用[9-12]。该理论为解决多属性决策方案排序提供了一种新的方法。在传统优势关系下,文献[9]提出了基于优势度的排序方法,文献[11]对文献[9]中的优势度进行改进,用对象的优势类差集来度量对象的优劣,给出了新的排序方法。

传统的优势关系粗糙集理论在处理对象和方案的比较时,要求在所有属性下满足“大于等于”关系,显然当数据量较大时,这一要求往往很难满足,进而很难比较对象之间的优劣关系。如对象 $x = (0,1,2,3,\cdots,99)$, $y = (1,0,3,4,\cdots,100)$,对象 y 除了在第二个属性下的取值劣于对象 x,在其余 99 个属性下的取值都优于 x。根据传统的优势关系,对象 y 既不优于对象 x,也不劣于对象 x。由于对象 y 只有一个属性取值劣于对象 x,并且劣于对象 x 的程度不大,在主观上认为对象 y 优于对象 x 是合理的。本文针对传统优势关系过于严格,容错能力较差的不足,提出对噪声数据不敏感的容差优势关系,即不要求两个对象或方案在所有属性下的取值存在严格的优劣关系,而仅仅要求不满足优劣关系的程度不超过一定的比例即可。在容差优势关系的基础上,定义了对象之间的优势度并提出新的排序方法。最后将该排序方法应用到智能电网的综合评价中,结果表明基于容差优势关系的排序方法是可行、有效的。

收稿日期:2014-04-14;**修回日期**:2014-05-14。　**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(71361002);广西自然科学基金资助项目(2013GXNSFAA019016);广西研究生教育创新计划资助项目(YCSZ2013002)。

作者简介:陈万翠(1990-),女,云南文山人,硕士研究生,主要研究方向:粗糙集、运筹与控制;　吕跃进(1958-),男,广东龙川人,教授,主要研究方向:粗糙集、运筹与控制;　翁世洲(1988-),男,湖北宜昌人,硕士研究生,主要研究方向:管理决策、粗糙集。

1　基于值的容差优势关系

1.1　容差优势关系的基本概念

定义 1[3]　称一个四元组 $S = (U, AT, V, f)$ 为一个信息系统。其中：$U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ 为有限对象集，$AT = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$ 为有限条件属性集，$f = \{f_k: U \rightarrow V_k, k \leqslant m\}$ 为 U 与 AT 的关系集，V_k 是 a_k 的有限值域。

若每个属性的值域均为偏序集，如一个班的各科成绩情况、企业收益率等，则此信息系统可称为序信息系统。

定义 2　设 $S = (U, AT, V, f)$ 为序信息系统，对 $\forall x_i, x_j \in U, a \in AT$，记

$$e_a(x_i, x_j) = \begin{cases} \dfrac{|f(x_i, a) - f(x_j, a)|}{f(x_j, a)}, & f(x_i, a) < f(x_j, a) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

称 $e_a(x_i, x_j)$ 为对象 x_i 相对于 x_j 的取值在属性 a 下的劣势率，$e_a(x_i, x_j) = 0$ 则表明在属性 a 下，x_i 的取值至少不劣于 x_j；否则表明在属性 a 下，x_i 的取值一定劣于 x_j。

定义 3　在序信息系统 $S = (U, AT, V, f)$ 中，$\forall A \subseteq AT$，记 $E_A(x_i, x_j) = \sum_{a \in A} e_a(x_i, x_j) / |A|$，其中 $|\cdot|$ 表示属性集的个数。$E_A(x_i, x_j)$ 的全体 $\boldsymbol{E} = [E_A(x_i, x_j)]_{n \times n}$ 称为 S 在 A 下的累计劣势矩阵。

定义 4　在序信息系统 $S = (U, AT, V, f)$ 中，$\forall A \subseteq AT$，S 在 A 下的容差优势关系可定义为：

$$R_A^{\leqslant \beta} = \{(x_i, x_j) \in U \times U \mid E_A(x_i, x_j) \leqslant \beta, 0 \leqslant \beta \leqslant 1\}$$

其中 β 称为容差率，称 $R_A^{\leqslant \beta}$ 为 β- 容差优势关系。

若有 0-1 二值矩阵 $\boldsymbol{M}$ 与 β- 容差优势关系 $R_A^{\leqslant \beta}$ 一一对应，且 $\boldsymbol{M}$ 的任一元素 m_{ij} 满足

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & (x_i, x_j) \in R_A^{\leqslant \beta} \\ 0, & (x_i, x_j) \notin R_A^{\leqslant \beta} \end{cases}$$

则称 $\boldsymbol{M}$ 为 $R_A^{\leqslant \beta}$ 的 β- 容差优势关系矩阵，记为 $\boldsymbol{M}_A^{\leqslant \beta}$。

定义 5　在序信息系统 $S = (U, AT, V, f)$ 中，$\forall A \subseteq AT$，给定容差率 β，记 $[x_i]_A^{\leqslant \beta} = \{x_j \in U \mid (x_j, x_i) \in R_A^{\leqslant \beta}\}$，则称 $[x_i]_A^{\leqslant \beta}$ 为对象 x_i 关于条件属性集 A 的 β- 容差优势类。

定义 6　设 $S = (U, AT, V, f)$ 为序信息系统，$A \subseteq AT$，$X \subseteq U$，X 关于容差优势关系 $R_A^{\leqslant \beta}$ 的下近似和上近似分别定义为：

$$\underline{R_A^{\leqslant \beta}}(X) = \{x \in U \mid [x]_A^{\leqslant \beta} \subseteq X\}$$

$$\overline{R_A^{\leqslant \beta}}(X) = \{x \in U \mid [x]_A^{\leqslant \beta} \cap X \neq \varnothing\}$$

若 $\underline{R_A^{\leqslant \beta}}(X) = \overline{R_A^{\leqslant \beta}}(X)$，则称 X 为 $R_A^{\leqslant \beta}$ 的精确集；若 $\underline{R_A^{\leqslant \beta}}(X) \neq \overline{R_A^{\leqslant \beta}}(X)$，则称 X 为 $R_A^{\leqslant \beta}$ 的粗糙集。

显然 $\underline{R_A^{\leqslant \beta}}(X) \subseteq \overline{R_A^{\leqslant \beta}}(X)$。

定义 7　当 β 趋于 1 时，称 $R_A^{\leqslant \beta}$ 为乐观型（风险型）容差优势关系；当 β 趋于 0 时，称 $R_A^{\leqslant \beta}$ 为悲观型（保守型）容差优势关系。

显然，当 $\beta = 1$ 时，表示即便取值相差无穷大，但是劣势率仍然会小于 1，即满足"优于"的条件，这一要求十分宽松；而当 $\beta = 0$ 时，表示要求不能接受任意的"误差"，即全部"优"才为"优"，这一要求相对严格而难以满足，因此，以 0 和 1 分别作为乐观型和悲观型决策的上下界，对于不同风险偏好的决策者选择可信度参数具有重要意义。

1.2　容差优势关系的性质

性质 1[9]　容差优势关系及容差优势类具有如下性质：

1) $R_A^{\leqslant \beta}$ 具有自反性，但不具有传递性和对称性，故一般不再是等价关系；

2) 若 $\beta_1 \leqslant \beta_2$，则有 $R_A^{\leqslant \beta_1} \subseteq R_A^{\leqslant \beta_2}$，$[x_i]_A^{\leqslant \beta_1} \subseteq [x_i]_A^{\leqslant \beta_2}$；

3) $\Phi = \{[x_i]_A^{\leqslant \beta} \mid x_i \in U\}$ 是对象集 U 的覆盖；

4) 若 $B_1 \subseteq B_2 \subseteq A$，则有 $[x_i]_{B_2}^{\leqslant \beta} \subseteq [x_i]_{B_1}^{\leqslant \beta}$。

定理 1　S 中任一对象的容差优势类 $[x_i]_A^{\leqslant \beta}$ 均为 β- 容差优势关系矩阵 $\boldsymbol{M}_A^{\leqslant \beta}$ 中第 i 列对应取值为 1 的元素组成的集合。

证明　对 $m_{ki} \in \boldsymbol{M}_A^{\leqslant \beta}$，若 $m_{ki} = 1$，由定义 4 可知，必有 $(x_k, x_i) \in R_A^{\leqslant \beta}$，再由定义 5 可得，此时必有 $x_k \in [x_i]_A^{\leqslant \beta}$；反之，若 $x_k \in [x_i]_A^{\leqslant \beta}$，则必有 $(x_k, x_i) \in R_A^{\leqslant \beta}$，由定义 4 可知必有 $m_{ki} = 1$。

定理 2　当 $\beta = 0$ 时容差优势关系退化为经典优势关系。

证明　由定义 2,3,4 易证。

例 1　给定序信息系统如表 1 所示。其中：论域 $U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$，属性集 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$。

表 1　示例序信息系统

$U \backslash A \cup D$	a_1	a_2	a_3	$U \backslash A \cup D$	a_1	a_2	a_3
x_1	1	2	1	x_4	2	1	3
x_2	3	2	2	x_5	3	3	2
x_3	1	1	2	x_6	3	2	3

由定义可计算得 S 在 A 下的累计劣势矩阵 $\boldsymbol{E}_A$，如下所示：

$$\boldsymbol{E}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0.39 & 0.17 & 0.39 & 0.50 & 0.44 \\ 0 & 0 & 0 & 0.11 & 0.11 & 0.11 \\ 0.17 & 0.39 & 0 & 0.28 & 0.44 & 0.50 \\ 0.17 & 0.28 & 0 & 0 & 0.33 & 0.28 \\ 0 & 0 & 0 & 0.11 & 0 & 0.11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.11 & 0 \end{bmatrix}$$

取 $\beta = 0$，则论域中每个对象的容差优势类如下：$[x_1]_A^{\leqslant 0} = \{x_1, x_2, x_5, x_6\}$，$[x_2]_A^{\leqslant 0} = \{x_2, x_5, x_6\}$，$[x_3]_A^{\leqslant 0} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$，$[x_4]_A^{\leqslant 0} = \{x_4, x_6\}$，$[x_5]_A^{\leqslant 0} = \{x_5\}$，$[x_6]_A^{\leqslant 0} = \{x_6\}$。

另外，取 $\beta = 0.15$，则论域中每个对象的容差优势类如下：$[x_1]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_1, x_2, x_5, x_6\}$，$[x_2]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_2, x_5, x_6\}$，$[x_3]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$，$[x_4]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_2, x_4, x_5, x_6\}$，$[x_5]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_2, x_5, x_6\}$，$[x_6]_A^{\leqslant 0.15} = \{x_2, x_5, x_6\}$。

显然，对 $\forall x_i$，均有 $[x_i]_A^{\leqslant 0} \subseteq [x_i]_A^{\leqslant 0.15}$，随着 β 取值的增大，容差优势类中的个数增多。

2　基于容差优势关系的排序方法

定义 8　设 $S = (U, AT, V, f)$ 为序信息系统，$A \subseteq AT$。对象 x_i 和 x_j 关于容差优势关系 $R_A^{\leqslant \beta}$ 的优势度定义为：

$$D_A^{\beta}(x_i, x_j) = \frac{|\sim [x_i]_A^{\leqslant \beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant \beta}|}{2|U|}$$

其中：$\sim [x_i]_A^{\leqslant \beta}$ 表示比对象 x_i 容差弱的元素集合，$[x_j]_A^{\leqslant \beta}$ 表示比对象 x_j 容差优的元素集合，$|\cdot|$ 表示集合的基数。

定义 9　设 $S = (U, A, V, f)$ 为序信息统，对象 x_i 关于容差优势关系 $R_B^{\leqslant \beta}$ 的整体优势度定义为：

$$D_A^\beta(x_i) = \frac{1}{|U|}\sum_{j=1}^{|U|} D_A^\beta(x_i,x_j)$$

根据优势度和整体优势度能建立全部对象的排序方法。由优势度获得整体优势度，由整体优势度 $D_A^\beta(x_i)$ 的值对全部对象排序，整体优势度越大表明对象越优。

该排序方法的时间复杂度为 $O(n^2)$。

定理 3 设 $x_i,x_j \in U, n = |U|$，则 D_A^β 具备如下性质：

1) $D_A^\beta(x_i,x_j) \in (0,1)$；

2) $D_A^\beta(x_i,x_i) = 0.5$；

3) $D_A^\beta(x_i,x_j) + D_A^\beta(x_j,x_i) = 1$；

4) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} D_A^\beta(x_i,x_j) = n^2/2$。

证明

1) 由定义 8 可知，$D_A^\beta(x_i,x_j) = \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|}$，因为 $1 \leqslant |[x_i]_A^{\leqslant\beta}| \leqslant |U|, 1 \leqslant |[x_j]_A^{\leqslant\beta}| \leqslant |U|$，则 $0 \leqslant |\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| \leqslant |U|-1$，所以 $1 \leqslant (|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|) \leqslant 2|U|-1$，则有 $\frac{1}{2|U|} \leqslant \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} \leqslant 1 - \frac{1}{2|U|}$，因此，$D_A^\beta(x_i,x_j) \in (0,1)$。

2) 因为 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = |U|$，所以 $D_A^\beta(x_i,x_i) = \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_i]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} = \frac{|U|}{2|U|} = 0.5$。

3) 因为 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = |U|$，$|[x_j]_A^{\leqslant\beta}| + |\sim[x_j]_A^{\leqslant\beta}| = |U|$，则有

$$D_A^\beta(x_i,x_j) + D_A^\beta(x_j,x_i) = \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} + \frac{|\sim[x_j]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_i]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} = \frac{2|U|}{2|U|} = 1$$

4) 由第 2)、3) 步易得。

关于容差优势类和容差优势矩阵中的元素，还有如下定理成立。

定理 4 设 $x_i,x_j \in U$，对 $\forall [x_i]_A^{\leqslant\beta}, [x_j]_A^{\leqslant\beta}(A \subseteq AT)$，若 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| \leqslant |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|$，则必有 $D_A^\beta(x_i,x_j) \geqslant 0.5$。

证明 记 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = a$，$|[x_j]_A^{\leqslant\beta}| = b$，则 $a \leqslant b$ 且 $|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = |U| - a$。因为 $D_A^\beta(x_i,x_j) = \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|}$，所以，$D_A^\beta(x_i,x_j) = \frac{|U| - a + b}{2|U|} = \frac{1}{2} + \frac{b-a}{2|U|} \geqslant \frac{1}{2} = 0.5$。 证毕。

上述等式成立当且仅当 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = |[x_j]_A^{\leqslant\beta}|$。

定理 4 表明，容差优势关系下，由定义 8 计算的对象间优劣关系，实际上只与对象的容差优势类所包含的元素个数有关，元素个数越少，对象按容差优势越优。

定理 5 设信息系统 $S = (U, AT, V, f)$，$A \subseteq AT$。若存在 $[x_i]_A^{\leqslant\beta}$、$[x_j]_A^{\leqslant\beta}$，且满足 $[x_j]_A^{\leqslant\beta} \subseteq [x_i]_A^{\leqslant\beta}$，则对 $\forall x_k \in U$，都有 $D_A^{\leqslant\beta}(x_i,x_k) \leqslant D_A^{\leqslant\beta}(x_j,x_k)$。

证明 设 $|[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = a$，$|[x_j]_A^{\leqslant\beta}| = b$，$|[x_k]_A^{\leqslant\beta}| = c$，则 $|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| = |U| - a$。由定义 8 可知：

$$D_A^\beta(x_i,x_k) = \frac{|\sim[x_i]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_k]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} = \frac{|U| - a + c}{2|U|} = \frac{1}{2} + \frac{c-a}{2|U|}$$

$$D_A^\beta(x_j,x_k) = \frac{|\sim[x_j]_A^{\leqslant\beta}| + |[x_k]_A^{\leqslant\beta}|}{2|U|} = \frac{|U| - b + c}{2|U|} = \frac{1}{2} + \frac{c-b}{2|U|}$$

由 $[x_j]_A^{\leqslant\beta} \subseteq [x_i]_A^{\leqslant\beta}$，则有 $|[x_j]_A^{\leqslant\beta}| \leqslant |[x_i]_A^{\leqslant\beta}| \Rightarrow b \leqslant a \Rightarrow (c-a) \leqslant (c-b) \Rightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{c-a}{2|U|}\right) \leqslant \left(\frac{1}{2} + \frac{c-b}{2|U|}\right)$，所以 $D_A^{\leqslant\beta}(x_i,x_k) \leqslant D_A^{\leqslant\beta}(x_j,x_k)$。 证毕。

定理 5 表明，若某两个元素存在严格的优劣关系，则在容差优势矩阵中，占优对象的行亦将存在严格的优劣关系，二者一一对应。

3 智能电网综合评价

智能电网已成为世界电网发展的新趋势。智能电网运营是一个非常复杂的系统，涵盖发电、输电、变电、配电、用电调度等环节。由于智能电网运营的复杂性，使其综合评价的难度增加，因此对智能电网综合评价进行研究将有利于智能电网向更好的方向发展，具有重要的实践意义。在智能电网建设的综合评价中，评价指标体系的建立和评价方法的选择是两个最关键的要素，学者们的研究热点也主要集中在这两个方面。文献[13-14]构建了新的评价模型对智能电网进行综合评价；文献[15]构建了智能电网运营风险综合评价指标体系，采用风险模糊分析架构和梯形模糊数相似度来对智能电网运营风险进行综合评价；文献[16]提出了智能电网示范工程综合评估指标体系框架；文献[17]以主成分分析与聚类分析方法为理论基础，对智能电网建设评价指标体系进行简化并重构。本文以文献[17]的指标体系为基础，对原始数据进行扩展，应用上文中所提出的基于容差优势关系的排序方法对扩展的智能电网数据进行评估。

表 2 给出了 10 个不同的电网点在不同的智能电网建设评价指标下的属性值，$U = \{x_1, x_2, \cdots, x_{10}\}$ 表示电网点的集合，$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_{13}\}$ 表示智能电网建设评价指标集。a_1 是发电侧清洁电源利用率(%)，a_2 是单位发电量 CO_2 排放量(g)，a_3 是间歇性电源新增调峰容量率(%)，a_4 是分布式能源接入率(%)，a_5 是风电及光电接入能力，a_6 是电网综合网损下降率(%)，a_7 是电网储能利用率(%)，a_8 是动态增容装置覆盖率(%)，a_9 是特高压线路输电占有率(%)，a_{10} 是插电式电动汽车低谷充电率(%)，a_{11} 是电动汽车需求侧管理参与率(%)，a_{12} 是可控负荷比例(%)，a_{13} 是智能电表普及率(%)；其中 a_2(单位发电量 CO_2 排放量) 为成本型指标，a_5(风电及光电接入能力) 为定性指标，其余指标均为效益型指标。

利用基于容差优势关系的排序方法对表 2 中智能电网数据进行评估的计算步骤如下。

步骤 1 对表 2 中数据进行预处理，首先，将定性指标转换为定量指标，针对定性指标 a_5 风电及光电接入能力，构造定量评价集{1,2,3,4}与定性评价集{稍差，一般，稍好，较好}中的各元素一一对应；然后，将所有数据标准化，对于成本型指标值利用式(1)进行转化，对于效益型指标值利用式(2)进行转化：

$$c_{ij}' = \frac{\max(c_i) - c_{ij}}{\max(c_i) - \min(c_i)};\quad 成本型 \tag{1}$$

$$c_{ij}' = \frac{c_{ij} - \min(c_i)}{\max(c_i) - \min(c_i)};\quad 效益型 \tag{2}$$

表 2　智能电网建设评价指标值

U	A												
	a_1/%	a_2/g	a_3/%	a_4/%	a_5	a_6/%	a_7/%	a_8/%	a_9/%	a_{10}/%	a_{11}/%	a_{12}/%	a_{13}/%
x_1	0.75	2.40	5.40	1.40	较好	10.50	17.10	15.60	11.10	50.90	70.60	86.20	92.20
x_2	0.61	2.10	3.90	1.30	稍好	13.30	20.20	18.40	14.40	46.10	66.30	87.70	89.80
x_3	0.56	2.20	3.60	1.30	较好	16.60	22.80	21.70	13.40	63.80	73.10	90.10	93.60
x_4	0.49	2.10	3.30	1.20	一般	17.20	25.50	23.30	17.60	55.70	75.00	85.50	91.00
x_5	0.51	1.90	2.40	1.10	稍差	21.40	27.70	26.00	18.50	51.20	72.20	87.30	90.40
x_6	0.46	1.64	4.62	1.38	稍好	19.88	21.83	21.37	12.76	54.97	74.77	91.72	93.89
x_7	0.79	1.92	2.14	1.37	稍差	18.34	21.20	20.79	16.80	64.19	68.32	88.83	89.78
x_8	0.78	2.42	5.40	1.20	一般	13.81	25.42	23.40	16.55	51.81	71.58	85.97	93.70
x_9	0.59	2.29	5.74	1.33	稍差	21.40	25.75	24.22	11.63	56.71	79.09	86.05	89.70
x_{10}	0.72	2.46	4.71	1.09	稍差	10.41	19.06	24.81	11.19	49.48	76.58	86.80	94.50

步骤 2　根据定义 2 和定义 3 计算标准化后的信息表在指标集 A 下劣势累计矩阵 $\boldsymbol{E}_A$，如下：

$$\boldsymbol{E}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0.06 & 0.1 & 0.12 & 0.13 & 0.1 & 0.12 & 0.1 & 0.11 & 0.05 \\ 0.08 & 0 & 0.09 & 0.09 & 0.11 & 0.09 & 0.09 & 0.11 & 0.12 & 0.08 \\ 0.06 & 0.02 & 0 & 0.04 & 0.06 & 0.04 & 0.05 & 0.08 & 0.07 & 0.06 \\ 0.12 & 0.06 & 0.08 & 0 & 0.04 & 0.08 & 0.06 & 0.07 & 0.08 & 0.07 \\ 0.16 & 0.11 & 0.13 & 0.08 & 0 & 0.12 & 0.06 & 0.13 & 0.09 & 0.09 \\ 0.09 & 0.04 & 0.07 & 0.06 & 0.08 & 0 & 0.07 & 0.1 & 0.08 & 0.07 \\ 0.13 & 0.09 & 0.12 & 0.1 & 0.06 & 0.12 & 0 & 0.13 & 0.1 & 0.08 \\ 0.05 & 0.03 & 0.08 & 0.03 & 0.05 & 0.07 & 0.05 & 0 & 0.05 & 0.01 \\ 0.08 & 0.07 & 0.08 & 0.07 & 0.04 & 0.07 & 0.06 & 0.09 & 0 & 0.03 \\ 0.09 & 0.1 & 0.14 & 0.13 & 0.1 & 0.14 & 0.11 & 0.13 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

步骤 3　取 $\beta = 0.05$，根据定义 4 计算得到各个对象的容差优势类：$[x_1]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_1, x_8\}$，$[x_2]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_2, x_3, x_6, x_8\}$，$[x_3]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_3\}$，$[x_4]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_3, x_4, x_8\}$，$[x_5]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_4, x_5, x_8, x_9\}$，$[x_6]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_3, x_6\}$，$[x_7]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_3, x_7, x_8\}$，$[x_8]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_8\}$，$[x_9]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_8, x_9\}$，$[x_{10}]_A^{\leqslant 0.05} = \{x_1, x_8, x_9, x_{10}\}$。

另外，取 $\beta = 0.1$，同理计算得到各个对象的容差优势类：$[x_1]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_2, x_3, x_6, x_8, x_9, x_{10}\}$，$[x_2]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$，$[x_3]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9\}$，$[x_4]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$，$[x_5]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$，$[x_6]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9\}$，$[x_7]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$，$[x_8]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_3, x_4, x_6, x_8, x_9\}$，$[x_9]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$，$[x_{10}]_A^{\leqslant 0.1} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$。

步骤 4　当 $\beta = 0.05$ 时，首先根据定义 8 求出两两对象之间的优势度，然后根据定义 9 求解得到各个对象的整体优势度：$D_A^{0.05}(x_1) = 0.53$，$D_A^{0.05}(x_2) = 0.43$，$D_A^{0.05}(x_3) = 0.58$，$D_A^{0.05}(x_4) = 0.48$，$D_A^{0.05}(x_5) = 0.43$，$D_A^{0.05}(x_6) = 0.53$，$D_A^{0.05}(x_7) = 0.48$，$D_A^{0.05}(x_8) = 0.58$，$D_A^{0.05}(x_9) = 0.53$，$D_A^{0.05}(x_{10}) = 0.43$。

当 $\beta = 0.1$ 时，同理可得各个对象的整体优势度：$D_A^{0.1}(x_1) = 0.54$，$D_A^{0.1}(x_2) = 0.44$，$D_A^{0.1}(x_3) = 0.54$，$D_A^{0.1}(x_4) = 0.49$，$D_A^{0.1}(x_5) = 0.49$，$D_A^{0.1}(x_6) = 0.54$，$D_A^{0.1}(x_7) = 0.49$，$D_A^{0.1}(x_8) = 0.59$，$D_A^{0.1}(x_9) = 0.49$，$D_A^{0.1}(x_{10}) = 0.39$。

步骤 5　考虑到 β 取值不同时得到的整体优势度不同，因此用综合整体优势度来对全体对象排序，此例中的综合整体优势度采用简单算术平均法来计算，即

$$D_A(x_i) = (D_A^{0.05}(x_i) + D_A^{0.1}(x_i))/2$$

经计算得到各个对象的综合整体优势度：$D_A(x_1) = 0.535$，$D_A(x_2) = 0.435$，$D_A(x_3) = 0.56$，$D_A(x_4) = 0.485$，$D_A(x_5) = 0.46$，$D_A(x_6) = 0.535$，$D_A(x_7) = 0.485$，$D_A(x_8) = 0.585$，$D_A(x_9) = 0.51$，$D_A(x_{10}) = 0.41$。

则最终的方案排序为 $x_8 \succ x_3 \succ x_1 \sim x_6 \succ x_9 \succ x_4 \sim x_7 \succ x_5 \succ x_2 \succ x_{10}$。其中："$x \succ y$" 表示对象 x 优于对象 y，"$x \sim y$" 表示对象 x 与对象 y 无差异。

另外，若采用文献[9]和文献[11]中经典优势关系的排序方法对表 2 中智能电网数据进行评估，得到的结果均为 $x_1 \sim x_2 \sim x_3 \sim x_4 \sim x_5 \sim x_6 \sim x_7 \sim x_8 \sim x_9 \sim x_{10}$，即这 10 个对象都是无差异的，排序方法失效。导致这种现象产生的原因是，各个对象根据经典优势关系求出的优势类都只有该对象本身，故不管使用哪一种方法进行排序都是失效的。

分析发现容差优势关系具有更好的容错能力，能有效避免经典优势关系因属性个数较多、属性值互有优劣时可能引起的失效问题。

4　结语

本文针对传统优势关系在求解优势类时过于严格的问题，提出了容差优势关系。另外，给出基于容差优势关系的优势度和整体优势度，并以此作为对象排序的标准对方案或对象进行排序，将其应用于智能电网的综合评价中。该方法避免了属性权重的确定，为分析智能电网建设的实施效果提供参考。

本文是对经典优势关系模型的有效扩展，且进一步丰富和完善了多属性决策的排序方法。本文的后续工作将是对容差优势关系的粗糙集模型的性质进行更为深入的探讨，并研究其属性约简问题以及对容差优势关系的粗糙集模型进行扩展等。

参考文献：

[1] PAWLAK Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341 - 356.

[2] LI J, LYU Y. Quick attribute reduction algorithm on decision system [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of

China, 2007, 36(6): 1237 -1240.(李金海,吕跃进.决策系统的快速属性约简算法[J].电子科技大学学报,2007,36(6):1237 -1240.)

[3] ZHANG W, LIANG Y, WU W. Information system and knowledge [M]. Beijing: Science Press, 2003.(张文修,梁怡,吴伟志.信息系统与知识发现[M].北京:科学出版社,2003.)

[4] XU J, LI X, SUN L. An image semantics retrieval method based on probability rough set model [J]. Journal of Nanjing University: Natural Sciences, 2011, 47(4): 438 -445.(徐久成,李晓艳,孙林.一种基于概率粗糙集模型的图像语义检索方法[J].南京大学学报:自然科学版,2011,47(4):438 -445.)

[5] CHEN Y, WU K, XIE R. Reduction for decision table based on relative knowledge granularity [J]. Journal of Shandong University: Engineering Science, 2012, 42(6): 8 -12.(陈玉明,吴克寿,谢荣生.基于相对知识粒度的决策表约简[J].山东大学学报:工学版,2012,42(6):8 -12.)

[6] LYU Y, WENG S, HE C. Attributes reduction algorithm based on discernible Boolean matrix and association rule mining [J]. Computer Applications and Software, 2012, 29(10): 40 -43.(吕跃进,翁世洲,何朝丽.基于布尔区分矩阵与关联规则挖掘的属性约简算法[J].计算机应用与软件,2012,29(10):40 -43.)

[7] GRECO S, MATARAZZO B, SOWISKI R. Rough sets theory for multicriteria decision analysis [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 129(1): 1 -47.

[8] GRECO S, MATARAZZO B, SOWISKI R. Rough approximation by dominance relation [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17(2): 153 -171.

[9] ZHANG W, QIU G. Uncertain decision making based on rough sets [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.(张文修,仇国芳.基于粗糙集的不确定决策[M].北京:清华大学出版社,2005.)

[10] JIA X, YU S, SHAN L, *et al.* Research on the dominance-based rough set approach [J]. Computer Science and Technology, 2008, 35(8): 109 -111.(贾修一,于绍越,商琳,等.基于优势关系的粗糙集应用研究[J].计算机科学,2008,35(8):109 -111.)

[11] WENG S, LYU Y, MO J. Ranking model and its order-preserving reduction theory based on dominance relations [J]. Journal of Guangxi Normal University: Natural Science Edition, 2013, 31(3): 37 -44.(翁世洲,吕跃进,莫京兰.基于优势关系的排序模型及其保序性约简理论[J].广西师范大学学报:自然科学版,2013,31(3):37 -44.)

[12] WEI B, LYU Y, LI J. Attribute reduction based on rough set model under α dominance relation [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(2): 251 -258.(韦碧鹏,吕跃进,李金海.α 优势关系下粗糙集模型的属性约简[J].智能系统学报,2014,9(2):251 -258.)

[13] SUN Q, GE X, LIU L, *et al.* Multi-attribute network process comprehensive evaluation method for smart grid and its application [J]. Power System Technology, 2012, 36(10): 49 -54.(孙强,葛旭波,刘林,等.智能电网多属性网络层次组合评价法及其应用研究[J].电网技术,2012,36(10):49 -54.)

[14] ZHANG H, HAN D, LIU Y, *et al.* Smart grid evaluation based on anti-entropy weight method [J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(11): 24 -29.(张海瑞,韩冬,刘玉娇,等.基于反熵权法的智能电网评价[J].电力系统保护与控制,2012,40(11):24 -29.)

[15] LI C, LI P, LU G. Comprehensive evaluation of smart grid operation risk based on fuzzy number similarity [J]. East China Electric Power, 2012, 40(9): 1486 -1489.(李存斌,李鹏,陆龚曙.基于模糊数相似度的智能电网运营风险综合评价[J].华东电力,2012,40(9):1486 -1489.)

[16] ZHANG J, PU T, WANG W, *et al.* A comprehensive assessment index system for smart grid demonstration projects [J]. Power System Technology, 2011, 35(6): 5 -9.(张健,蒲天骄,王伟,等.智能电网示范工程综合评价指标体系[J].电网技术,2011,35(6):5 -9.)

[17] GAO X, YAN Z. Comprehensive assessment of smart grid construction based on principal component analysis and cluster analysis [J]. Power System Technology, 2013, 37(8): 2238 -2243.(高新华,严正.基于主成分聚类分析的智能电网建设综合评价[J].电网技术,2013,37(8):2238 -2243.)

(上接第 2165 页)

[10] CHANG R, WANG H, YANG J. An algorithm for training parameters in belief rule-bases based on the gradient and dichotomy methods [J]. Systems Engineering, 2007, 25(S): 287 -291.(常瑞,王红卫,杨剑波.基于梯度法与二分法的置信规则库参数训练方法[J].系统工程,2007,25(增刊):287 -291.)

[11] ZHOU Z-J, HU C-H, YANG J-B, *et al.* Online updating belief rule based system for pipeline leak detection under expert intervention [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(4): 7700 -7709.

[12] YANG J-B, SINGH M-G. An evidential reasoning approach for multiple-attribute decision making with uncertainty [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1994, 24(1): 1 -18.

[13] YANG J-B. Rule and utility based evidential reasoning approach for multiattribute decision analysis under uncertainties [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 131(1): 31 -61.

[14] HU Y. Nonlinear programming [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990.(胡毓达.非线性规划[M].北京:高等教育出版社,1990.)

[15] KENNEDY J, EBERHART R. A discrete binary version of the particle swarm algorithm [C]// Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Piscataway: IEEE Press, 1997: 4104 -4108.

[16] HU X, EBERHART R. Solving constrained nonlinear optimization problems with particle swarm optimization [C]// Proceedings of the Sixth World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics. Orlando: International Institute of Informatics and Systemics, 2002: 203 -206.

[17] SHI Y, EBERHART R. A modified particle swarm optimizer [C]// Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1998: 69 -73.

[18] ZHOU Z, YANG J, HU C. Confidence expert system rule base and complex system modeling [M]. Beijing: Science Press, 2011.(周志杰,杨剑波,胡昌华.置信规则库专家系统与复杂系统建模[M].北京:科学出版社,2011.)