

基于改进变尺度法的超宽带定位新算法

郭建广*, 郑紫微, 杨任尔

(宁波大学 通信技术研究所, 浙江 宁波 315211)

(* 通信作者电子邮箱 guojg1988@126.com)

摘要:针对传统定位算法收敛速度慢的问题,结合超宽带通信具有时间分辨率高的特点,在到达时间差(TDOA)定位模型的基础上,采用基于 Armijo 步长的变尺度法(DFP)对目标节点进行初始定位,进一步在初始位置处以泰勒级数展开算法得到目标节点的最终位置,实现超宽带(UWB)通信系统精确定位。实验结果表明,采用改进变尺度法的初始坐标修正算法,不仅能够降低定位优化算法对于初始坐标的要求,而且在测量时间准确的前提下,相比传统最速下降法平均定位精度有7倍的改进,整个算法具有好的定位精度和定位效率。

关键词:超宽带通信;变尺度法;Armijo 步长;到达时间差定位模型

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A

New UWB localization algorithm based on modified DFP algorithm

GUO Jianguang*, ZHENG Ziwei, YANG Ren'er

(Institute of Communication Technology, Ningbo University, Ningbo Zhejiang 315211, China)

Abstract: Aiming at the problem that traditional localization algorithm has a slow convergence speed, combining with the characteristics of perfect immunity to time in UWB (Ultra Wide-Band) communication, a novel Davidson-Fletcher-Powell (DFP) algorithm based on Armijo step size was proposed to locate the target node on TDOA (Time Difference Of Arrival) location model. Taylor series expansion algorithm was further introduced to acquire final location at the initial position, achieving the precise location of UWB communication system. The experimental results show that the proposed algorithm not only decreases the demand of localization optimization algorithm to initial position, but also improves the average localization precision 7 times than the steepest decent method with precise measure time. The proposed localization algorithm has better performance on localization accuracy and efficiency.

Key words: Ultra WideBand (UWB) communication; (Davidon-Fletcher-Powell) DFP algorithm; Armijo step size; time difference of arrival location model

0 引言

超宽带(Ultra Wide-Band, UWB)通信技术以其传输速率高、抗多径性能好、系统结构简单且易于数字化等特点,已经成为无线通信领域的研究热点,并被视为下一代无线通信的关键技术之一^[1]。而基于位置信息的数据,可以广泛应用于无线传感网络、车载雷达系统及物流管理等领域^[2]。根据定位测量的电参量不同,定位技术主要包括基于到达角(Angle of Arrival, AOA)、基于到达时间(Time of Arrival, TOA)、基于到达时间差(Time Difference of Arrival, TDOA)、基于接收信号强度(Received Signal Strength, RSS)等^[3-4]。而TDOA充分利用UWB信号时间分辨率高的特点,已在智能交通系统中得到广泛应用^[5]。TDOA中的时间测量主要采用高采样率的脉冲匹配滤波相干检测算法^[6]和低采样率的非相干能量检测算法^[7]等。

TDOA定位是根据信标节点与目标节点距离的关系实现对目标节点的定位。文献[8]提出的Chan算法是视距传播环境下的最大似然估计,但在TDOA测量误差较大的情况下,

算法精度会明显下降。文献[9]提出的高斯-牛顿算法以线性最小二乘方式逼近目标位置,具有较好的定位精度,但计算量较大。文献[10]提出的Taylor算法在初始估计值接近目标位置时可以提供一个精确的解,但在初始位置选择不佳的情况下,算法的运算量较大且收敛性难以保证。近些年,许多学者开始先对初始坐标进行修正使其接近目标位置,再进一步采用Taylor级数展开法进行精确定位。文献[11]提出基于Chan和Taylor级数展开法的协同定位在信道环境恶劣情况下能提高算法的定位精度,但有时Taylor级数在Chan算法产生的初始坐标处出现不收敛。文献[12]提出的基于最速下降法和Taylor级数展开法的协同定位能够提高传统Taylor级数展开法的定位精度。文献[13]提出基于最小二乘法和Taylor级数展开法的协同定位在高斯信道环境下优于Taylor级数展开法。目前,对初始坐标修正算法中存在收敛速度较慢,不利于对高维问题的扩展。为此,本文提出采用迭代速度更快且能降低对初始点要求的改进变尺度法对目标节点的初始坐标进行修正,再以Taylor级数在初始位置处展开的方式将定位模型线性化,最后利用加权最小二乘法得到目标节点

收稿日期: 2014-07-09; **修回日期:** 2014-08-21。 **基金项目:** 国家科技重大专项(2011ZX03002-004-02); 浙江省杰出青年科学基金资助项目(R1110416); 教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20113305110002); 宁波市科技创新团队项目(2011B81002)。

作者简介: 郭建广(1988-),男,湖北黄冈人,硕士研究生,主要研究方向:移动通信; 郑紫微(1975-),男,福建永春人,教授,博士生导师,主要研究方向:移动通信、宽带信息传输; 杨任尔(1968-),女,浙江余姚人,副教授,博士研究生,主要研究方向:无线通信、信息隐藏。

的最终位置估计。

1 基于改进变尺度法的定位算法

1.1 定位问题模型建立

TDOA 定位技术一般是利用目标节点的信号到达两个不同信标节点的时间差,再乘以光速得到距离差^[14],则以两个信标节点位置为焦点的双曲线即为目标节点的运动轨迹。多个 TDOA 测量值对应双曲线的交点即为目标节点的位置估计。需要指出的是,TDOA 定位需要信标节点间时钟同步。

当信标节点数目 N 大于 3 时,根据信号的测量值列出的非线性方程组要多于未知数的个数,因而对目标节点的位置估计就变成了在某一准则下的最优估计问题,且求解非线性方程组等价于求解无约束非线性优化问题^[12]。

假设信标节点 i 坐标为 (x_i, y_i) , 目标节点坐标为 (x, y) , 由信标节点与目标节点的几何关系得:

$$r_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}; i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

令信标节点 1 为参考信标节点,则信标节点 j 到目标节点与信标节点 1 到目标节点的距离差为:

$$r_{j,1} = r_j - r_1 = \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2} - \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2} \quad (2)$$

其中 $j = 2, 3, \dots, N$ 。

令 $t_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 为信标节点 i 接收到信号的时刻,则 TDOA 测量值为:

$$\varphi_{j,1} = d_{j,1} + \varphi_{j,1}; j = 2, 3, \dots, N \quad (3)$$

其中: $d_{j,1} = d_j - d_1 = c(t_j - t_1)$, c 为光速; $\varphi_{j,1}$ 为 TDOA 的测量误差,方差为 Ψ 。

令 $\mathbf{X} = (x, y)^T$, 则:

$$f_j(\mathbf{X}) = r_{j,1} - \varphi_{j,1}; j = 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

由式(4)构造模函数

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{j=2}^N [f_j(\mathbf{X})]^2 \quad (5)$$

由式(5)可知,定位问题的求解转化为求解使 $F(\mathbf{X})$ 取得最小值时 \mathbf{X} 。

1.2 基于改进变尺度法的初始坐标修正算法

Taylor 级数展开法的迭代过程要求参与运算的初值必须尽可能接近于真值以保证每次迭代收敛。求解定位模型的优化方法中,最速下降法收敛速度慢及牛顿算法计算量大,因此本文提出基于 Armijo 步长的变尺度法进行初始坐标修正。

1.2.1 变尺度法原理

变尺度法又称 DFP 算法^[15],是拟牛顿法的一种,由 Davidon 于 1959 年提出,后经 Fletcher 和 Powell 对其进行改进而成。该方法是求解无约束极值问题非常有效的算法,既避免了计算二阶导数矩阵及其逆矩阵,又比最速下降法的收敛速度快且对初始点要求不高,特别是对高维问题具有显著的优越性。BFGS 算法与 DFP 算法互为对偶,是由 Broyden、Fletcher、Goldfarb 和 Shanno 四人于 1970 年提出。对于一般的非线性函数来说,BFGS 算法比 DFP 算法在数组计算和收敛性方面更优。

假设目标函数 $F(\mathbf{X})$ 二次连续可微, $\mathbf{X}^k \in \mathbf{R}^n$, Hesse 矩阵 $\nabla^2 F(\mathbf{X})$ 正定,在 \mathbf{X}^k 处的二阶逼近式为:

$$F(\mathbf{X}) \approx Q(\mathbf{X}) = F(\mathbf{X}^k) + \nabla F(\mathbf{X}^k)^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}^k) +$$

$$\frac{1}{2} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^k)^T \nabla^2 F(\mathbf{X}^k) (\mathbf{X} - \mathbf{X}^k) \quad (6)$$

由于 $\nabla^2 F(\mathbf{X}^k)$ 正定,函数 Q 的驻点 \mathbf{X}^{k+1} 是 $Q(\mathbf{X})$ 的极小点,有

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k - [\nabla^2 F(\mathbf{X}^k)]^{-1} \nabla F(\mathbf{X}^k) \quad (7)$$

变尺度法通过构造一个近似矩阵,用来逼近二阶导数矩阵的逆矩阵。构造近似矩阵 \mathbf{H}^k 除了利用目标函数及其一阶导数的信息外,还须满足以下三点:

1) \mathbf{H}^k 是对称正定矩阵,从而 $\mathbf{p}^{(k)} = -\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{g}^{(k)}$ 是下降方向,其中 $\mathbf{g}^{(k)} = \nabla F(\mathbf{X}^k)$ 。

2) $\mathbf{H}^{(k+1)}$ 是对 $\mathbf{H}^{(k)}$ 修正得到,即:

$$\mathbf{H}^{(k+1)} = \mathbf{H}^{(k)} + \Delta \mathbf{H}^{(k)} \quad (8)$$

称 $\Delta \mathbf{H}^{(k)}$ 为修正矩阵。

3) $\mathbf{H}^{(k+1)}$ 必须满足拟牛顿条件:

$$\mathbf{H}^{(k+1)} \mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{s}^{(k)} \quad (9)$$

其中: $\mathbf{s}^{(k)} = \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{X}^k$, $\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{g}^{k+1} - \mathbf{g}^k$ 。

由于海森矩阵的对称性要求,所以采用对称性的迭代方法。最简单的校正公式 $\Delta \mathbf{H}^{(k)}$ 应是秩为一的形式。令:

$$\mathbf{H}^{(k+1)} = \mathbf{H}^{(k)} + \mu \mathbf{w}^T \quad (10)$$

要使 $\mathbf{H}^{(k+1)}$ 满足拟牛顿条件式(9),当 $(\mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)} \neq 0$, 可得到对称秩一校正公式

$$\mathbf{H}^{(k+1)} = \mathbf{H}^{(k)} + \frac{(\mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)}) (\mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)})^T}{(\mathbf{s}^{(k)} - \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)}} \quad (11)$$

为了克服秩一校正公式在迭代中不能保证迭代矩阵正定的缺点,考虑对 $\mathbf{H}^{(k)}$ 进行秩二校正,即可得到 BFGS 校正公式^[16]:

$$\mathbf{H}^{(k+1)} = \mathbf{H}^{(k)} + \left(1 + \frac{(\mathbf{y}^{(k)})^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)}}{(\mathbf{s}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)}}\right) \frac{\mathbf{y}^{(k)} (\mathbf{y}^{(k)})^T}{(\mathbf{s}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)}} - \frac{\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)} (\mathbf{s}^{(k)})^T + (\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{y}^{(k)} (\mathbf{s}^{(k)})^T)^T}{(\mathbf{s}^{(k)})^T \mathbf{y}^{(k)}} \quad (12)$$

1.2.2 改进变尺度法

对于二次函数采用精确线搜索时,BFGS 校正公式具备正定遗传和二次终止的性质。但对于定位模型来说,即使采用的精确线搜索也很难在有限步内得到严格意义下的最优步长,且计算量大。因此,本文提出基于 Armijo 步长的变尺度法。

相比变尺度法的一维搜索,Armijo 步长规则是一种非精确线搜索^[17],先采用一个较长的试探步长,如果目标函数有满意的下降量,则该试探步长即为所需步长,否则将该步长按比例压缩直到满足要求为止。

令 $\alpha^k = \beta \gamma^{n_k}$, n_k 为满足下式的最小非负整数:

$$F(\mathbf{X}^k + \beta \gamma^{n_k} \mathbf{p}^k) \leq F(\mathbf{X}^k) + \mu \beta \gamma^{n_k} (\mathbf{g}^k)^T \mathbf{p}^k \quad (13)$$

其中: $\beta > 0, 0 < \mu < 1, \gamma \in (0, 1)$ 为常数。

Armijo 步长搜索规则优势是能估计一个初始的测试步长,且好的估计能减少迭代过程中对函数值的计算。选取有效的比例,也能减小计算量。

需要指出的是,为解决变尺度法在数值上有时产生奇异的海森矩阵,将拟牛顿条件式(9)中 $\mathbf{s}^{(k)}$ 用 $\mathbf{s}'^{(k)}$ 来替代,则

$$\mathbf{s}'^{(k)} = \mathbf{s}^{(k)} + \mathbf{B}^k \mathbf{y}^{(k)} \quad (14)$$

其中 $\mathbf{B}^k = \|\mathbf{s}^{(k)}\| \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为单位矩阵。

1.2.3 算法步骤

基于改进变尺度法的初始坐标修正算法的算法流程如下:

步骤1 $0 < \mu < 1, \mathbf{X}^k \in \mathbf{R}^n$, 给定终止误差 $\varepsilon > 0, k = 0$.

步骤2 若 $\|\nabla F(\mathbf{X}^k)\| \leq \varepsilon$, 则 \mathbf{X}^k 即为近似极小点, 停止迭代; 否则转向步骤3.

步骤3 由式(12)计算 $\mathbf{H}^{(k)}$, 令 $\mathbf{p}^{(k)} = -\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{g}^{(k)}$, 其中 $\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{I}$ (\mathbf{I} 为单位矩阵).

步骤4 由式(13)计算 α^k , 则

$$\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \alpha^k \mathbf{p}^k$$

步骤5 $k = k + 1$, 转向步骤2.

1.3 基于修正后的初始坐标进行 Taylor 级数展开定位

对式(2)在所求的初始位置 (x_0, y_0) 处进行 Taylor 级数展开, 仅保留前两项有

$$r_{j0,1} + a_{j0,1}\delta_x + b_{j0,1}\delta_y \approx d_{j,1} + \varphi_{j,1} \quad (15)$$

其中 $j = 2, 3, \dots, N$.

$$\begin{cases} r_{j0,1} = r_{j,1}(x_0, y_0) \\ a_{j0,1} = \frac{\partial r_{j,1}}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} = \frac{x_1 - x_0}{r_{10}} - \frac{x_j - x_0}{r_{j0}} \\ b_{j0,1} = \frac{\partial r_{j,1}}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} = \frac{y_1 - y_0}{r_{10}} - \frac{y_j - y_0}{r_{j0}} \\ d_{j,1} = d_j - d_1 \end{cases}$$

式(15)可以写成

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{D} + \boldsymbol{\Phi} \quad (16)$$

$$\text{其中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_0}{r_{10}} - \frac{x_2 - x_0}{r_{20}} & \frac{y_1 - y_0}{r_{10}} - \frac{y_2 - y_0}{r_{20}} \\ \frac{x_1 - x_0}{r_{10}} - \frac{x_3 - x_0}{r_{30}} & \frac{y_1 - y_0}{r_{10}} - \frac{y_3 - y_0}{r_{30}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_1 - x_0}{r_{10}} - \frac{x_N - x_0}{r_{N0}} & \frac{y_1 - y_0}{r_{10}} - \frac{y_N - y_0}{r_{N0}} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\delta} = [\delta_x, \delta_y]^T, \mathbf{D} = [d_{2,1} - r_{20,1}, d_{3,1} - r_{30,1}, \dots, d_{N,1} - r_{N0,1}]^T, \boldsymbol{\Phi} = [\varphi_{2,1}, \varphi_{3,1}, \dots, \varphi_{N,1}]^T.$$

$$\text{式(16)的加权最小二乘解为}$$

$$\boldsymbol{\delta} = [\mathbf{A}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{D} \quad (17)$$

2 改进变尺度法的收敛性分析

在工程应用中, 求解无约束非线性最优化问题的算法, 在数值上需要有好的收敛性.

将定位模型构成的目标函数式(5)写为

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{j=2}^N [f_j(\mathbf{X})]^2 = \sum_{j=2}^N [\|\mathbf{X} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varphi_{j,1}]^2 \quad (18)$$

其中 $\|\cdot\|$ 是向量的 Euclidean 范数. 对目标函数 $F(\mathbf{X})$ 分析有如下结论.

引理1 目标函数 $F(\mathbf{X}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 二次连续可微, 对任意给定的 $\mathbf{X}^0 \in \mathbf{R}^n$, 有界水平集 $\Omega = \{\mathbf{X} | F(\mathbf{X}) \leq F(\mathbf{X}^0)\}$ 是凸集, 则 $F(\mathbf{X})$ 和 $\mathbf{g}(\mathbf{X}) = \nabla F(\mathbf{X})$ 在 Ω 上都有界, 其中 \mathbf{X}^0 是给定的初值.

引理2 $F(\mathbf{X})$ 是定义在 n 维欧氏空间 $E^{(n)}$ 中有界水平凸集 Ω 上的函数, 则 $F(\mathbf{X})$ 是 Ω 上一致凸函数.

证明 若对每个 $\alpha (0 < \alpha < 1)$, $\mathbf{X}^{(1)} \neq \mathbf{X}^{(2)} \in \Omega$ 恒有:

$$\begin{aligned} F(\alpha \mathbf{X}^{(1)} + (1 - \alpha) \mathbf{X}^{(2)}) &= \sum_{j=2}^N [\|\alpha \mathbf{X}^{(1)} + (1 - \alpha) \mathbf{X}^{(2)} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1}]^2 = \\ &= \sum_{j=2}^N [\|\alpha(\mathbf{X}^{(1)} - \mathbf{X}_j) + (1 - \alpha)(\mathbf{X}^{(2)} - \mathbf{X}_j)\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1}]^2 < \\ &= \sum_{j=2}^N [\alpha(\|\mathbf{X}^{(1)} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1}) + (1 - \alpha)(\|\mathbf{X}^{(2)} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1})]^2 < \\ &= \sum_{j=2}^N \{\alpha[\|\mathbf{X}^{(1)} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1}]^2 + (1 - \alpha)[\|\mathbf{X}^{(2)} - \mathbf{X}_j\| - d_{j,1} + \varepsilon_{j,1}]^2\} = \\ &= \alpha F(\mathbf{X}^{(1)}) + (1 - \alpha) F(\mathbf{X}^{(2)}) \end{aligned}$$

故称 $F(\mathbf{X})$ 是 Ω 上一致凸函数.

引理3 如果目标函数 $F(\mathbf{X})$ 是 Ω 上一致凸函数, 即存在常数 $0 < m < M$, 使得

$$m \|\mathbf{Z}\|^2 \leq \mathbf{Z}^T \mathbf{G}(\mathbf{X}) \mathbf{Z} \leq M \|\mathbf{Z}\|^2$$

其中, $\forall \mathbf{X} \in \Omega, \mathbf{Z} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{G}(\mathbf{X})$ 是 $F(\mathbf{X})$ 的 Hesse 矩阵.

引理4 算法产生的无穷点列 $\{\mathbf{X}^k\}$, 则存在 $\eta > 0$ 使

$$\cos \langle -\mathbf{g}^k, \mathbf{p}^k \rangle \geq \eta \|\mathbf{g}^k\|^2$$

其中 $\langle -\mathbf{g}^k, \mathbf{p}^k \rangle$ 表示 $-\mathbf{g}^k$ 与 \mathbf{p}^k 之间的夹角.

证明

$$\begin{aligned} \cos \langle -\mathbf{g}^k, \mathbf{p}^k \rangle &= \frac{-(\mathbf{p}^k)^T \mathbf{g}^k}{\|\mathbf{p}^k\| \|\mathbf{g}^k\|} = \\ &= \frac{(\mathbf{g}^k)^T \mathbf{H}^k \mathbf{g}^k}{\|\mathbf{g}^k\| \|\mathbf{H}^k \mathbf{g}^k\|} \geq \frac{m \|\mathbf{g}^k\|^2}{\|\mathbf{g}^k\| \|\mathbf{H}^k \mathbf{g}^k\|} \\ \text{因 } \|\mathbf{g}^k\| \text{ 有界, 则存在 } \lambda > 0 \text{ 使 } \|\mathbf{g}^k\| &\leq \lambda, \text{ 则} \\ \frac{m \|\mathbf{g}^k\|^2}{\|\mathbf{g}^k\| \|\mathbf{H}^k \mathbf{g}^k\|} &\geq \frac{m \|\mathbf{g}^k\|^2}{M \lambda^2} = \eta \|\mathbf{g}^k\|^2 \end{aligned}$$

定理1 若函数 $F(\mathbf{X})$ 在凸集上有界, 则算法或有限步终止于问题的稳定点, 或产生无穷点列 $\{\mathbf{X}^k\}$, 其任意极限点都是问题的稳定点.

证明 若 $\mathbf{g}^k = 0, \mathbf{X}^k$ 即为稳定点. 假设算法产生无穷点列 $\{\mathbf{X}^k\}$, \mathbf{X}^* 为其任意极限点, 由引理1知, \mathbf{X}^* 为一有限点, 且无穷点列

$$\{\mathbf{X}^k\}_{k \in \mathbf{N}} \rightarrow \mathbf{X}^*$$

假设 $\mathbf{g}^* = \mathbf{g}(\mathbf{X}^*) \neq 0$, 由引理1知 $\{F(\mathbf{X}^k)\}$ 单调下降且有下界, 由 Armijo 步长搜索规则及步骤4知

$$F(\mathbf{X}^k) - F(\mathbf{X}^{k+1}) \geq -\alpha^k \mu(\mathbf{g}^k)^T \mathbf{p}^k = -\mu(\mathbf{g}^k)^T \mathbf{s}^k \quad (19)$$

其中 $\mathbf{s}^k = \mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{X}^k = \alpha^k \mathbf{p}^k$.

由引理3知

$$\begin{aligned} F(\mathbf{X}^k) - F(\mathbf{X}^{k+1}) &\geq -\alpha^k \mu(\mathbf{g}^k)^T \mathbf{p}^k = \\ &= -\mu(\mathbf{g}^k)^T \mathbf{s}^k \geq \alpha^k \mu m \|\mathbf{g}^k\|^2 \end{aligned} \quad (20)$$

故

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{g}^k)^T \mathbf{s}^k = 0 \quad (21)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha^k \|\mathbf{g}^k\|^2 = 0 \quad (22)$$

因 $\mathbf{g}^* \neq 0$, 故 $\exists \varepsilon > 0$ 和 $k' \in \mathbf{N}$, 当 $k > k', k \in \mathbf{N}$ 时, 有

$$\|g^k\| \geq \varepsilon \quad (23)$$

由式(22),(23)可知 $\lim_{k \in \mathbf{N}, k \rightarrow \infty} \alpha^k = 0$ 。根据 α^k 的取法,若令 $\alpha = 2\alpha^k, \forall k \in \mathbf{N}$, 则有

$$F(X^k) - F(X^k + 2\alpha^k p^k) < -2\alpha^k \mu (g^k)^T p^k; \forall k \in \mathbf{N} \quad (24)$$

由(21),(23)及引理4得

$$\begin{aligned} -(g^k)^T s^k &= -(g^k)^T \alpha^k p^k = \\ \alpha^k \|g^k\| \|p^k\| \cos \langle -g^k, p^k \rangle &\geq \eta \|g^k\|^3 \|s^k\| \geq \\ \eta \varepsilon^3 \|s^k\| \end{aligned} \quad (25)$$

故 $\lim_{k \in \mathbf{N}, k \rightarrow \infty} \|s^k\| = 0$ 。

令 $t^k = \frac{p^k}{\|p^k\|}$, 则 $2s^k = 2\|s^k\| t^k = \overline{\alpha^k} t^k$, 其中 $\overline{\alpha^k} = 2\|s^k\| \rightarrow 0 (k \in \mathbf{N})$ 。

根据式(24),有

$$\frac{F(X^k) - F(X^k + \overline{\alpha^k} t^k)}{\overline{\alpha^k}} < -\mu (g^k)^T t^k \quad (26)$$

由于 $\|t^k\| = 1$, 因而存在极限点 t^* , 不妨设无穷子列 $\{t^k\} \rightarrow t^*, k \in \mathbf{N}$ 。

对式(26)中令 $k \rightarrow \infty (k \in \mathbf{N})$, 则有

$$\begin{aligned} -(g(X^*))^T t^* &\leq -\mu (g(X^*))^T t^* \\ \text{从而} \\ (g(X^*))^T t^* &\geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

而由引理4,有

$$\begin{aligned} -(g^k)^T t^k &= -(g^k)^T \frac{p^k}{\|p^k\|} = \\ \|g^k\| \cos \langle -g^k, p^k \rangle &\geq \eta \|g^k\|^3 \end{aligned} \quad (28)$$

对式(28)中令 $k \rightarrow \infty (k \in \mathbf{N})$, 则有

$$-(g(X^*))^T t^* \geq \eta \|g(X^*)\|^3 \quad (29)$$

这与式(27)矛盾,故必有 $g(X^*) = 0$, 即 X^* 为问题的稳定点。因此函数 $F(X)$ 在凸集上全局收敛。

3 仿真与分析

本文采用 Matlab 对基于最速下降法和改进变尺度法的二维初始坐标修正算法进行仿真分析。仿真实验中,假设网络节点均匀分布在 $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ 的平面区域内,整个区域内不存在无法覆盖的盲区,且节点间没有通信干扰存在;对两种方法的测试,参数设置如下:迭代终止误差 $\varepsilon = 0.1, \beta = 1, \mu = 0.3, \gamma = 0.5$ 。为确定目标节点的坐标(真实坐标 $[50, 50]$),在测试区域内随机选取 30 个信标节点,对两种修正算

法的定位误差和迭代次数进行比较分析。

测量时间准确前提下,由图1可知,两种修正算法对任意给定的初始坐标(随机选取 100 组)都有很好的收敛效果且定位误差均为毫米级;由图1、表1可知,本文采用的改进变尺度法的平均定位误差相比最速下降法有 7 倍的改进,距离单位 m,时间单位 s。

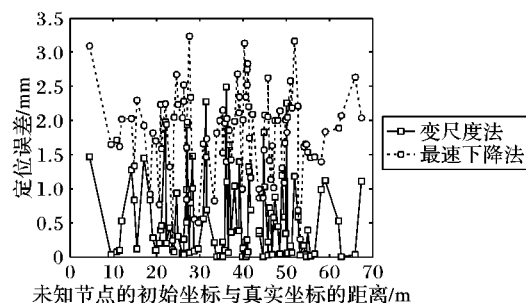


图1 测量时间准确时不同坐标下定位误差比较

由表1、图2可知,在相同的初始坐标下,改进变尺度法的平均迭代次数比最速下降法要少。

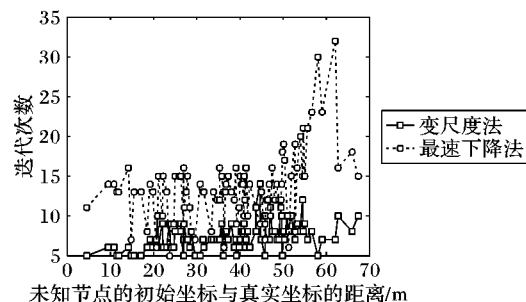


图2 测量时间准确时不同坐标下迭代次数比较

测量时间存在误差且测量噪声服从 0 均值, 0.9 m 标准差的高斯分布时,由图3可知,任意初始坐标下,改进变尺度法都有较好的收敛效果,但最速下降法会出现远离初始坐标的收敛结果。图3中异常点处的详细迭代结果如表2所示。

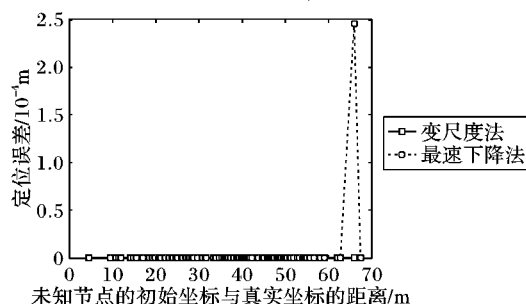


图3 存在测量时间误差时不同坐标下定位误差比较

表1 测量时间准确时相同初值(30,20)下迭代比较

算法	迭代结果/m	误差/m	迭代次数	迭代时间/s
变尺度法	$x = 50.000, y = 49.999$	$xx = 0, yy = -0.001$	9	0.010173
最速下降法	$x = 50.001, y = 49.998$	$xx = 0.001, yy = -0.002$	16	0.010030

表2 存在测量时间误差时相同初值(6.88,0.0522)下迭代比较

算法	迭代结果/m	误差/m	迭代次数	迭代时间/s
变尺度法	$x = 50.156, y = 49.866$	$xx = 0.156, yy = -0.134$	8	0.019566
最速下降法	$x = 24066.396, y = -5325.827$	$xx = 24016.396, yy = -5375.827$	87	0.055075

修正图3中异常点后,两种修正算法在任意初始坐标下

的定位误差与迭代次数分别如图4、图5所示。由图4、图5

可知,在相同的初始坐标下,改进变尺度法比最速下降法的平均收敛速度更快且更稳定收敛于真实坐标。

由图2、图5可知,随着测量时间误差增大,迭代次数有增多的趋势。

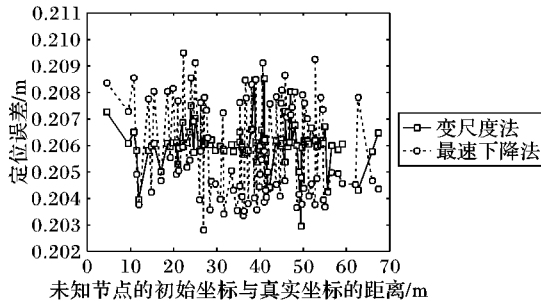


图4 修正后不同坐标下定位误差比较

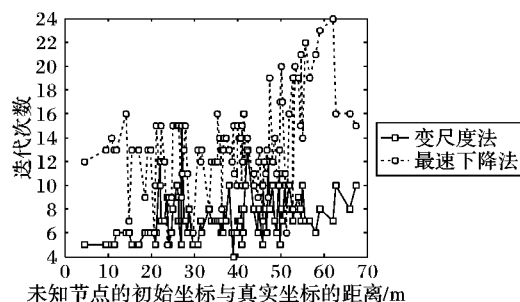


图5 修正后不同坐标下迭代次数比较

4 结语

本文先将 TDOA 定位模型的求解转化为求解无约束非线性最优化问题,再针对最速下降法收敛速度慢和牛顿算法计算量大的特点,提出了基于变尺度法的初始坐标修正算法。此外,为进一步优化算法,提出基于 Armijo 步长的变尺度法,并对改进变尺度法的全局收敛性进行分析。仿真结果表明,本文提出基于改进变尺度法的初始坐标修正算法,不仅能够降低定位优化算法对于初始坐标的要求,而且具有比传统最速下降法更高的定位精度和更快的优化收敛速度,满足 Taylor 级数展开法对初值的要求,进而提高整个算法的定位精度和定位效率。

参考文献:

- [1] CHEHRI A, FORTIER P, TARDIF P M. UWB based sensor networks for localization in mining environments [J]. *Ad Hoc Networks*, 2009, 7(5): 987–1000.
- [2] GEZICI S, POOR H. Position estimation via ultra wide band signals [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2009, 97(2): 386–403.
- [3] WANG T D, CHEN X, GE N, *et al.* Error analysis and experimental study on indoor UWB TDOA localization with reference tag [C]// *Proceedings of the 19th Asia-Pacific Conference on Communications*. Piscataway: IEEE, 2013: 505–508.
- [4] WANG F, ZHANG X, WANG F. Root-MUSIC-based joint TOA and DOA estimation in IR-UWB [J]. *Journal on Communications*, 2014, 35(2): 137–145. (王方秋, 张小飞, 汪飞. IR-UWB 系统中基于 root-MUSIC 算法的 TOA 和 DOA 联合估计[J]. *通信学报*, 2014, 35(2): 137–145.)
- [5] HASSAN O, ADLY I, SHEHATA K A. Vehicle localization system based on IR-UWB for V2I applications [C]// *Proceedings of the 8th International Conference on Computer Engineering and Systems*. Berlin: Springer, 2013: 133–137.
- [6] WU S, ZHANG Q, ZHANG N. TOA estimation based on match-filtering detection for UWB wireless sensor networks [J]. *Journal of Software*, 2009, 20(11): 3010–3022. (吴绍华, 张钦宇, 张乃通. UWB 无线传感器网络中基于匹配滤波检测的 TOA 估计[J]. *软件学报*, 2009, 20(11): 3010–3022.)
- [7] LIU W, DING H, HUANG X, *et al.* TOA estimation in IR-UWB ranging with energy detection receiver using received signal characteristics [J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(5): 738–741.
- [8] CHAN Y T, HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(8): 1905–1915.
- [9] BEJAR B, BELANOVIC P, ZAZO S. Distributed Gauss-Newton method for localization in Ad-Hoc networks [C]// *Proceedings of the 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Piscataway: IEEE, 2010: 1452–1454.
- [10] FOY W H. Position location solutions by Taylor series estimation [J]. *IEEE Transactions on Aero-space and Electronic Systems*, 1976, 12(3): 187–194.
- [11] LIU L, DENG P, FAN P. A cooperative location method based on Chan and Taylor algorithms [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2004, 26(1): 41–46. (刘林, 邓平, 范平志. 基于 Chan 氏算法和 Taylor 级数展开法的协同定位方法[J]. *电子与信息学报*, 2004, 26(1): 41–46.)
- [12] ZHENG L, TAN Z. New TDOA algorithm based on Taylor series expansion in cellular networks [J]. *Journal on Communications*, 2007, 28(6): 7–11. (张令文, 谈振辉. 基于泰勒级数展开的蜂窝 TDOA 定位新算法[J]. *通信学报*, 2007, 28(6): 7–11.)
- [13] FENG H, ZHANG Z, QIN S. A cooperative locating algorithm based on least square and Taylor series algorithm [J]. *Communications Technology*, 2009, 42(2): 210–211, 214. (冯慧昭, 张正平, 秦水介. 一种基于最小二乘法和 Taylor 级数展开法的协同定位算法[J]. *通信技术*, 2009, 42(2): 210–211, 214.)
- [14] BAI Y, LU X. Research on UWB indoor positioning based on TDOA technique [C]// *Proceedings of the 9th International Conference on Electronic Measurement and Instruments*. Piscataway: IEEE, 2009: 167–170.
- [15] SUN D. *Engineering optimization method and application* [M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 1997. (孙德敏. *工程最优化方法及应用* [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997: 147–150.)
- [16] XU C, CHEN Z, LI N. *Modern optimization method* [M]. Beijing: Science Press, 2002. (徐成贤, 陈志平, 李乃成. *近代优化方法* [M]. 北京: 科学出版社, 2002: 153–154.)
- [17] CHEN K. An improved algorithm of BFGS and its convergence analysis [D]. Chongqing: Chongqing University, 2012. (陈奎林. 一类改进的 BFGS 算法及其收敛性分析 [D]. 重庆: 重庆大学, 2012.)