

文章编号: 1001-9081(2014)12-3570-06

doi: 10.11772/j.issn.1001-9081.2014.12.3570

# 基于泰勒展开式与曲率逆向驱动的图像超分辨率算法

赵小乐<sup>1</sup>, 吴亚东<sup>1\*</sup>, 张红英<sup>2</sup>, 赵静<sup>3</sup>

(1. 西南科技大学 计算机科学与技术学院, 四川 绵阳 621010; 2. 西南科技大学 信息工程学院, 四川 绵阳 621010;

3. 四川大学 计算机(软件)学院, 成都 610045)

(\*通信作者电子邮箱 wyd028@163.com)

**摘要:** 针对传统的插值算法和基于模型的超分辨率算法通常会导致图像对比度和清晰度下降等问题, 提出了一种基于泰勒展开式与曲率逆向驱动图像超分辨率算法。该算法首先采用泰勒公式估计图像灰度值的变化趋势, 然后利用等照度线的曲率细化图像边缘特征, 并将梯度作为约束条件抑制图像边缘的锯齿与振铃效应。大量实验表明, 所提算法在清晰度和信息保留度上比传统算法更具有优势, 算法处理结果更符合人眼视觉效果, 在泰勒展开式的基础上进行逆向扩散也使该算法的运行效率明显高于传统迭代算法。

**关键词:** 图像超分辨率; 泰勒公式; 等照度线; 曲率驱动; 逆向扩散

**中图分类号:** TP391    **文献标志码:**A

## Reverse curvature-driven super-resolution algorithm based on Taylor formula

ZHAO Xiaole<sup>1</sup>, WU Yadong<sup>1\*</sup>, ZHANG Hongying<sup>2</sup>, ZHAO Jing<sup>3</sup>

(1. School of Computer Science and Technology, Southwest University of Science and Technology, Mianyang Sichuan 621010, China;

2. School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang Sichuan 621010, China;

3. College of Computer (Software), Sichuan University, Chengdu Sichuan 610045, China)

**Abstract:** To solve the problem of traditional interpolation and model-based methods usually leading to decrease of the contrast and sharpness of images, a reverse curvature-driven Super-Resolution (SR) algorithm based on Taylor formula was proposed. The algorithm used the Taylor formula to estimate the change trend of image intensity, and then the image edge features were detailed by the curvature of isophote. Gradients were used as constraints to inhibit the jagged edges and ringing effects. The experimental results show that the proposed algorithm has obvious advantages over the conventional interpolation algorithm and model-based methods in clarity and information retention, and its result is more in line with human visual effects. The proposed algorithm is more effective than traditional iterative algorithms for reverse diffusion based on Taylor expansion is implemented.

**Key words:** image Super-Resolution (SR); Taylor formula; isophote; curvature-driven; reverse diffusion

## 0 引言

超分辨率是图像处理的基本内容之一, 可以为图像的后续处理提供便利, 有着广泛的应用领域。目前应用比较广泛的超分辨率算法主要分为基于插值的超分辨率算法、基于模型的算法和基于机器学习的算法。传统的插值算法一般效率较高, 易于推广, 但不能很好地保持图像细节信息, 通常造成处理后的对比度和清晰度降低。基于模型的方法, 如总变分模型(Total Variation, TV)<sup>[1-4]</sup>、自蛇模型(Self-Snake)<sup>[5]</sup>等, 可以得到较好的处理效果, 除了在超分辨率领域中有广泛的应用外, 在噪声去除<sup>[6-9]</sup>、图像增强<sup>[10]</sup>和图像修复<sup>[11]</sup>等领域也十分流行, 但这类方法用于图像超分辨率时往往需要多次迭代运算, 导致算法效率很低。基于机器学习的方法<sup>[12]</sup>需要使用大量的额外数据学习超分辨率模型, 并将所学习的知识运用到当前的超分辨率实例中。这类方法的效果对训练数据和学习方

法的依赖性很大, 算法复杂度较高。

在众多超分辨率算法中, 双立方插值算法由于简单且效果较好而成为当前许多主流的商业软件(如 Adobe Photoshop 和 Corel Photopaint)的标准插值算法<sup>[13]</sup>。为了得到更好的超分辨率效果, 近几年出现了许多超分辨率的方法。Reichenbach 等对立方卷积插值算法进行了深入研究, 他们认为图像水平和垂直方向上的插值过程是不可分的, 并将立方卷积插值算法的插值核函数扩展为二维函数, 提出了含有两个参数的二维不可分立方卷积插值算法(2D 2 Parameters Cubic Convolution, 2D-2PCC), 以及含有三个参数的 2D-3PCC 和含有五个参数的 2D-5PCC 等几种二维立方卷积插值算法<sup>[14-16]</sup>。Chen 等<sup>[17]</sup>的边缘导向算法等更加关注对图像边缘的处理, 在保持图像细节信息上取得了较好的效果。基于模型的方法主要采用偏微分方程, 它在对图像的细节信息的处理上明显优于传统的插值方法。朱宁等<sup>[18]</sup>将图像灰度值

收稿日期: 2014-06-23; 修回日期: 2014-08-08。

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61303127); 国家科技支撑计划项目(2013BAH32F02, 2013BAH32F03); 四川省科技厅青年人才培养计划项目(2011JQ0041); 四川省科技厅重点项目(11ZS2009); 四川省教育厅重点项目(11ZA130, 13ZA0169)。

**作者简介:** 赵小乐(1987-), 男, 四川南部人, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理; 吴亚东(1979-), 男, 河南周口人, 教授, 博士, 主要研究方向: 图像图形处理、信息可视化、人机交互; 张红英(1976-), 女, 四川德阳人, 教授, 博士, 主要研究方向: 数字图像处理; 赵静(1991-), 女, 四川隆昌人, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理。

看成物体温度, 提出了一种模拟热传导过程的各向同性扩散模型。各向同性的扩散模型没有很好地考虑图像的结构的特征, Perona 和 Malik 提出的非线性偏微分扩散方程(P-M 方程)<sup>[17]</sup>根据梯度大小确定扩散量<sup>[19]</sup>。Glasner 等<sup>[20]</sup>发现图像内部存在大量的冗余信息, 并采用分层的方式将这些冗余信息用于超分辨重建。

文献[14]从理论上证明了立方卷积插值算法在一维角度上是对采样函数的三次泰勒展开式的近似, 所以可以用泰勒公式描述图像灰度值的变化趋势。另外, 图像的视觉效果取决于边缘结构的形态特征, Sapiro 和 Caselle 指出图像中物体的形状信息取决于等照度线(即等值线)的形态学特征, 因此等照度线作为图像形状信息的描述特征, 其曲率可以很好地表示图像形态信息<sup>[21]</sup>。基于泰勒公式与曲率逆向驱动(Taylor Formula and Reverse Curvature-Driven, TFRCD)的超分辨算法从上述两个方面对图像进行处理。文献[6]与文献[7]都用提到了曲率方法, 但它们计算曲率的方式和曲率的作用都与 TFRCD 算法不同。

## 1 基于泰勒公式的曲率逆向驱动过程

### 1.1 基于泰勒公式的近似过程

通常情况下, 一幅图像的像素值分布总体来说是随机的, 但局部像素点之间存在一定的联系, 也就是说图像沿灰度值方向具有局部相关性<sup>[21]</sup>。TFRCD 算法在局部范围内根据已知像素点估计图像的灰度值。在一维情况下, 设  $u$  是表示原始图像的函数, 采样增量为  $\Delta$ (通常取 1), 在  $u_i$  的某个邻域内有一个待插入点  $P$ ,  $A$  与  $P$  之间的距离为  $x\Delta$  ( $0 \leq x < 1$ ), 如图 1 所示。泰勒公式可以估计  $P$  点的灰度值, 其中下标表示坐标。

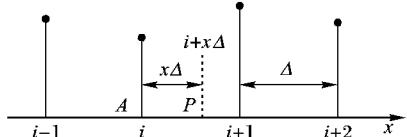


图 1 泰勒公式估计图像灰度值局部变化趋势

$$u_{i+x\Delta} = u_i + u'_i(x\Delta) + \cdots + \frac{1}{n!}(u_i)^{(n)}(x\Delta)^n + R_n(x, \theta) \quad (1)$$

其中  $u_{i+x\Delta}$  对应的是图 1 中的  $P$  点, 式(1)中最后一项为拉格朗日余项, 表示泰勒展开式的近似误差。在一维方向采用二阶泰勒展开式来近似  $P$  点的灰度值为:

$$u_{i+x\Delta} = u_i + u'_i(x\Delta) + \frac{1}{2!}u''_i(x\Delta)^2 + R_2(x, \theta) \quad (2)$$

误差项参数取  $\theta = 0.5$ ,  $u'_i$  处导数采用如下中心差分格式计算:

$$u'_i = (u_{i+1} - u_{i-1})/2 \quad (3)$$

$$u''_i = (u_{i-1} + u_{i+1} - 2u_i)/2 \quad (4)$$

$$u_{i+x\Delta/2}^{(3)} = \frac{1}{4}(u_{i+2} - 3u_{i+1} + 3u_i - u_{i-1}) \quad (5)$$

将式(3)、(4)和(5)代入式(2), 并按采样点的灰度值整理可得:

$$\begin{aligned} u_{i+x\Delta} = & \left[ -\frac{(x\Delta)}{2} + \frac{(x\Delta)^2}{4} - \frac{(x\Delta)^3}{24} \right] u_{i-1} + \\ & \left[ 1 - \frac{(x\Delta)^2}{2} + \frac{(x\Delta)^3}{8} \right] u_i + \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{(x\Delta)}{2} + \frac{(x\Delta)^2}{4} - \frac{1}{8}(x\Delta)^3 \right] u_{i+1} + \frac{1}{24}(x\Delta)^3 u_{i+2} \quad (6)$$

将上述一维情况下的近似推广到二维情况, 待插入点  $P$  在水平和垂直方向上的偏移量分别为  $h$  和  $k$ ,  $h = \theta_x \Delta$ ,  $k = \theta_y \Delta$ , 取  $\theta_x = \theta_y = 0.5$ , 那么待插入点  $P$  的灰度值可表示为:

$$u^1(i+h, j+k) = V(h) \cdot [U(i, j)]^T \cdot V^T(k) \quad (7)$$

其中向量函数

$$\begin{aligned} V(x) = & \left[ (- (x\Delta)/2 + (x\Delta)^2/4 - (x\Delta)^3/24), \right. \\ & \left( 1 - (x\Delta)^2/2 + (x\Delta)^3/8, ((x\Delta)/2 + \right. \\ & \left. (x\Delta)^2/4 - (x\Delta)^3/8), (x\Delta)^3/24 \right] \end{aligned} \quad (8)$$

用矩阵  $U(i, j)$  表示原始图像在  $(i, j)$  坐标处的  $4 \times 4$  像素矩阵:

$$U(i, j) = \begin{bmatrix} u_{(i-1, j-1)} & u_{(i, j-1)} & u_{(i+1, j-1)} & u_{(i+2, j-1)} \\ u_{(i-1, j)} & u_{(i, j)} & u_{(i+1, j)} & u_{(i+2, j)} \\ u_{(i-1, j+1)} & u_{(i, j+1)} & u_{(i+1, j+1)} & u_{(i+2, j+1)} \\ u_{(i-1, j+2)} & u_{(i, j+2)} & u_{(i+1, j+2)} & u_{(i+2, j+2)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

采用式(7)计算待插入点的灰度值, 能够较好地保持图像对比度, 不过这种近似计算得到的结果存在锯齿和振铃现象。但由于图像的形态特征保留在像素灰度之间的相对大小中, 所以泰勒公式能够在不影响图像形态特征的条件下反映灰度值的变化趋势。图 2 给出了几种算法的处理结果与直接使用泰勒公式处理的结果。图 2(a)是原图的对应部分, 图 2(b)~(f)分别是采用双立方插值算法(Bicubic)、S-Spline 算法、P-M 方法、2D-2PCC 方法和 Taylor 公式直接处理结果。可以看到图 2(f)中的边缘出现了锯齿现象, 但对比度明显高于其他图像。

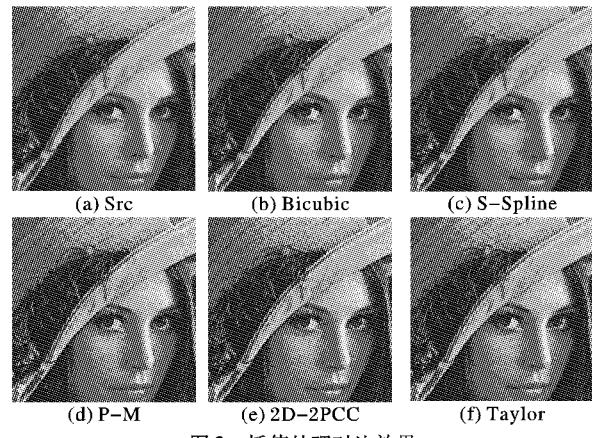


图 2 插值处理对比效果

### 1.2 曲率驱动的逆向扩散过程

直接采用泰勒公式能够较好地反映灰度值的变化趋势, 但出现了锯齿和振铃现象, 这两种现象是沿图像平面方向的形态特征问题。偏微分方程通常能够较好地保持图像的边缘形态特征。所提算法采用如下偏微分方程对图像形态特征进行处理:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla u|) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \quad (10)$$

其中的散度算子表示图像任意一点处等照度线的曲率。等照度线的曲率这一概念最初源自偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)在图像处理中的运用。Perona 与 Kass 等提出了如下两种非线性各向异性 PDE, 分别称为 P-M 方程<sup>[17]</sup>和

Self-Snake 模型<sup>[21]</sup>:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div}[s(|\nabla u|)\nabla u] \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = |\nabla u|\operatorname{div}\left[s(|\nabla u|)\frac{\nabla u}{|\nabla u|}\right] \quad (12)$$

P-M 方程与 Self-Snake 模型是从原始图像直接扩散的过程,为了保证在梯度较小的区域(平坦区域)有较大的扩散量,在梯度较大的区域(边缘区域)具有较小的扩散量,以达到去除噪声,保持边缘的目的,它们要求边缘停止函数  $s(x)$  是关于  $x$  的非递增函数<sup>[21]</sup>。这两种模型的边缘停止函数有以下两种常用形式

$$\begin{aligned}s(x) &= \exp[-(x/K)^2] \\ s(x) &= 1/[1+(x/K)^2]\end{aligned}$$

其中  $K$  是控制正向扩散力度的调节参数。TFRCD 算法的扩散过程是从泰勒公式展开后的状态进行的,要求  $g(|\nabla u|)$  是满足  $g(0) = 0$  和  $g(\infty) = 1$  的单调递增函数,当  $|\nabla u|$  较大时扩散以较快的速度进行,当  $|\nabla u|$  较小时扩散量也变得很小。函数  $g(|\nabla u|)$  的这一性质决定了曲率驱动的扩散过程是一个各向异性的逆向扩散过程。TFRCD 算法采用的是如下扩散控制函数

$$g(x) = 1 - \exp(-x/k) \quad (13)$$

这里的  $k$  是控制逆向扩散力度的调节参数。逆向与正向扩散控制函数的图形如图 3 所示。

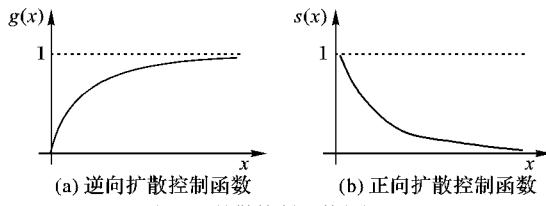


图 3 扩散控制函数的图形

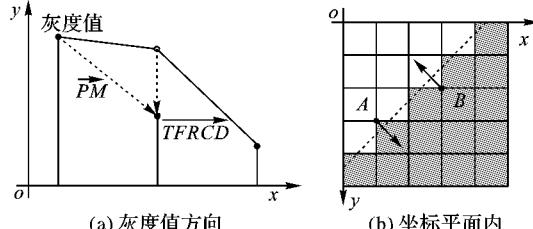


图 4 灰度值方向与坐标平面方向的逆向扩散过程

图 4(a)描述了沿灰度值的方向进行逆向扩散的演化过程,其中  $A, B$  两点表示原始图像中的像素点,  $P$  是待插入的位置,  $\overrightarrow{PM}$  和  $\overrightarrow{TFRCD}$  分别表示 P-M 方程(或 Self-Snake 模型)的扩散方向与 TFRCD 算法的扩散方向,折线表示经过泰勒公式展开直接得到的结果。可以看到 P-M 或 Self-Snake 模型是从原图像的像素点向待插入点的最终状态直接进行扩散,而 TFRCD 是先经过泰勒公式展开,然后再逆向扩散到待插入点最终状态。图 4(b)是坐标平面内曲率驱动的扩散过程消除锯齿和振铃现象的演示过程。在同一条等值线上的两点  $A, B$  由于其曲率方向不同使得它们沿不同方向扩散。

### 1.3 等值线的曲率公式

设图像  $u(x, y)$  在任一点处有一条灰度值为  $C$ ( $C$  为常数)的等值线,该等值线上像素点的纵坐标  $y$  可以看成是关于横坐标  $x$  的函数,对  $u(x, y) = C$  两边同时对  $x$  求导可得:

$$u_x + u_y y' = 0 \quad (14)$$

从而可得等值线处横坐标关于纵坐标的一阶导数

$$y' = - (u_x/u_y) \quad (15)$$

再对式(15)两边同时对  $x$  求导可得:

$$y'' = - (u_x/u_y)' = - \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{u_y^3} \quad (16)$$

将式(15)和式(16)代入曲率公式:

$$\kappa = \frac{|y''|}{(1+y'^2)^{3/2}} \quad (17)$$

便可得二元函数在任意一点处等照度线的曲率公式:

$$\kappa = \frac{u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + u_y^2 u_{xx}}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} \quad (18)$$

式(18)就是 TFRCD 算法所采用的曲率计算公式。值得注意的是,在数学上曲率表示函数图像内切圆半径的倒数,式(17)的分子有绝对值符号,但是在式(10)中,扩散不只沿内切圆径向进行,还可能沿着其反方向进行,这取决于等照度线的形状和扩散方向,所以等式(18)保留了曲率符号。

## 2 算法描述与实现

基于泰勒公式与曲率逆向驱动超分辨率算法的执行过程主要有两个阶段。第一阶段关注于图像清晰度和对比度的提高,采用泰勒公式进行处理形成曲率逆向扩散的初始值;第二阶段结合图像梯度采用曲率控制的逆向扩散过程,侧重于平滑图像轮廓,恢复图像边缘的形态特征。TFRCD 算法的执行过程可描述如下:

**第一阶段** 基于泰勒公式的近似过程。根据放大倍数计算待插入点的位置偏移  $(h, k)$ ,利用式计算  $V(h)$  和  $V(k)$ ,然后利用式(7)计算待插入点的灰度值。当处理完所有像素点时就得到下一步曲率逆向扩散的初始结果  $u^1$ 。

**第二阶段** 曲率逆向驱动的扩散过程。在  $u^1$  的基础上,根据式(20)和式(18)计算当前位置的梯度式曲率,然后利用式(19)进行一次迭代过程。当迭代终止条件(一般为迭代次数)满足时算法停止。

利用等照度线曲率来调整图像以保持其形态特征的过程是一个迭代的过程,根据引入了时间变量的式(10),可以得到如下迭代公式:

$$u^{n+1} = u^n + t \cdot g(|\nabla u^n|) \cdot \kappa \quad (19)$$

其中

$$|\nabla u^n| = \sqrt{(u_x^n)^2 + (u_y^n)^2} \quad (20)$$

曲率  $\kappa$  的计算式参见式(18),其中一阶导数与二阶导数采用式(3)~(5)的计算,混合偏导数采用了交叉差分式(21)进行计算。如图 5 所示,  $A, B, C, D$  四点的灰度值是各自所在小矩形四个顶点灰度值的平均值,实验结果显示混合偏导数的这种近似方式效果较好。

$$u_{xy}^n = \frac{1}{4}(u_A^n - u_B^n - u_C^n + u_D^n) \quad (21)$$

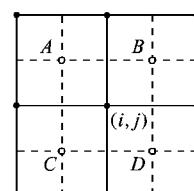


图 5 混合偏导数的交叉中心差分格式

### 3 实验结果与分析

在评价图像质量的好坏时,通常需要考虑图像的模糊程度、清晰度以及对原始信息的保留度这几个因素。图像模糊和清晰度与人眼的视觉特征紧密相关,能够较好地反映图像的视觉效果。信息保留程度反映了处理过程中丢失的信息量,能够很好地反映处理过程中的失真情况。针对这三种因素分别采用平均梯度<sup>[22]</sup>、信息熵<sup>[23]</sup>和模糊系数<sup>[24]</sup>三种评价指标,将所提算法与现有的几种主要算法进行对比,包括双线性插值算法(linear)、双立方插值算法(Bicubic)、S-Spline 算法、P-M 方程、2D-2PCC、2D-3PCC 和 2D-5PCC 等。平均梯度是指图像的边界或边缘两侧附近灰度的差异,这种差异的大小可以表示图像清晰度程度。它反映了图像微小细节反差变化的速率,即图像多维方向上密度变化的速率,表征图像的相对清晰程度<sup>[22]</sup>。平均梯度越大,图像层次越多,也就越清晰。平均梯度的定义如下:

$$AG = \frac{Ta}{(M-1) \times (N-1)} \quad (22)$$

其中

$$Ta = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} \{0.5[u(i, j) - u(i+1, j)]^2 + 0.5[u(i, j) - u(i, j+1)]^2\}^{1/2} \quad (23)$$

其中:  $M$  和  $N$  分别表示图像的高和宽(行数和列数), 平均梯度在定义时就排除了图像边界处对计算结果的影响。任何信息都存在冗余,冗余大小与信息中每个符号的出现概率有关<sup>[23]</sup>。信息熵表征了图像中冗余信息的多少。对一幅图像中来说,其信息熵定义为

$$EN = - \sum_i p(x_i) \ln [p(x_i)] \quad (24)$$

其中:  $x_i$  表示图像灰度级,  $p(x_i)$  表示该灰度级出现的概率。通常信息熵越大表示图像中包含的信息越多,图像质量也就越好。模糊系数也是评价图像清晰度的指标,采用了斜对角微分型空间滤波器,通常用于评价视频图像<sup>[24]</sup>。这里用来评价超分辨率效果,其计算方式如下:

$$K_{blur} = S_{i,out} / S_{i,in} \quad (25)$$

其中  $S_{i,out}$  和  $S_{i,in}$  分别表示输出图像和输入图像的斜对角边缘能量特征值,也就是:

$$S_i = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |y'_f(i, j, k)| \quad (26)$$

其中  $y'_f(i, j, k)$  即第  $k$  帧图像在  $(i, j)$  处的斜对角边缘能量特征值。模糊系数比较的是两幅图像在模糊度上的相似性,如果经过处理的图像与原图的模糊系数越近于 1 则说明处理过后的图像与原图在模糊程度上越相似。

实验中:P-M 方程的迭代次数为 100,时间步长为 0.15;TFRCD 算法迭代次数为 4,时间步长为 0.2,逆向扩散控制参数  $k = 2.5$ 。图 6(a)给出了实验采用的 Lena 灰度图像经过下采样操作(下采样因子为 2)所得到的待处理图像,大小为  $256 \times 256$ 。图 6(b)是 Lena 原始灰度图像的一部分,大小也为  $256 \times 256$ ,实验结果只展示与图 6(b)对应的部分。从图 6 的对比中可以看出,Bicubic 和 TFRCD 的纹理细节最丰富,但后者在平滑区域更接近原图。S-Spline 算法有较好的边缘,但 S-Spline 算法存在亮度偏移现象,通常会出现严重的水印效果。TFRCD 算法一般只需要少量迭代便可以达到较好的处

理效果,这使得它的处理效率与插值类算法比较接近,这主要是因为算法采用的是逆向扩散,而传统的模型方法几乎都采用的是正向扩散过程。

图 7 只给出了彩色图像 Monarch 的放大效果。这里只展示了使用双立方插值、S-Spline 算法、P-M 方程、2D-5PCC 和 TFRCD 算法的处理结果,其中双立方插值和 S-Spline 算法是一维插值算法,P-M 为模型方法、2D-5PCC 是二维插值算法。可以看出 S-Spline 算法的视觉效果仍然最好,但它的亮度偏移和水印现象导致图像失真严重,对比图 7(a)与图 7(c)可以看到 S-Spline 平滑掉了许多原有细节。双立方插值算法产生的边缘锯齿现象已经十分明显。P-M 方程和 2D-5PCC 算法能够较好地保护边缘,但对比度和清晰度已经明显下降。可以看到在保护边缘细节、处理平滑区域和提高对比度等方面 TFRCD 算法都更具有优势。



图 6 Lena 灰度图像的处理效果

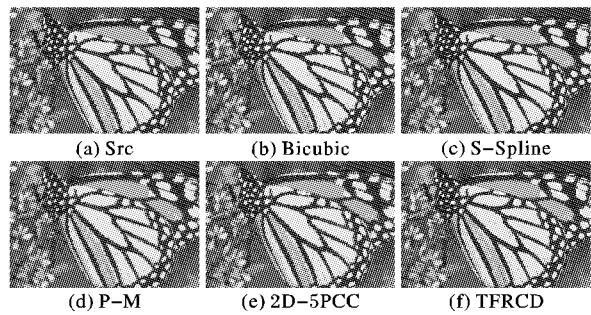


图 7 Monarch 彩色图像处理效果

表 1 给出了 Lena 灰度图像与 Monarch 彩色图像放大 2 倍时的客观评价指标值,其中每一列的最大值加下划线标出,Src 表示原始图像。可以看出 TFRCD 算法的平均梯度、信息熵和模糊系数都比其他算法更高。除了 Lena 灰度图像和 Monarch 彩色图像,实验还采用了 Barbara、Plane、Man 等其他 18 幅图像,其中灰度图像和彩色图像各 10 幅。表 2 给出了所有这些图像关于这三个指标值的统计平均值。从统计结果可以看出 TFRCD 算法比 Bicubic、S-Spline、P-M 方程和 2D-2PCC 等算法更能保持图像的清晰度和信息量,特别是模糊系

数明显高于其他算法,也就是说它所处理的结果在模糊程度上与原图最接近,所有的这些结果都与视觉上所看到的效果是一致的。

表 3 给出了实验所用的部分图像采用几种算法放大两倍时的运行时间。程序运行平台为 Windows 7 的 64 位操作系统,内存 8 GB,处理器为 Intel Xeon,主频 2.53 GHz,所有算法

都采用 OpenCV2.4.3 实现。迭代算法的运行时间包含了所有预处理操作,相应的参数与图 6 和图 7 一致。从表 3 可以看到,在相同条件下,同为迭代算法的 P-M 和 TFRCD 算法,后者的运行时间明显比前者更少。TFRCD 算法的运行时间甚至比非迭代算法 2D-2PCC 和 2D-5PCC 更少。表 1 和表 2 中下划线的数据表示最大值。

表 1 Lena 灰度图像与 Monarch 彩色图像放大 2 倍时各个客观评价指标值

灰度图像	方法	AG	EN	$K_{blur}$	彩色图像	方法	AG	EN	$K_{blur}$
Lena	Src	7.0177	7.2404	—	Monarch	Src	7.2633	7.5956	—
	Linear	4.8431	7.2161	0.6616		Linear	5.9350	7.5019	0.7098
	Bicubic	5.5675	7.2712	0.8635		Bicubic	6.6639	7.6093	0.9269
	S-Spline	4.6960	7.2329	0.7023		S-Spline	5.9713	7.5883	0.8420
	P-M	4.6845	7.1381	0.6295		P-M	4.9728	7.4264	0.6523
	2D-2PCC	4.8904	7.2249	0.7009		2D-2PCC	5.2413	7.5228	0.7372
	2D-5PCC	4.7126	7.2177	0.6087		2D-5PCC	5.1932	7.5214	0.6682
	TFRCD	6.0187	7.3087	0.9102		TFRCD	7.1289	7.6210	0.9783

表 2 实验图像放大 2 倍时各个客观评价指标的平均值

图像	方法	AG	EN	$K_{blur}$	图像	方法	AG	EN	$K_{blur}$
10 幅 灰度 图像	Src	11.0516	6.8818	—	10 幅 彩色 图像	Src	8.3523	7.5699	—
	Linear	7.2688	7.0313	0.6351		Linear	6.1236	7.4914	0.6612
	Bicubic	8.3637	7.2537	0.8503		Bicubic	7.0951	7.5882	0.8808
	S-Spline	7.2474	7.2515	0.7117		S-Spline	6.1747	7.5728	0.7638
	P-M	5.0124	7.0947	0.6479		P-M	5.1038	7.4337	0.6683
	2D-2PCC	4.9716	7.2012	0.7281		2D-2PCC	5.3483	7.5462	0.7549
	2D-5PCC	4.7518	7.1045	0.6485		2D-5PCC	5.1429	7.5408	0.7014
	TFRCD	8.7592	7.3171	0.8961		TFRCD	7.5171	7.5994	0.9472

表 3 部分测试图像放大两倍时的运行时间 ms

图片	Linear	Bicubic	P-M	2D-2PCC	2D-5PCC	TFRCD
Lena( $512 \times 512$ )	89	553	18638	3015	2915	2656
Aerial( $512 \times 512$ )	86	535	18798	2913	2747	2612
Plane( $512 \times 512$ )	85	551	18561	2880	2751	2653
Couple( $512 \times 512$ )	92	543	19513	2924	2743	2621
Barbara( $512 \times 512$ )	87	545	18683	2893	2769	2755
Baboon( $512 \times 512$ )	85	537	18741	2998	2765	2615
Airfield( $512 \times 512$ )	88	535	18669	2883	2767	2612
Man( $1024 \times 1024$ )	352	2155	73728	11579	11225	10460
AirplaneU2( $1024 \times 1024$ )	337	2151	73373	11507	11014	10420

## 4 结语

基于泰勒展开式与曲率逆向驱动的图像超分辨算法结合了插值算法和模型方法的特点,从图像灰度值方向和坐标平面方向分别考虑,将超分辨处理过程分为插值近似和逆向扩散两个部分。插值过程采用泰勒展开式得到后续处理的初始图像;曲率驱动的逆向扩散过程引入梯度作为约束条件,减少了图像边缘的锯齿现象和振铃效应。TFRCD 算法在泰勒展开式的基础上进行逆向扩散,能够以较少的时间消耗提高图像对比度与清晰度,保留图像包含的原有信息和形态特征,处理结果更符合人眼视觉效果。

### 参考文献:

[1] UNGER M, POCK T, WERLBERGER M, et al. A convex ap-

proach for variational super-resolution[ C]// DAGM 2010: Annual Symposium of the German Association for Pattern Recognition. Berlin: Springer, 2010: 313 – 322.

[2] BABACAN S D, MOLINA R, KATSAGGELOS A K. Variational Bayesian super resolution [ J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(4): 984 – 999.

[3] CHANTAS G, GALATSANOS N P, MOLINA R, et al. Variational Bayesian image restoration with a product of spatially weighted total variation image priors[ J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(2): 351 – 362.

[4] BABACAN S, MOLINA R, KATSAGGELOS A. Parameter estimation in TV image restoration using variational distribution approximation[ J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(3):326 – 339.

[5] KASS M, WITKIN A, TERZOPOULOS D. Snakes: Active contour models[ J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321 – 331.

[6] LU J, ZHANG Q, XU Z, et al. A fast curvature-driven image interpolation method similar to bilinear[ J]. Opto-Electronic Engineering, 2011, 38(4): 108 – 114. (路锦正, 张启衡, 徐智勇, 等. 基于曲率驱动的类双线性图像快速插值方法[ J]. 光电工程, 2011, 38(4): 108 – 114.)

[7] ZHU X, LEI W, ZHANG S, et al. Image enlargement based on

- curvature-driven combined with edge-stopping [J]. Computer Science, 2011, 38(3): 290–291. (祝轩, 雷文娟, 张申华, 等. 曲率驱动与边缘停止相结合的图像放大[J]. 计算机科学, 2011, 38(3): 290–291.)
- [8] UDIN L I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physical D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1): 259–268.
- [9] ZHU X, ZHOU M, ZHU C, et al. The Curvature-Driven combined with edge-stopping non-linear diffusion applied in image denoising [J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(3): 609–612. (祝轩, 周明全, 朱春香, 等. 曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散及其在图像去噪中的应用[J]. 光子学报, 2008, 37(3): 609–612.)
- [10] SHI C, WANG Y, LI C, et al. Image enlargement and enhancement methods based on the total variation [J]. Computer Engineering and Applications, 2004, 40(2): 95–98. (石澄贤, 王元全, 李朝峰, 等. 基于总变差的图像放大和增强方法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(2): 95–98.)
- [11] CHAN T F, SHEN J. Non-texture inpainting by Curvature-Driven Diffusions (CDD) [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2001, 12(4): 436–449.
- [12] SUN J, XU Z, SHUM H Y. Image super-resolution using gradient profile prior [C]// CVPR 2008: IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2008: 1–8.
- [13] GONZALEZ R C, WOODS R E. Digital image processing [M]. 3rd ed. RUAN Q, RUAN Z, Translated. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011 (冈萨雷斯, 伍兹. 数字图像处理 [M]. 3 版. 阮秋琦, 阮宇智, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2011.)
- [14] KEYS R. Cubic convolution interpolation for digital image processing [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981, 29(6): 1153–1160.
- [15] REICHENBACH S E, GENG F. Two-dimensional cubic convolution [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 12(8): 857–865.
- [16] SHI J, REICHENBACH S E. Image interpolation by two-dimensional parametric cubic convolution [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(7): 1857–1870.
- [17] CHEN M-J, HUANG C-H, LEE W L. A fast edge-oriented algorithm for image interpolation [J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(9): 791–798.
- [18] ZHU N, WU J, WANG Z. The method of partial differential equations for image enlargement [J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2005, 17(9): 1941–1945. (朱宁, 吴静, 王忠谦. 图像放大的偏微分方程方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(9): 1941–1945.)
- [19] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629–639.
- [20] GLASNER D, BAGON S, IRANI M. Super-resolution from a single image [C]// ICCV 2009: IEEE 12th International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE, 2009: 349–356.
- [21] WANG L. Image enlargement based on partial differential equations [D]. Xi'an: Northwest University, 2009. (王蕾. 基于偏微分方程的图像放大研究[D]. 西安: 西北大学, 2009.)
- [22] CHEN M J, BOVIK A C. No-reference image blur assessment using multiscale gradient [J]. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 2011, 2011(1): 1–11.
- [23] SILVA E A, PANETTA K, AGAIAN S S. Quantifying image similarity using measure of enhancement by entropy [C]// SPIE 2007: Proceedings of SPIE 2007. Bellingham: SPIE, 2007: 216–227.
- [24] HUANG W, CHEN R, ZHANG J. The improvement and implementation for objective measurement methods of digital video image quality [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2005, 28(4): 87–90. (黄文辉, 陈仁雷, 张家谋. 数字视频图像质量客观测量方法的改进与实现[J]. 北京邮电大学学报, 2005, 28(4): 87–90.)

(上接第 3569 页)

#### 参考文献:

- [1] FREEMAN H. On the encoding of arbitrary geometric configurations [J]. IRE Transactions on Electronic Computers, 1961, 10(2): 260–268.
- [2] LIU Y. Research on the compression algorithm for Freeman chain code [J]. Chinese Journal of Computers, 2001, 24(12): 1294–1298. (刘勇奎. Freeman 链码压缩算法的研究[J]. 计算机学报, 2001, 24(12): 1294–1298.)
- [3] LIU Y, ŽALIK B, WANG P, et al. Directional difference chain codes with quasi-lossless compression and run-length encoding [J]. Signal Processing: Image Communication, 2012, 27(9): 973–984.
- [4] ZAHIR S, DHOU K. A new chain coding based method for binary image compression and reconstruction [C/OL]. [2014-06-20]. <http://www.docin.com/p-173279776.html&endPro=true>.
- [5] SÁNCHEZ-CRUZ H, RODRIGUEZ-DIAZ M A. Coding long contour shapes of binary objects [M]. Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications. Berlin: Springer, 2009: 45–52.
- [6] SÁNCHEZ-CRUZ H, BRIBIESCA E, RODRIGUEZ-DAGNINO R M. Efficiency of chain codes to represent binary objects [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(6): 1660–1674.
- [7] LI L, LIU Y. Study on methods for improving compressibility of 4-direction Freeman chain code [J]. Computer Engineering and Design, 2013, 34(3): 1132–1136. (李灵华, 刘勇奎. Freeman 四方向链码压缩率提高的方法研究[J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(3): 1132–1136.)
- [8] BRIBIESCA E. A new chain code [J]. Pattern Recognition, 1999, 32(2): 235–251.
- [9] BRIBIESCA E, GUZMAN A. How to describe pure form and how to measure differences in shapes using shape numbers [J]. Pattern Recognition, 1980, 12(1): 101–112.
- [10] LIU Y, WEI W, WANG P, et al. Compressed vertex chain codes [J]. Pattern Recognition, 2007, 40(11): 2908–2913.
- [11] LIU Y, WEI W, GUO H. Compressed vertex chain codes [J]. Chinese Journal of Computers, 2007, 30(2): 281–287. (刘勇奎, 魏巍, 郭禾. 压缩链码的研究[J]. 计算机学报, 2007, 30(2): 281–287.)
- [12] LIU Y, HE L, PENG J, et al. Lossless geometry compression through changing 3D coordinates into 1D [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2013, 10: 1–7.