

改进的部分分层式粒子滤波重采样算法

曾晓辉^{1,2*}, 师奕兵¹, 练艺³

(1. 电子科技大学 自动化工程学院, 成都 611731; 2. 成都信息工程学院 通信工程学院, 成都 610225;

3. 摩托罗拉系统公司, 成都 610000)

(* 通信作者电子邮箱 huizhi003@126.com)

摘要: 粒子滤波算法由于其处理非线性非高斯的能力优势, 目前应用领域非常广泛。然而粒子滤波中存在的粒子退化、样贫等问题同样不容忽视, 针对这些问题提出了一种改进的重采样粒子滤波算法。该方法借鉴了部分分层重采样和残差重采样的思路, 通过对粒子权值大中小分类, 在兼顾粒子多样性的情况下用不同策略分层次复制三个集合样本, 从而优化了重采样算法。最后通过与经典粒子滤波重采样算法和其他部分重采样(PR)算法相比, 以一维非线性跟踪模(UNG)和二维纯角度跟踪模型(BOT)两个模型的仿真结果验证了所提算法的滤波性能和有效性。

关键词: 粒子滤波; 粒子权值; 层次集合; 多样性; 部分重采样算法

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A

Improved partial hierarchical resampling algorithm for particle filtering

ZENG Xiaohui^{1,2*}, SHI Yibing¹, LIAN Yi³

(1. School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China;

2. College of Communication Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu Sichuan 610225, China;

3. Motorola Solutions Incorporated Company, Chengdu Sichuan 610000, China)

Abstract: Particle filter is widely applied in many fields due to its ability of dealing with nonlinear and non-Gaussian problems. However, concerning some serious problems such as particle degradation and poverty in particle filtering, an improved resampling algorithm was proposed in the paper. The idea of method was based on partial stratified resampling and residual resampling, to classify particles by large, medium and small weights and replicate samples from three hierarchical sets with different strategies. The efficiency of algorithm was improved while maintaining diversity of particles. Finally through comparison with classic sequential importance sampling and resamplings and other partial resamplings, simulation results of UNG (Univariate Non-stationary Growth) and BOT (Bearings Only Tracking) models also verify the filtering performance and validity of the proposed algorithm in this paper.

Key words: particle filtering; particle weight; hierarchical set; diversity; partial resampling algorithm

0 引言

由于传统的卡尔曼滤波往往不能解决现代信号处理、计算机视觉及控制自动化领域中的非线性非高斯滤波问题, Gordon等^[1]在1993年提出一种用自主滤波器进行递推贝叶斯滤波的方式, 在序贯重要性采样(Sequential Importance Sampling, SIS)的蒙特卡洛方法的基础上, 真正实现了通过一组随机采样的加权粒子样本, 不断演化与传播进行递推, 从而近似状态的后验概率密度函数, 最终获得关于任意非线性、非高斯随机系统的状态估计。随着计算机技术的不断发展, 这种滤波方法也迅速发展, 目前已经广泛运用于目标跟踪、机器人定位、地形匹配导航、信道检测与传输、金融模型数据分析等方面。因此, 它被叫作序列蒙特卡洛(Sequential Monte Carlo, SMC)方法或者粒子滤波(Particle Filter, PF)。

然而, 在粒子滤波中, 由于其粒子的序贯重要性采样的原理, 经过多次迭代之后, 粒子群的重要性权值会集中到少数粒

子上, 已不再能有效表达后验概率密度函数, 即出现样本退化现象, 成为粒子滤波器的最大缺陷。解决该问题的途径通常有三种: 其一是不断增加采样样本数目 N , 但会造成计算量过大的负荷; 其二是选取好的建议分布但针对不同具体情况下的样本分布需要一定的先验经验, 通用性不强; 其三就是在滤波过程中执行重采样的算法^[2], 可以在一定程度上抑制退化现象, 同时降低计算量, 提高滤波器性能。

重采样算法的核心思想是减少权值较小的粒子数, 增加权值较大的粒子数。在重采样的过程中, 由于采取的策略不同, 获得到的有效样本数目是一个关键问题。重采样不足会导致滤波发散, 使得估计性能差强人意, 而过于频繁的重采样不仅会增加计算的负担, 也会造成样本贫化, 令粒子的多样性迅速下降。因此, 要既保持样本的有效性和多样性, 又不能使得计算开销过大, 同时还要提高滤波器的性能, 优化的重采样算法对于粒子滤波来说非常重要。本文首先回顾分析了常用的粒子滤波重采样算法, 然后在考虑有效样本大小和粒子

收稿日期: 2014-07-21; 修回日期: 2014-08-25。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41404102); 四川理工学院人工智能重点实验室项目(2012RZJ21)。

作者简介: 曾晓辉(1981-), 女, 四川自贡人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向: 图像目标信息处理、粒子滤波、自动化测试测量技术及仪器; 师奕兵(1964-), 男, 重庆人, 教授, 博士, 主要研究方向: 自动化测试测量技术及仪器; 练艺(1981-), 男, 四川眉山人, 工程师, 主要研究方向: 通信信息技术、数字信号处理。

多样性的相互权衡基础上,结合传统而经典的残差重采样方法,提出了一种改进的部分确定性重采样算法。该算法通过对粒子权值大中小分集合分层次地复制样本,尤其是针对小权值粒子的变间隔抽取样本,以合理化的权值分布来实现对系统后验概率分布的准确近似表达。最后通过对两个典型的模型进行仿真,实验结果验证了所提粒子滤波重采样算法的性能和有效性。

1 粒子滤波重采样算法

目前应用广泛的有4种最基本的经典重采样算法:残差重采样(Residual Resampling, RR)、多项式重采样(Multinomial Resampling, MR)、系统重采样(Systematic Resampling, SR)和分层重采样(Stratified Resampling)。其中,多项式重采样和残差重采样最先由Liu等^[3]提出。它们的思路都是将粒子权值的累积和与一个随机数 $U[0,1)$ 进行比较,大于该随机数的粒子才被复制保留,权值小的样本被淘汰,从而抑制了退化现象。而分层重采样是在1999年由Carpenter等人提出,基本思路是把粒子分别限定在不同区间内,再对每个子区间独立同分布地进行重要性采样。系统重采样的方式也与其非常相似,不同点在于样本非独立,不同粒子在每一层的采样更为均匀,而且该算法的计算量也相对较小^[4]。综上所述,这几种重采样算法都有其自身的优势,但同样也会增加重采样的方差及整个粒子滤波的计算复杂度。为解决这些问题,基于分层重采样的部分确定性重采样也被提出^[5]。本文正是在此基础上,借鉴传统的残差重采样方法和部分分层重采样的算法思路,兼顾考虑了粒子样本的多样性,对部分确定性分层重采样的算法进行了改进和优化。

通用的粒子滤波重采样^[6](Sequential Importance Sampling and Resampling, SISR)算法的基本原理如下:

$$x_t = f(x_{t-1}, u_t) \quad (1)$$

$$y_t = g(x_t, v_t) \quad (2)$$

式(1)和(2)分别是状态方程和观测方程, f 和 g 均为非线性函数, u_t 和 v_t 分别是过程噪声和观测噪声。目标的后验概率密度函数可以用 $p(x_t | y_t)$ 描述,也可以由 N 个随机加权的样本集合 $\{x_t^i, \omega_t^i\}_{i=1}^N$ 来近似表达。因此,基本的SISR算法步骤描述为:

第1步 初始化。对于 $i = 1, 2, \dots, N$,由先验信息 $p(x_0)$ 得到粒子集 $\{x_0^i\}_{i=1}^N$ 。

第2步 重要性采样。对于 $i = 1, 2, \dots, N$,由状态转移建议分布 $\pi(x_t | x_{t-1}, u_{t-1})$ 得到 $\{x_t^i\}_{i=1}^N$ 。

第3步 权值更新及归一化。根据当前观测值 y_t ,计算粒子的权值 $\omega_t^{*i} \sim \omega_{t-1}^i p(y_t | x_t^i)$;归一化权值,对于 $i = 1, 2, \dots, N$,计算每个粒子样本得到 $\tilde{\omega}_t^{*i} \sim \omega_t^{*i} / \sum_{i=1}^N \omega_t^{*i}$ 。

第4步 门限判断。计算有效粒子数 $\hat{N}_{\text{eff}} = (\sum_{i=1}^N (\tilde{\omega}_t^{*i})^2)^{-1}$,判断是否需要重采样。若小于门限阈值,则执行下一步重采样;若不需要,则进入下一个时间步长 $t = t + 1$ 。

第5步 重采样及权值更新。根据 $\{x_t^i, \tilde{\omega}_t^{*i}\}_{i=1}^N$ 重新采样 N 个粒子,并用新的样本集合 $\{\tilde{x}_t^i\}_{i=1}^N$ 代替 $\{x_t^i\}_{i=1}^N$ 。权值重新分配为 $\{\tilde{x}_t^i, 1/N\}_{i=1}^N \sim \{\tilde{x}_t^i, \tilde{\omega}_t^{*i}\}_{i=1}^N$ 。

第6步 对于 t 时刻,可以得到状态估计: $\hat{x}_t = \sum_{i=1}^N \tilde{x}_t^i \tilde{\omega}_t^{*i}$ 。

2 改进的部分分层式重采样算法

2.1 部分重采样算法

部分确定性重采样(Partial Deterministic Resampling, PDR)算法是Bolic等^[7]提出的一种算法,它是在每个时刻只对部分权值进行修正的一种重采样算法。其基本思想是将粒子按权值大小分为大、中、小这三部分,在进行重采样时,小权值粒子直接丢弃,中等权值的粒子重采样后通常权值不变,大权值粒子重采样后被复制多次。其基本思路如图1所示。

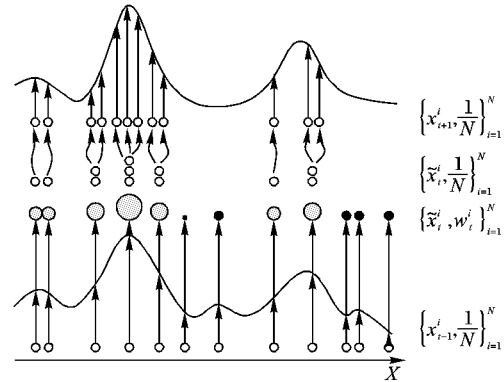


图1 粒子PDR重采样过程示意图

在图1中,一共采用了12个粒子对函数的概率密度分布进行近似,按照样本的权值大小及重采样的中间过程可以得到:其中权值大的4个灰色粒子复制份数分别为2,3,2,2;中等权值的2个灰色粒子复制份数均为1;而小权值的5个黑色粒子全部被丢弃。因此,该文中提出了三种部分确定性重采样算法,只对大和中等权值部分粒子进行函数运算,虽然提高了计算速度,但是由于直接抛弃了小权值部分的粒子,忽略了它们所携带的空间信息,所以仍然降低了粒子的多样性,对系统后验概率分布的近似表达会有所差异,这在图1的波形上也可以反映出来。最近几年,于金霞、湛剑、常天庆等^[8-11]也在积极探索各种重采样方法,以更快地自适应找到重要粒子,优化权值,建立不同的递推模型^[12],他们也都提出了相应的优化粒子滤波算法来改善粒子滤波性能。

2.2 改进部分分层的重采样算法

为了减少小权值粒子信息的损失,本文提出一种改进的部分分层式重采样算法,其主要思路是:针对大中小权值的粒子提出了不同的分层采样策略,权值分类之后分集合进行复制。在保证大权值及中权值粒子的复制份数情况下,对小权值的粒子集合采用变间隔跳跃式地进行随机抽样,从而既保持重采样粒子样本的多样性,也维持重采样前后的概率密度分布的近似一致。

本文的重采样算法实现过程如下,在某一时刻 t :

1) 设定重采样门限阈值,如果有效粒子数 $\hat{N}_{\text{eff}} = (\sum_{i=1}^N (\tilde{\omega}_t^{*i})^2)^{-1} < N/2$,则在该时刻 t 需要进行重采样转步骤2),否则进入到下一时刻 $t + 1$ 。

2) 将所有粒子按照权值大小进行分类,选择高门限 $T_h = \{2/N\}$ 和低门限 $T_l = \{1/2N\}$ 来进行分层式划分,因此大集

合、中集合和小集合的粒子个数分别为 N_h, N_m 和 N_l 。

3) 对于大集合内的粒子, 计算 $\max(\lfloor \omega_i^j / \bar{\omega}_i \rfloor, 1)$, 则该取整份数为大权值粒子被复制的份数。所有的大权值粒子被重采样后, 计算总份数为 r_h 。

4) 对于小集合内的粒子, 在满足 $N = N_l + N_m + N_h = r_h + r_m + r_l$ 的条件下, 采用跳跃式的间隔 $M (M = 2, 4, 6)$ 来进行随机抽取复制, 以保持小权值粒子的多样性。因此, 当 $N_l + N_h - r_h > 0$ 且 $M < N_l$ 的情况下可以顺利进行随机抽样 $r_l = N_l / M$ 份; 如果当 $N_l + N_h - r_h < 0$ 时, 说明已经不能在小集合进行抽样, 为保证重采样归一化后的粒子总数一致, 将调整中等权值的粒子, 份数为 $N - r_h$ 。

5) 对于中集合内的粒子, 重采样复制份数均为 1 次, 粒子权值保持不变。若 $N_l + N_h \neq r_h + r_l$, 中等权值粒子根据重采样后的情况调整, 计算保证其总份数为 $r_m = N - r_h - r_l$ 。

6) 若最后 $N - r_h - r_l - r_m > 0$, 增加最大权值粒子的份数。

7) 按照文献[5]中的方法进行残差系统重采样的方式处理生成的新粒子样本。

3 仿真与实验分析

为了验证本文算法的性能, 实验采用 Matlab 2012a 进行仿真, 硬件处理器为 Intel Core i3, 内存 4 GB, 操作系统为 Windows 7。本文分别采用了两种常用模型来进行仿真, 以仿真实验结果说明本文算法的优越性。

3.1 一维非线性追踪模型及仿真

一维非线性追踪模型, 通常在经济学中应用普遍。以下为一维非线性追踪模型的状态方程和测量方程:

$$\begin{cases} x_{t+1} = \frac{x_t}{2} + \frac{25x_t}{1+x_t^2} + 8 \cos(1.2t) + n_t \\ y_t = \frac{x_t^2}{20} + v_t \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_0 \sim N(0, 5)$, $n_t \sim N(0, 10)$ 和 $v_t \sim N(0, 1)$ 均为服从分布的高斯白噪声。另外, 实验结果采用 x 的均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 作为算法性能的评判标准, 比较不同算法的 RMSE, 值越小则说明其算法性能越好。

本文对传统的 MR、SR、RR 重采样算法, 以及文献[5]中的部分重采样算法 (Partial Resampling, PR) PR1、PR2、PR3, 还有本文算法 PR4 ($M = 2, 4, 6$) 进行了仿真对比, 时间步长设定为 1000。为了验证粒子数目少的情况下粒子滤波的性能, 因此分别设定为 $N = 50$ 和 100。为方便观察, 将 9 种算法的 RMSE 取平均值, 用柱状图进行对比, 结果显示如图 2 所示。

从图 2 可以看出, 本文所提 PR4 改进算法在粒子数目较少时, 无论 $M = 2, 4$ 或 6, 其平均性能基本上都是优于之前的几种重采样算法, 只是在粒子数目不同时 PR4 算法取不同的间隔, 运行结果哪一个最优会有不同。比如, 在图 2(a) 中最后三种的重采样 RMSE 效果都优于其他算法, 在图 2(b) 中 PR4 ($M = 4$) 最好, PR4 ($M = 6$) 次之, 但仍然优于其他重采样算法。可以看出, 本文在 PR 基础上所提出的改进算法, 尽管时间代价略有增加, 但却具有相对好的跟踪性能。

3.2 二维纯角度跟踪模型及仿真

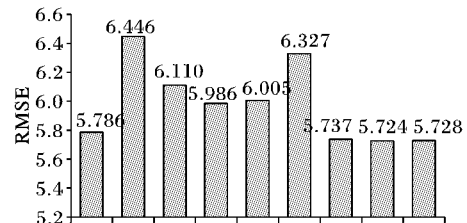
BOT (Bearings Only Tracking) 模型是在有噪声情况下, 跟踪在二维平面内做匀速运动的目标。该模型在国防工业中应用非常广泛。以下为给定目标的二维纯角度跟踪模型的方程式:

$$\begin{cases} X_t = \Phi X_{t-1} + \Gamma \omega_t \\ Z_t = \arctan(Y_t/X_t) + v_t \end{cases} \quad (4)$$

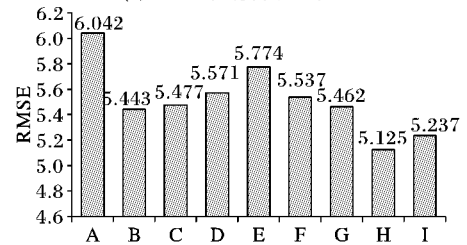
其中: $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix}, X_t = [x_t, \dot{x}_t, y_t, \dot{y}_t]^T$

中的各参数分别对应 t 时刻目标的 x 坐标位置、 x 方向的速度、 y 坐标位置和 y 方向的速度。 T 为采样时间间隔, 取 $T = 1$ 。 ω_t 为服从高斯分布的白噪声。而测量方程中, Z_t 为观测到的目标在极坐标上的航向角, $v_t \sim N(0, 0.005)$ 。另外, 将 X_0 的初始状态设为 $X_0 \sim N(\mu_0, p_0)$, 其中 $\mu_0 = (0.05, 0.001, 0.7, -0.055)^T, p_0 = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。首先, 将粒子样本数目

设定为 50。蒙特卡洛仿真次数为 30。表 1 中给出了 9 种算法的平均 RMSE 性能评价, 包括了各个算法的处理时间, 以及分别对应 x, y 方向的坐标位置和速度的均方根误差 RMSE。



(a) $N=50$ 时的算法平均 RMSE



(b) $N=100$ 时的算法平均 RMSE

A:MR B:SR C:RR D:PR1 E:PR2 F:PR3
G:PR4($M=2$) H:PR4($M=4$) I:PR4($M=6$)

图 2 各算法的平均 RMSE

表 1 不同重采样算法的平均 RMSE 性能比较 (粒子数为 50)

算法	时间/s	x_RMSE	y_RMSE	V_x_RMSE	V_y_RMSE
MR	7.379 471	0.341 062	0.083 042	0.541 521	0.246 293
SR	7.429 392	0.318 546	0.083 364	0.535 288	0.248 544
RR	7.449 672	0.438 393	0.099 313	0.676 332	0.272 392
PR1	7.465 584	0.359 634	0.075 580	0.571 386	0.223 367
PR2	7.370 735	0.335 771	0.079 558	0.542 759	0.238 135
PR3	7.498 656	0.290 028	0.075 546	0.471 142	0.232 509
PR4($M=2$)	7.405 991	0.349 920	0.069 960	0.560 780	0.222 190
PR4($M=4$)	7.457 160	0.392 373	0.078 498	0.623 192	0.240 998
PR4($M=6$)	7.376 039	0.351 693	0.088 257	0.550 761	0.253 074

在表 1 中, 通过比较 x, y 方向坐标位置和速度的平均 RMSE, 可以看到性能最优的算法仍然是 PR4 ($M = 2$)。从处理时间上来说, 虽然 PR4 ($M = 2$) 稍有增加, 但是仍然优于原来的 PR1 和 PR3, 也优于传统的 SR 和 RR 算法。

当样本粒子数目为 100 时, 为换个角度观察 RMSE 随时

间的变化规律,重新选择了RR、PR3以及我们提出的PR4的三种算法进行比较,设定时间步长为10。六种算法分别对应的均方根误差RMSE曲线如图3所示。实验结果与UNG(Univariate Non-stationary Growth)模型的结果相似,性能最优的算法是PR4($M=4$)。

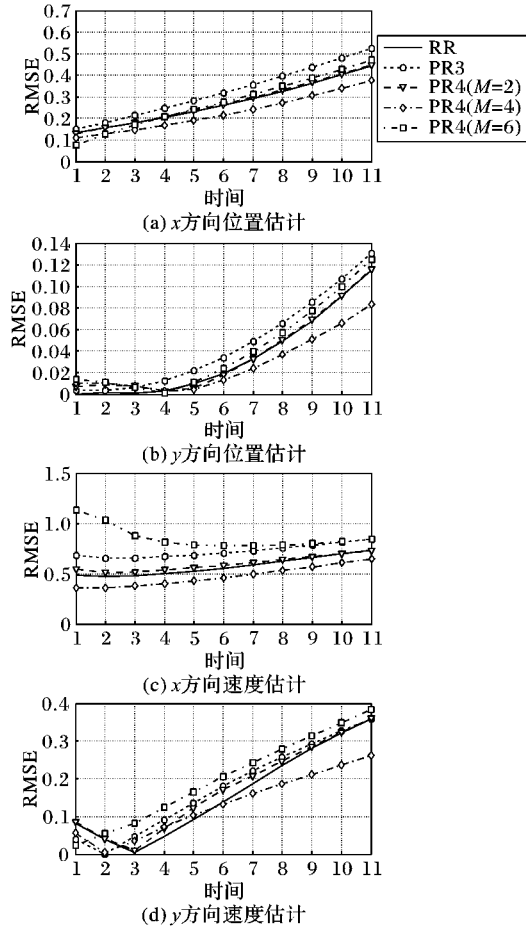


图3 不同算法的RMSE曲线

4 结语

重采样算法在粒子滤波中起着非常关键的作用^[12]。如何克服粒子的退化、样贫现象,并在考虑有效样本大小和粒子多样性的相互权衡基础上,找到反映系统概率特征的典型“粒子”,是重采样方法的研究重点。本文提出的重采样改进算法,结合了传统而经典的残差重采样方法,基于部分分层确定性重采样算法进行了改进,通过对粒子权值大中小分集合,用不同的策略分层次地对大中小权值粒子进行样本复制和抽取,从而实现了系统后验概率分布更加准确的近似表达。经过多次蒙特卡洛仿真实验,验证了改进算法的跟踪性能和

有效性。

参考文献:

- [1] GORDON N, SALMOND D. Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimations[J]. Proceedings of Institute Electric Engineering, 1993, 140(2): 107–211.
- [2] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, *et al.* A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(20): 174–188.
- [3] LIU J, CHEN R. Sequential Monte Carlo methods for dynamic system[J]. Journal of the American Statistical Association, 1998, 93(443): 1032–1044.
- [4] HOL J D. Resampling in particle filters[D]. Linköping: Linköping University, 2004.
- [5] BOLIC M, DJURIC P M, HONG S. Resampling algorithms for particle filters: A computational complexity perspective[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2004, 15: 2267–2277.
- [6] LIU J S, CHEN R, LOGYINENKO T. A theoretical framework for sequential importance sampling with resampling[C]// Sequential Monte Carlo Methods in Practice. New York: Springer, 2001: 225–246.
- [7] BOLIC M, DJURIC P M, HONG S. New resampling algorithms for particle filters[C]// Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2003, 2: 589–592.
- [8] YU J, TANG Y, XU J. Research on particle filter with adaptive resampling based on diversity measure[J]. Computer Science, 2012, 39(6): 231–234. (于金霞, 汤永利, 许景民. 基于多样性向导的自适应重采样粒子滤波研究[J]. 计算机科学, 2012, 39(6): 231–234.)
- [9] CHEN J, YAN P, ZHANG J. Research on weight optimal combination particle filter algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(24): 33–35. (谌剑, 严平, 张静远. 权值优化组合粒子滤波算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(24): 33–35.)
- [10] YU J, TANG Y, LIU W. Research on diversity measure in particle filter[C]// Proceedings of the 2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. Piscataway: IEEE, 2010: 1146–1149.
- [11] CHANG T, LI Y, LIU Z, *et al.* Particle filter algorithm based on improved resampling[J]. Application Research of Computers, 2013, 30(3): 748–750. (常天庆, 李勇, 刘忠仁, 等. 一种改进重采样的粒子滤波算法[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(3): 748–750.)
- [12] WAN Y, WANG S. Particle filter method based on recursive Bayes model[J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(2): 152–158. (万洋, 王首勇. 递归Bayes模型粒子滤波方法[J]. 信号处理, 2013, 29(2): 152–158.)

(上接第3655页)

- [10] JI L, NIU D, WU H. Daily peak load forecasting based on Bayesian framework and echo state network[J]. Power System Technology, 2012, 36(11): 82–86. (嵇灵, 牛东晓, 吴焕苗. 基于贝叶斯框架和回声状态网络的日最大负荷预测研究[J]. 电网技术, 2012, 36(11): 82–86.)
- [11] LUO Y. Comparative study on traffic flow prediction based on ESN and Elman neural networks[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2013, 27(6): 67–72. (罗轶. 基于ESN和Elman神经网络的交通流预测对比研究[J]. 湖南工业大学学报, 2013, 27(6): 67–72.)

- [12] JAEGER H, LUKOSEVICIUS M, POPOVICI D. Optimization and applications of echo state networks with leaky integrator neurons[J]. Neural Networks, 2007, 20(3): 335–352.
- [13] CHEN W, WANG Z, XIE H, *et al.* Characterization of surface EMG signal based on fuzzy entropy[J]. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 2007, 15(2): 266–272.
- [14] ZHANG X, LAI K, WANG S. A new approach for crude oil price analysis based on empirical mode decomposition[J]. Energy Economics, 2008, 30(3): 905–918.