

## 弱可压缩流体边界处理算法

聂霄<sup>1,2\*</sup>, 陈雷霆<sup>1,2</sup>

(1. 电子科技大学 计算机科学与工程学院, 成都 611731; 2. 数字媒体技术四川省重点实验室(电子科技大学), 成都 611731)

(\*通信作者电子邮箱 niexiao2008@gmail.com)

**摘要:**针对流体与固体边界的交互模拟问题,提出一种基于弱可压缩光滑粒子流体动力学(SPH)的边界处理算法。首先,引入一种新的体积权重函数,解决固体边界非均匀采样区域流体密度的计算误差问题;然后,提出一种新的边界力计算模型,避免校正流体粒子位置信息,保证固体边界不可穿透;最后,提出一种改进的流体压力计算模型,保证流体的弱可压缩性。实验结果表明,所提算法可以有效地解决基于位置校正的边界处理方法在模拟弱可压缩流体与非均匀采样固体边界交互时存在的稳定性问题,且仅需边界粒子的位置信息,在节约内存的同时避免了位置校正所带来的额外计算开销。

**关键词:**流体模拟;光滑粒子流体动力学;弱可压缩流体;边界处理;流固耦合

**中图分类号:** TP391.413 **文献标志码:** A

### Boundary handling algorithm for weakly compressible fluids

NIE Xiao<sup>1,2\*</sup>, CHEN Leiting<sup>1,2</sup>

(1. School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China;

2. Sichuan Provincial Key Laboratory of Digital Media (University of Electronic Science and Technology of China), Chengdu Sichuan 611731, China)

**Abstract:** In order to simulate interactions of fluids with solid boundaries, a boundary handling algorithm based on weakly compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) was presented. First, a novel volume-weighted function was introduced to solve the density estimation errors in non-uniformly sampled solid boundary regions. Then, a new boundary force computation model was proposed to avoid penetration without position correction of fluid particles. Last, an improved fluid pressure force model was proposed to enforce the weak incompressibility constraint. The experimental results show that the proposed method can effectively solve the stability problem of interactions of weakly compressible fluids and non-uniformly sampled solid boundaries using position correction-based boundary handling method. In addition, only the positions of boundary particles are needed, thus the memory as well as the extra computation due to position correction can be saved.

**Key words:** fluid simulation; Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH); weakly compressible fluid; boundary handling; solid-fluid coupling

## 0 引言

基于物理的流体模拟方法一直是计算机动画领域的一个研究热点和难点,在影视特效、广告和游戏中得到了广泛应用。其中,光滑粒子流体动力学(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)方法因其能够保证质量守恒,便于实施人为控制,容易捕捉浪花飞溅、泡沫等细节现象而在交互式模拟领域特别是游戏中得到了大量应用。但是由于现实生活中水等流体并不是可压缩的,而SPH方法起初是针对可压缩流体而设计,当用该方法模拟真实感流体场景时,会产生明显的视觉失真,这也极大限制了该方法在对视觉效果要求较高的行业,比如影视特效和广告中的应用。

另外,当用基于SPH的方法模拟流体时,固体边界的处理也成为流体模拟研究中的难题。虽然在计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)领域已有较多的模型来分析流体和固体之间的交互作用力,但是这些模型由于过于

复杂不适合直接应用于计算机动画领域。而在计算机动画领域,现有基于粒子的方法对于固体边界的采样密度有一定要求,采样密度过低会导致流体穿透边界;而采样密度过高则会导致流体粒子密度过大引起模拟不稳定。针对这一问题,本文提出了一种适用于弱可压缩流体的边界处理算法,降低了对边界粒子的采样要求,保证了边界的不可穿透性以及流体的弱可压缩性。图1为采用该方法模拟的弱可压缩流体与复杂边界的交互场景。其中:流体粒子数为21.5万,边界粒子数为8250。

本文的贡献如下:

- 1)提出了一种体积权重函数模型,解决了当复杂固体表面边界粒子非均匀分布时存在的流体密度计算误差问题;
- 2)提出了一种新的边界力计算模型,避免了粒子位置校正所需要的内存与计算开销;
- 3)提出了一种改进的流体内部压力计算模型,保证了流体的弱可压缩性。

**收稿日期:** 2014-08-07; **修回日期:** 2014-09-18。 **基金项目:** 国家863计划项目(2012AA011503);“十二五”预研项目(51306050102);广东省产学研合作专项资金资助项目(2012B090600008);广东省产学研创新平台项目(2011A091000003)。

**作者简介:** 聂霄(1984-),男,湖北荆门人,博士研究生,主要研究方向:基于物理的流体模拟、GPU计算; 陈雷霆(1966-),男,重庆人,教授,博士生导师,博士,主要研究方向:虚拟现实、计算机图形学。

通过实验,将本文方法和已有方法进行了对比分析,充分说明了本文方法的有效性。

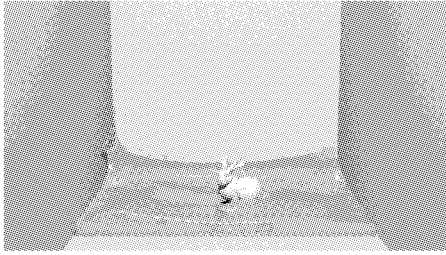


图1 斯坦福兔子场景

## 1 相关工作

SPH方法最初是由Gingold等<sup>[1]</sup>和Lucy<sup>[2]</sup>为了模拟天体物理领域中诸如银河系的形成与演化以及星系中超新星爆发等大尺度复杂问题,而提出的一种纯拉格朗日无网格方法;Desbrun等<sup>[3]</sup>首次将SPH方法引入图形学领域,模拟了可变形固体;Müller等<sup>[4]</sup>则采用SPH方法来模拟水,并达到了交互式帧率,为该方法在模拟水等流体方面奠定了算法基础。

SPH方法最初被设计用于模拟可压缩流体,通过气态方程<sup>[4]</sup>由密度计算得出压强值,这直接造成了模拟中流体高度可压缩。针对SPH在模拟真实感流体时难以保证弱可压缩性这一缺点,研究人员提出了若干种不同的解决方案。例如,基于投影的不可压缩光滑粒子流体动力学(Incompressible SPH, ISPH)方法<sup>[5-6]</sup>和弱可压缩光滑粒子流体动力学(Weakly Compressible SPH, WSPH)方法<sup>[7-8]</sup>。ISPH方法虽然允许使用较大时间步长,但是每一步所需计算量太大,不适合计算机动画领域。WSPH方法通过使用刚性气态方程来施加弱可压缩性约束,尽管时间步长有所限制,但是每一步计算开销较小,适合小尺度以及中等尺度真实感流体模拟。Solenthaler等<sup>[9]</sup>提出了预测-校正不可压缩光滑粒子流体动力学(Predictive-Corrective Incompressible SPH, PCISPH)方法。该方法每步迭代开销低,时间步长大,并且使密度和压强分布更均匀,模拟效率提升明显。

在多数流体模拟场景中,都需要考虑流体与固体的交互,如何处理好流体与固体之间的交互对真实感流体模拟研究提出了很大挑战<sup>[10-11]</sup>。SPH方法中,最为常用的是基于距离的罚方法<sup>[12]</sup>。这类方法主要采用静态粒子或镜像粒子对边界进行采样,并通过计算基于距离的罚力对边界流体粒子施加作用力,避免流体穿透固体边界。该方法因其简易性在图形学领域得到了广泛采用,如文献[13-16]。但是由于该方法需要使用大边界力来保证边界不可穿透,从而导致方程刚性增强,需要减小时间步长以保证模拟的稳定性。另外,当使用罚方法模拟弱可压缩流体与边界的交互时,为了满足固体边界不可穿透条件,该方法会产生更大的罚力,导致流体内部压强出现非常大的变化,需要进一步缩短时间步长才能使模拟稳定,从而降低了模拟效率。

为了解决这一问题,Becker等<sup>[17]</sup>引入了直接力方法,通过在动量方程中加入人工控制力,并与预测-校正技术相结合,对粒子位置和速度进行分步计算。该方法实现了刚体与可压缩和弱可压缩流体的单向及双向耦合,可以有效避免流

体渗透。与罚方法相比,该方法可以使用大步长,避免了边界处的震荡,对边界条件也有了更好的控制,不可穿透性也得到了保证。但是罚方法和直接力方法都存在一个问题,流体粒子会附着在固体边界上,这是因为在流固交界面上流体粒子数量不足而造成的。Harada等<sup>[18]</sup>针对这一问题提出了一种边界权重函数。该函数基于流体粒子到边界的垂直距离,通过该函数可以在流体密度计算中加入固体边界的贡献以弥补边界粒子不足的问题。该方法解决了流体粒子的附着问题,同时可以通过预计算来提高效率,但是只适合规则固体边界的情况。Ihmsen等<sup>[16]</sup>提出了一种基于PCISPH方法的不可压缩流体复杂边界处理方法,该方法加入了边界粒子对流体粒子的影响,避免了流固交界面附近密度波动过大的问题,因而可以使用更大时间步长。但与其他基于静态粒子的方法一样,该方法的数值稳定性和模拟效果取决于对边界的采样质量。

上述方法并没有考虑到利用图形处理器(Graphic Processing Unit, GPU)的并行能力来进行加速。Goswami等<sup>[19]</sup>提出了一种基于Z-索引排序的SPH邻居粒子查找算法,降低了显存使用量,有效利用了GPU的显存带宽,充分利用了GPU的并行计算性能。陈曦等<sup>[20]</sup>利用GPU实现了基于SPH的自适应采样方法,并将全部模拟算法放在GPU上执行,避免了CPU-GPU之间的传输开销,提高了模拟效率。

## 2 边界处理

现有基于粒子的边界处理方法需要对固体边界进行多层采样或者对流体粒子进行位置校正才能满足其不可穿透性,在模拟大规模流体时增加了计算和内存开销。同时,在固体边界非均匀采样区域,边界粒子的不均匀分布会导致计算流体密度时误差增大,从而影响模拟效果与稳定性。本章首先介绍标准的WSPH算法;然后在此基础上通过引入新的边界处理方法来解决上述问题。

### 2.1 SPH/WSPH算法

SPH是一种无网格插值方法,通过对离散粒子的物理属性值进行插值计算,而得到连续区域内任一点处的对应值:

$$A(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} A_j W(\mathbf{x}_j, h) \quad (1)$$

其中: $A(\mathbf{x})$ 是位置 $\mathbf{x}$ 处的物理属性值; $N$ 为邻居粒子总数; $m_j$ 、 $\rho_j$ 、 $A_j$ 、 $\mathbf{x}_j$ 分别为位置 $\mathbf{x}$ 所处支持域范围内粒子 $j$ 的质量、密度、物理属性值和位置; $W(\mathbf{x}_j, h)$ 为光滑核函数; $\mathbf{x}_j$ 为粒子 $i$ 和粒子 $j$ 之间的距离; $h$ 为光滑核半径。

将式(1)应用于流体密度可得:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W(\mathbf{x}_j, h) \quad (2)$$

在每个时间步,流体粒子的位置等信息根据其所受合力进行计算。合力包括压力和粘性力,如式(3)~(4):

$$\mathbf{F}_i^{\text{pressure}} = - \sum_{j=1}^N \frac{m_i}{\rho_i} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{p_i + p_j}{2} \nabla W(\mathbf{x}_j, h) \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_i^{\text{viscosity}} = \mu \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (v_j - v_i) \nabla^2 W(\mathbf{x}_j, h) \quad (4)$$

标准SPH方法采用了气态方程计算压强,这会导致流体

可压缩,在真实感流体模拟中会出现视觉失真问题。为了真实模拟弱可压缩流体,WCSPPH 算法使用 Tait 方程计算压强:

$$p_i = \frac{k\rho_0}{7}((\rho_i/\rho_0)^7 - 1) \quad (5)$$

其中: $k$  是刚度系数, $\rho_0$  是流体静态密度。

## 2.2 固体边界处理

在流固交互模拟中,边界力影响着流固交界面附近流体的密度分布,特别是对于快速流动的弱可压缩流体,需要施加大的边界力或者进行流体粒子位置校正才能保证固体边界不被穿透,导致只有缩短时间步长或者增加额外计算开销才能维持模拟的稳定性,因而降低了模拟效率。针对这一问题,本节提出一种新的弱可压缩流体复杂边界处理算法,不需要校正流体粒子的位置即可保证不可穿透性。

### 2.2.1 体积权重函数

基于 SPH 的边界处理方法通常采用粒子对固体表面进行采样以减小流固交界面附近流体密度计算误差。同文献[21]一样,本文使用符号距离场对用三角形网格表示的固体表面用一层边界粒子进行采样(见图 2(a)、(b))。对于简单固体表面,该方法能够使得边界粒子分布较均匀;而对于复杂固体表面,特别是几何复杂区域,会导致采样粒子分布不均匀(见图 2(c)),从而影响边界不可穿透性以及模拟的稳定性。换言之,在固体边界粒子稀疏区域,由于边界粒子数目过少,所产生的边界力不足以将所有流体粒子限制在边界之内,导致发生穿透;而在边界粒子密集区域,由于流体粒子的邻居边界粒子数超过正常范围,导致流体密度过高压强过大,引起模拟不稳定。

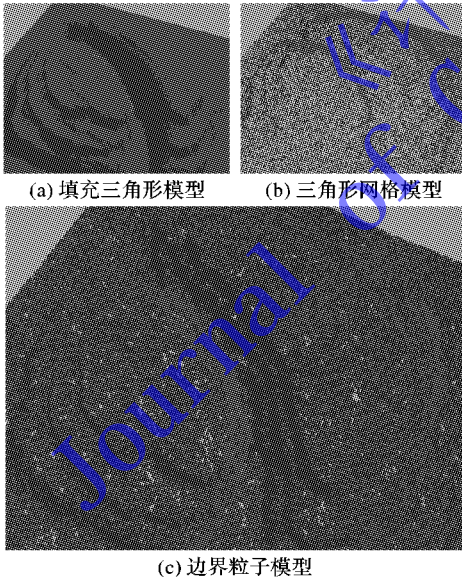


图 2 山丘模型

为了解决这一问题,本文将自适应采样思想应用于流体粒子与固体边界粒子的交互当中,即在固体表面边界粒子密集区域使用半径小体积小的边界粒子来计算其邻居流体粒子的密度;而在固体表面边界粒子稀疏区域使用半径大体积大的边界粒子参与流体粒子的密度计算。具体地,本文引入一种基于边界粒子局部数密度的体积权重函数。其中边界粒子数密度可以表示为:

$$\rho_n(b_i) = \sum_{b_j=1}^N W(\mathbf{x}_{b_i} - \mathbf{x}_{b_j}, h) \quad (6)$$

其中: $b_i$  表示固体边界粒子, $b_j$  为  $b_i$  的邻居边界粒子, $\mathbf{x}_{b_i}$  和  $\mathbf{x}_{b_j}$  为它们各自的位置。本文假设弱可压缩流体密度近似于其静态密度  $\rho_0$ ,则体积权重函数可以表示为:

$$V_{\text{weighted}}(b_i) = l/\rho_n(b_i) \quad (7)$$

其中  $l$  为人工体积权重参数。

式(7)中,边界粒子体积权重函数与其局部数密度成反比,该公式反映了本文采用的自适应边界粒子体积思想:对于边界粒子密集区域,其局部数密度大,应该使其体积权重变小,对流体粒子影响减少;而对于边界粒子稀疏区域,其局部数密度小,应该使其体积权重变大,对流体粒子影响增加。

基于人工体积权重函数,流体密度计算式可以修改为:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W(\mathbf{x}_{ij}, h) + \sum_{k=1}^N \rho_0 V_{\text{weighted}}(b_k) W(\mathbf{x}_{b_i} - \mathbf{x}_{b_k}, h) \quad (8)$$

使用式(8)对固体边界处流体粒子的密度进行计算可以确保固体边界非均匀采样区域流体粒子的密度不会因为边界粒子密度增大而导致模拟不稳定,也不会由于边界粒子密度降低而导致流体穿透固体边界。

### 2.2.2 弱可压缩流体的边界力和压力

本节假定弱可压缩流体中邻居粒子之间压强相等,即  $p_i = p_j$ ,以及密度等于静态密度,即  $\rho_i = \rho_j = \rho_0$ ,则压力计算式(3)可修改为:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_i^{\text{corr\_pressure}} &= - \sum_{j=1}^N \frac{m_i}{\rho_i} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{p_i + p_j}{2} \nabla W(\mathbf{x}_{ij}, h) = \\ &= - \sum_{j=1}^N m_i m_j \frac{p_i}{\rho_0} \nabla W(\mathbf{x}_{ij}, h) \end{aligned} \quad (9)$$

结合 2.2.1 节提出的体积权重函数  $V_{\text{weighted}}(b_i)$ ,可得出边界粒子对流体粒子的边界力为:

$$\mathbf{F}_i^{\text{boundary}} = - \sum_{k=1}^N m_i \rho_0 V_{\text{weighted}}(b_k) \frac{p_i}{\rho_0} \nabla W(\mathbf{x}_{ik}, h) \quad (10)$$

## 2.3 弱可压缩流体边界处理算法

本节在 2.2 节的基础上对 WCSPPH 算法进行改进,以处理任意复杂边界。在弱可压缩流体模拟中,流体内部压力和固体边界力有一定相似性:前者使流体粒子间不会靠得太近而导致流体可压缩;后者使流体粒子和固体边界粒子不会靠得太近而导致穿透现象的发生。两种力本质上都是阻止粒子过度靠近,基于此,本文在 WCSPPH 算法的内部压力和外力计算步骤中分别加入 2.2 节介绍的固体边界力  $\mathbf{F}_i^{\text{boundary}}$  以及改进的压力  $\mathbf{F}_i^{\text{corr\_pressure}}$ 。

本文单个时间步长完整复杂边界处理算法如算法 1 所示。该算法利用流体的静态密度预测边界力(式(10)),并与改进后的流体内部压力(式(9))相结合,从而同时保证流体的弱可压缩性以及固体边界的不可穿透性,使算法允许处理任意复杂边界。

算法 1 弱可压缩流体边界处理算法。

```
for 所有粒子 do
    邻居粒子查找
for 所有粒子 do
```



```

计算密度和压强
for 所有粒子 do
    计算流体内部压力  $F_i^{\text{corr\_pressure}}$  和外部边界力  $F_i^{\text{boundary}}$ ;
    计算粘性力  $F_i^{\text{viscosity}}$ 、表面张力  $F_i^{\text{surface}}$  和其他力  $F_i^{\text{external}}$ 
for 所有粒子 do
    更新粒子位置和速度

```

### 3 实验结果与讨论

为了说明本文方法能够有效模拟带有复杂固体边界的弱可压缩流体现象,本文模拟了4个场景:斯坦福兔子、中文字样、山丘以及城市街道被水淹没。实验平台为 Intel Core i7-3770 3.4 GHz CPU, 8 GB 内存, 程序使用 C++ 实现。算法实现中,使用与文献[7]相同的光滑核函数,而流体内部压力和边界力则分别使用式(9)和(10)。固体表面粒子采样使用文献[21]中的方法,时间积分方法选用跳蛙积分,3D 中文字样的三角形网格模型采用 Maya 创建,渲染使用 Pov-Ray。出于效率方面的考虑,对于规则边界比如长方体边界,本文采用边界权重函数算法<sup>[18]</sup>;而对于复杂边界模型的处理则采用本文算法。另外,本文对边界粒子采样进行预计算,节省了运行时开销。所有实验场景流体粒子半径设置为  $r = 0.0125 \text{ m}$ , 初始

粒子静态距离设置为  $2r$ , 支持半径  $h = 4r$ , 粒子质量为  $0.002 \text{ kg}$ , 体积权重参数  $l = 0.8$ , 流体静态密度为  $1000 \text{ kg/m}^3$ , 密度波动阈值设置为 1%。

图1采用本文方法模拟了斯坦福兔子场景,该场景中溃坝流体冲击斯坦福兔子模型并最终趋于平静。从图1中可以看出本文方法可以很好地模拟弱可压缩流体与复杂固体边界之间的交互现象。该场景下,平均每帧模拟时间为  $0.35 \text{ s}$ 。

图3分别采用文献[17]方法和本文方法模拟了山丘场景,其中山丘表面采用与文献[17]相同的方法进行粒子采样。从图3中可以看出,采用文献[17]方法会导致流体粒子四处乱窜而不会趋于平静(见图3(a)~(e))。这是由于复杂山丘模型的非均匀采样引起的局部边界粒子分布过密,进一步导致模拟结果不准确。而本文边界处理方法则可以很好地解决这一问题,从图3中可以看到,流体很快静止下来,这一结果也与现实相符(见图3(f)~(j))。

图4将 CFD 领域经典的大坝坍塌模型和中文字样模型相结合,真实模拟了弱可压缩流体与复杂固体边界的交互现象。从图中可以看出,当复杂固体模型导致边界粒子分布不均匀时,采用本文方法可以有效避免文献[17]方法存在的问题。

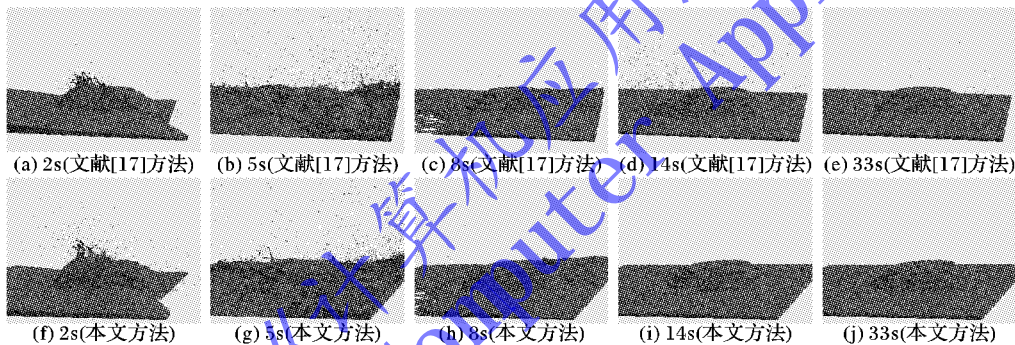


图3 山丘场景,复杂山丘表面采样结果不均匀

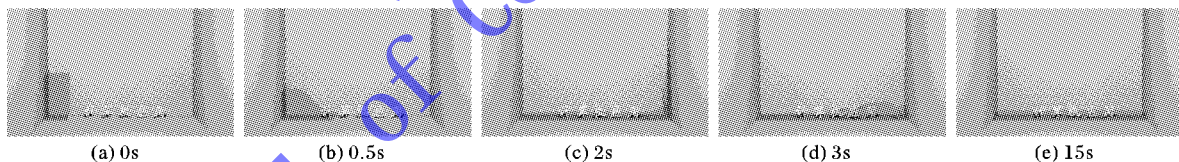


图4 采用本文方法模拟弱可压缩流体与3D中文字样模型的交互现象

最后,为了体现本文算法在大规模复杂边界场景下的适用性,以及在模拟高速流体时依然能够避免穿透固体边界,本文模拟了城市街道被水淹没的场景(图5)。该场景中流体粒子数为150万,街道模型边界粒子总数为36.5万。

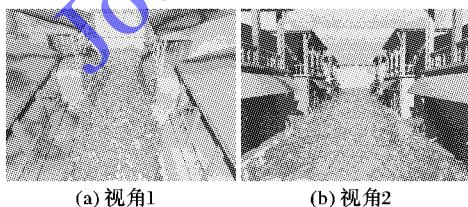


图5 城市街道被水淹没场景

### 4 结语

本文基于 WSPH 提出了一种带有复杂边界的弱可压缩流体模拟算法。针对在固体边界非均匀采样区域计算流体物理量时存在的误差问题,提出了一种新的边界粒子体积权重函数,降低了对于边界粒子采样密度的要求。在此基础上,提

出了一种改进的边界力计算模型,固体边界不可穿透性得以保证,同时避免了校正流体位置带来的额外开销。

虽然本文使用 WSPH 算法计算压强,但本文边界处理算法也同样适合于其他基于 SPH 的不可压缩流体模拟算法,如 PCISPH。今后,将在本文方法基础上研究不可压缩流体与移动刚体以及可变形固体之间的交互模拟问题。

#### 参考文献:

- [1] GINGOLD R A, MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics—theory and application to nonspherical stars [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 181: 375–389.
- [2] LUCY L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. Astronomical Journal, 1977, 82(12): 1013–1024.
- [3] DESBRUN M, GASCUEL M P. Smoothed particles: a new paradigm for animating highly deformable bodies [C]// EGAS'96: Proceedings of the 1996 Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation. Berlin: Springer, 1996: 61–76.
- [4] MÜLLER M, CHARYPAR D, GROSS M. Particle-based fluid sim-

- ulation for interactive applications [C]// SCA'03: Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2003: 154 – 159.
- [5] SHAO S. Incompressible SPH flow model for wave interactions with porous media [J]. *Coastal Engineering*, 2010, 57(3): 304 – 316.
- [6] LIU X, XU H, SHAO S, *et al.* An improved incompressible SPH model for simulation of wave-structure interaction [J]. *Computers & Fluids*, 2013, 71: 113 – 123.
- [7] BECKER M, TESCHNER M. Weakly compressible SPH for free surface flows [C]// SCA'07: Proceedings of the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2007: 209 – 217.
- [8] GOSWAMI P, BATTY C. Regional time stepping for SPH [C]// Eurographics 2014: Proceedings of the 35th Eurographics Conference. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2014: 45 – 48.
- [9] SOLENTHALER B, PAJAROLA R. Predictive-corrective incompressible SPH [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2009, 28(3): 40:1 – 40:6.
- [10] VINES M, LEE W S, MAVRIPLIS C. Computer animation challenges for computational fluid dynamics [J]. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 2012, 26(6/7/8): 407 – 434.
- [11] IHMSEN M, ORTHMANN J, SOLENTHALER B, *et al.* SPH fluids in computer graphics [C]// Eurographics 2014: Proceedings of the 35th Eurographics Conference. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2014: 21 – 42.
- [12] MONAGHAN J, KAJTAR J B. SPH particle boundary forces for arbitrary boundaries [J]. *Computer Physics Communications*, 2009, 180(10): 1811 – 1820.
- [13] SOLENTHALER B, GROSS M. Two-scale particle simulation [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2011, 30(4): 81:1 – 91:8.
- [14] MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2012, 44(1): 323 – 346.
- [15] ORTHMANN J, KOLB A. Temporal blending for adaptive SPH [J]. *Computer Graphics Forum*, 2012, 31(8): 2436 – 2449.
- [16] IHMSEN M, AKINCI N, GISSLER M, *et al.* Boundary handling and adaptive time-stepping for PCISPH [C]// VRIPHYS 2010: Proceedings of the Seventh Workshop on Virtual Reality Interactions and Physical Simulations. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2010: 79 – 88.
- [17] BECKER M, TESSENDORF H, TESCHNER M. Direct forcing for Lagrangian rigid-fluid coupling [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2008, 15(3): 493 – 503.
- [18] HARADA T, KOSHIZUKA S, KAWAGUCHI Y. Smoothed particle hydrodynamics on GPUs [EB/OL]. [2014-06-02]. <http://inf.ufrgs.br/cgi2007/cd/cgi/papers/harada.pdf>.
- [19] GOSWAMI P, SCHLEGEL P, SOLENTHALER B, *et al.* Interactive SPH simulation and rendering on the GPU [C]// Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2010: 55 – 64.
- [20] CHEN X, WANG Z, HE J, *et al.* An integrated algorithm of real-time fluid simulation on GPU [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2010, 22(3): 396 – 405. (陈曦, 王章野, 何戟, 等. GPU 中的流体场景实时模拟算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(3): 396 – 405).
- [21] AKINCI N, IHMSEN M, SOLENTHALER B, *et al.* Versatile rigid-fluid coupling for incompressible SPH [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 30(4): 62:1 – 62:8.

(上接第 205 页)

- [13] HU H, NI G. The improved algorithm for the defect of the Retinex image enhancement [C]// ASID 2010: Proceedings of the 2010 International Conference on Anti-Counterfeiting Security and Identification in Communication. Piscataway: IEEE, 2010: 257 – 260.
- [14] ZHAN B, WU Y, JI S. Infrared image enhancement method based on stationary wavelet transformation and Retinex [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(10): 2788 – 2793. (占必超, 吴一全, 纪守新. 基于平稳小波变换和 Retinex 的红外图像增强方法[J]. 光学学报, 2010, 30(10): 2788 – 2793.)
- [15] LI A, LI Y, LIU D, *et al.* Retinex enhancement method of multi-exposure workpiece images based on NSCT [J]. *Journal of Jilin University: Engineering Science*, 2012, 42(6): 1592 – 1596. (李骛, 李一兵, 刘丹丹, 等. 基于非下采样轮廓波的多曝光工件图像 Retinex 增强方法[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2012, 42(6): 1592 – 1596.)
- [16] MEN G, YANG J, ZHAO J. Fuzzy contrast enhancement for remote sensing image based on fuzzy set in nonsubsampling contourlet domain [C]// Proceedings of the 2010 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway: IEEE, 2010: 735 – 740.
- [17] EASLEY G, LABATE D, LIM W Q. Sparse directional image representations using the discrete Shearlet transform [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2008, 25(1): 25 – 46.
- [18] WANG Y, LI S, HUANG L. Enhancement of radiography based multi-scale Retinex [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2006, 14(1): 70 – 76. (王彦臣, 李树杰, 黄廉卿. 基于多尺度 Retinex 的数字 X 光图像增强方法研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(1): 70 – 76.)
- [19] LI J, SUN W, XIA L. Novel fuzzy contrast enhancement algorithm [J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition*, 2004, 34(5): 675 – 677. (李久贤, 孙伟, 夏良正. 一种新的模糊对比度增强算法[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2004, 34(5): 675 – 677.)
- [20] RESHMALAKSHMI C, SASIKUMAR M. Image contrast enhancement using fuzzy technique [C]// ICCPCT 2013: Proceedings of the 2013 International Conference on Circuits, Power and Computing Technologies. Piscataway: IEEE, 2013: 861 – 865.
- [21] LONG Q. The image enhancement based on histogram [J]. *Computer Knowledge and Technology*, 2011, 7(4): 883 – 886. (龙清. 直方图图像增强技术[J]. 电脑知识与技术, 2011, 7(4): 883 – 886.)
- [22] LIU H, ZHAO W, WU W. An improved multi-scale Retinex infrared image enhancement algorithm [J]. *Computer Technology and Development*, 2011, 21(4): 105 – 107. (刘辉, 赵文杰, 吴畏. 改进的多尺度 Retinex 红外图像增强算法[J]. 计算机技术与发展, 2011, 21(4): 105 – 107.)