Journal of Computer Applications
计算机应用,2015,35(2):364 – 368
ISSN 1001-9081
CODEN JYIIDU
2015-02-10
http://www.joca.cn

文章编号:1001-9081(2015)02-0364-05 doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2015.02.0364

时变时滞复杂动态网络的非脆弱性同步保性能控制

罗毅平[1,2], 邓 飞[1,2*], 周笔锋[1,2]
(1. 湖南工程学院 电气信息学院,湖南 湘潭 411104; 2. 湖南工程学院 风电装备与电能变换协同创新中心,湖南 湘潭 411101)
(*通信作者电子邮箱 casphlay@163.com)

摘 要:针对一类时变时滞复杂网络系统,提出了一种非脆弱性同步保性能控制方法。在假设非线性向量函数 $f(\boldsymbol{x})$ 可微条件下,通过 Jacobi 矩阵方法进行线性化处理,余项满足匹配条件,设计具有增益摄动的非脆弱性状态反馈控制器,以确保当控制器的参数发生小的摄动时,仍能保证控制器的有效性。通过构造合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函,采用积分等式、矩阵分析、Schur 补定理等方法,在给定的保性能指标的条件下,得到了该系统非脆弱性同步保性能控制存在的充分条件;并证明了该条件等价于一组线性矩阵不等式(LMI)的可行性问题,给出了 LMI 约束条件下的凸优解构造方法,求出了闭环时变时滞系统保性能值的最小值。最后,通过数值算例对比验证了设计方法的可行性。

关键词:时变时滞;复杂动态网络;非脆弱性;同步;保性能控制
中图分类号: TP273.3 **文献标志码**:A

Non-fragile synchronous guaranteed cost control for complex dynamic network with time-varying delay

LUO Yiping[1,2], DENG Fei[1,2*], ZHOU Bifeng[1,2]
(1. *College of Electrical and Information Engineering, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan* 411104, *China*;
2. *Cooperative Innovation Center for Wind Power Equipment and Energy Conversion, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan* 411101, *China*)

Abstract: A kind of non-fragile synchronization guaranteed cost control method was put forward for a class of time-varying delay complex network system. Under the condition of assuming that the nonlinear vector function $f(\boldsymbol{x})$ was differentiable, a non-fragile state feedback controller with gaining perturbations was designed through the method of Jacobi matrix linearization with remainder satisfying matching conditions, to ensure that the parameters of controller could still be effective under small perturbation. The sufficient conditions for the existence of non-fragile synchronous guaranteed cost control of this system were obtained by constructing suitable Lyapunov-Krasovskii functional, using integral equation, matrix analysis, theorem of Schur complement and so on. Under the condition of a given insurance performance index, the condition which was equivalent to the feasibility of a set of Linear Matrix Inequality (LMI) problem was shown, and the convex optimization construction method under the condition of LMI constraints was given, and the minimum value of the closed-loop time-varying delay system guaranteed performance value was calculated. Finally, by a numerical example comparison, the feasibility of the design method was verified.

Key words: time-varying delay; complex dynamic network; non-fragile; synchronous; guaranteed cost control

0 引言

由于许多大规模的系统(如电力网络、互联网等)都可描述成复杂网络系统,最近十多年来复杂网络已经吸引了许多研究领域专家的广泛注意[1-3]。同步是复杂网络的一个重要现象,如电力网络中的同步关系到电网运行的稳定,因此,同步控制研究已成为复杂网络控制领域的一个热点课题,取得了丰富成果[4-5]。此外,许多系统如电力网络的电流输送、互联网中的信号传输都会产生时滞现象,而时滞往往是导致系统运行不稳定和性能变差的根源[6],因此,时滞复杂网络的同步控制得到了更多的关注[7-8]。因为系统的时滞通常是变化的,所以研究时变时滞复杂网络系统更符合实际。

在研究系统控制时,不仅希望系统同步稳定,同时还希望系统的控制成本达到某种要求。所以关于复杂网络同步保性能控制的研究成为控制领域一个热门课题,最近也有一些成果[9-11]。另外,由于任何一个性能指标均不能满足一个控制系统的所有性能要求,控制器参数的微小变化将会引起其他性能的恶化。这就要求所设计的控制器系数应有足够的调节余地以满足不同的性能要求,因此研究复杂网络系统的非脆弱性控制也是一个十分有意义的课题[12-13]。然而,就笔者所知,目前有关时滞复杂网络非脆弱性同步控制的成果还较少。笔者前期的研究[13]中讨论了时滞复杂网络系统的非脆弱性保性能控制,但只考虑了常时滞的情形;而且在对非线性项作线性化处理时将 $\boldsymbol{F}(t)$ 视为一个常数矩阵,这样的处理往往会带来较大的误差。

为此,在前期研究[13]的基础上,本文主要研究时变时滞复杂网络系统的非脆弱性同步保性能控制。设计一种具有增益摄动的状态反馈非脆弱性控制器,给出了控制器存在的充

收稿日期:2014-08-26;**修回日期**:2014-10-30。 **基金项目**:国家自然科学基金资助项目(11372107;61174211)。
作者简介:罗毅平(1966-),男,湖南衡东人,教授,博士,主要研究方向:复杂网络控制、分布参数系统控制、电网故障诊断; 邓飞(1989-),男,四川巴中人,硕士研究生,主要研究方向:复杂网络控制; 周笔锋(1989-),男,湖南常德人,硕士研究生,主要研究方向:复杂网络控制。

分条件和设计方法,这些稳定性条件与时滞有关,降低了条件的保守性;所设计的控制器不仅保证了闭环系统的稳定性,也使闭环系统满足一定的性能指标;最后通过仿真实例验证了所提方法的有效性。

1　时变时滞复杂网络的同步和控制器设计

考虑一个含有 N 个节点的时变时滞复杂动态网络,它的节点的动力学方程如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = f(\boldsymbol{x}_i) + c\sum_{j=1}^{N} G_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_j(t-\tau(t)) + \boldsymbol{u}_i(t) \tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{in})^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^n$ 是节点 i 的状态变量;常数 $c > 0$ 是网络的耦合强度;$\tau(t)$ 为系统的状态时滞,$\tau(0) = \mathrm{e}$;对角矩阵 $\boldsymbol{A} = \mathrm{diag}(r_1, r_2, \cdots, r_n) \in \mathbf{R}^{n\times n}$ 为内部耦合矩阵;$\boldsymbol{u}_i(t)$ 是非脆弱性控制器。耦合矩阵 $\boldsymbol{G} = (G_{ij}) \in \mathbf{R}^{N\times N}$ 描述网络的拓扑结构,定义如下:若节点 i 和节点 $j(j \neq i)$ 存在连接,则 $G_{ij} = G_{ji} = 1$,否则 $G_{ij} = G_{ji} = 0(j \neq i)$;并且矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的对角元素定义为 $G_{ii} = -\sum_{j=1, j\neq i}^{N} G_{ij}(i = 1,2,\cdots,N)$;若网络没有独立节点,那么 $\boldsymbol{G}$ 是一个不可简约矩阵。$f(\boldsymbol{x}_i)$ 是连续可微的,表征了孤立节点的动态特性。

对于系统式(1),给定如下保性能函数:

$$J = \int_0^{+\infty} (\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_i(t) + \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{C}\boldsymbol{u}_i(t))\mathrm{d}t \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 是给定的对称正定矩阵。

本文的目标是设计一个非脆弱性控制器:

$$\boldsymbol{u}_i(t) = (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}_i(t) \tag{3}$$

使得系统式(1) 渐近稳定且闭环的性能指标 J 小于上界 J^*。其中:$\boldsymbol{K}$ 为非脆弱性控制器的增益,$\Delta\boldsymbol{K}$ 是系统增益摄动引起的范数有界不确定性,满足

$$\Delta\boldsymbol{K} = \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{T}(t)\boldsymbol{E}_1 \tag{4}$$

其中:$\boldsymbol{D}_1$、$\boldsymbol{E}_1$ 为已知的具有适合维数的定常矩阵;$\boldsymbol{T}(t)$ 为具有可测元的不确定矩阵,满足 $\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}(t) \leqslant \boldsymbol{I}$。将式(3) 代入系统式(1),得:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = f(\boldsymbol{x}_i) + c\sum_{j=1}^{N} G_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_j(t-\tau(t)) + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}_i(t) \tag{5}$$

为了证明的需要,引入以下引理。

引理 1[14]　如果不可简约矩阵 $\boldsymbol{G}$ 满足式(1) 中所满足的约束条件,则存在一个矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_N) \in \mathbf{R}^{N\times N}$,使得 $\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_k = \lambda_k\boldsymbol{\Phi}_k\ (k = 1,2,\cdots,N)$,其中 λ_k 是矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的特征值。

引理 2[15]　给定具有适当维数的实数矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{L}$,其中 $\boldsymbol{\Sigma}$ 为对称矩阵,有:

$$\boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{H}\boldsymbol{N}(t)\boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} < 0$$

对于所有满足 $\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{N}(t) \leqslant \boldsymbol{I}$(文中出现的 $\boldsymbol{I}$ 均表示适当维数的单位矩阵)的矩阵 $\boldsymbol{N}(t)$ 成立,当且仅当存在正数 ε,满足:

$$\boldsymbol{\Sigma} + \varepsilon\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L} + \varepsilon^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} < 0$$

引理 3(Schur 补定理)[16]　对于给定的对称矩阵 $\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12} \\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22} \end{pmatrix}$,以下三个条件是等价的:

1) $\boldsymbol{S} < 0$;

2) $\boldsymbol{S}_{11} < 0, \boldsymbol{S}_{22} - \boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{11}^{-1}\boldsymbol{S}_{12} < 0$;

3) $\boldsymbol{S}_{22} < 0, \boldsymbol{S}_{11} - \boldsymbol{S}_{12}\boldsymbol{S}_{22}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}^{\mathrm{T}} < 0$。

如果当 $t \to \infty$ 时,系统式(1) 达到一个稳定状态,也就是系统式(5) 达到一个稳定状态,有 $\boldsymbol{x}_1(t), \boldsymbol{x}_2(t), \cdots, \boldsymbol{x}_N(t) \to \boldsymbol{s}(t)$,则:

$$\boldsymbol{x}_i(t) = \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{e}_i(t) \tag{6}$$

其中:$\boldsymbol{e}_i(t)$ 为第 i 个节点与平衡点对应变量之间的误差;此时 $\boldsymbol{s}(t)$ 是一个孤立节点,满足 $\dot{\boldsymbol{s}}(t) = f(\boldsymbol{s}(t))$。把式(6) 代入系统式(5),可得:

$$\dot{\boldsymbol{e}}_i(t) = f(\boldsymbol{x}_i(t)) - f(\boldsymbol{s}(t)) + c\sum_{j=1}^{N} G_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_j(t-\tau(t)) + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{e}_i(t) \tag{7}$$

因为 $f(\boldsymbol{x}_i)$ 是连续可微的函数,对 $f(\boldsymbol{x}_i)$ 关于平衡点 $\boldsymbol{s}(t)$ 线性化,可以得到如下线性时变系统:

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_i(t) &= \boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{e}_i(t) + c\sum_{j=1}^{N} G_{ij}\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_j(t-\tau(t)) + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{e}_i(t) = \boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{e}_i(t) + \\ &c\boldsymbol{A}(\boldsymbol{e}_1(t-\tau(t)), \boldsymbol{e}_2(t-\tau(t)), \cdots, \boldsymbol{e}_N(t-\tau(t))) \\ &(G_{i1}, G_{i2}, \cdots, G_{iN})^{\mathrm{T}} + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{e}_i(t)\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{F}(t)$ 是一个变量矩阵,满足 $\boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{F} + \Delta\boldsymbol{F}$。$\boldsymbol{F}$ 是 $f(\boldsymbol{s})$ 关于 $\boldsymbol{s}(t)$ 的 Jacobi 矩阵,$\Delta\boldsymbol{F}$ 是式(7) 线性化产生的不确定性,满足:

$$\Delta\boldsymbol{F} = \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{T}(t)\boldsymbol{E}_2 \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{D}_2$、$\boldsymbol{E}_2$ 为已知的具有适合维数的定常矩阵。令 $\boldsymbol{e} = (\boldsymbol{e}_1(t), \boldsymbol{e}_2(t), \cdots, \boldsymbol{e}_N(t)) \in \mathbf{R}^{n\times N}$,系统式(8) 可以表示为:

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t) = \boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{e}(t) + c\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}(t-\tau(t))\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{e}(t) \tag{10}$$

根据引理 1,存在一个非奇异矩阵 $\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_N) \in \mathbf{R}^{N\times N}$,使得 $\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda}$,其中 $\boldsymbol{\Lambda} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_N)$。使用一个非奇异变换:

$$\boldsymbol{e}(t)\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{v}(t) = (\boldsymbol{v}_1(t), \boldsymbol{v}_2(t), \cdots, \boldsymbol{v}_N(t)) \in \mathbf{R}^{n\times N}$$

有 $\dot{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{v}(t) + c\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}(t-\tau(t))\boldsymbol{\Lambda} + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{v}(t)$ 等价于:

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{F}(t)\boldsymbol{v}(t) + c\lambda_i\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}(t-\tau(t)) + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{v}(t) \tag{11}$$

其中 $\lambda_i(i = 1,2,\cdots,N)$ 是矩阵 $\boldsymbol{G}$ 的特征值。这样,复杂网络式(1) 的稳定性就等价于方程式(11) 的稳定性。

2　复杂动态网络的非脆弱性保性能控制

2.1　复杂动态网络的稳定性和保性能

定理 1　给定矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{C}$,若存在不变时滞 $\tau(t) \in [0, h], h < \infty, \dot{\tau}(t) \leqslant \alpha < 1$,使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Y} & \lambda_i c\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0} \\ \lambda_i c\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{R} \end{pmatrix} < 0 \tag{12}$$

其中:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{F}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{Q} + \boldsymbol{R} + \boldsymbol{B} + (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})$$

则对满足性能指标式(2) 的时变时滞复杂网络系统式(1) 是保性能稳定的,称控制器 $\boldsymbol{u}_i(t) = (\boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{x}_i(t)$ 是系统式

(1) 的一个非脆弱性控制器,此时保性能函数满足:

$$J^* = \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{P}\boldsymbol{v}(0) + \int_{-h}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma + \int_{-\tau(0)}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma \tag{13}$$

证明 令 $\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F} + \Delta\boldsymbol{F} + \boldsymbol{K} + \Delta\boldsymbol{K}$ 代入式(10) 有:

$$\dot{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{F}_1\boldsymbol{v}(t) + c\lambda_i\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}(t-\tau(t)) \tag{14}$$

对系统式(14) 构造如下的 Lyapunov 函数:

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}(t)) = \boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2 + \boldsymbol{V}_3 \tag{15}$$

其中:$\boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{v}(t)$;$\boldsymbol{V}_2 = \int_{t-\tau(t)}^{t}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma$;$\boldsymbol{V}_3 = \int_{t-h}^{t}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma$。

所以:

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}}_1 &= \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]\boldsymbol{v}(t) + 2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\lambda_i c\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}(t-\tau(t))\\
\dot{\boldsymbol{V}}_2 &= \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t-\tau(t))(1-\dot{\tau}(t)) \leqslant \\
&\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t-\tau(t))(1-\alpha)\\
\dot{\boldsymbol{V}}_3 &= \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-h)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t-h)
\end{aligned}$$

将 $\dot{\boldsymbol{V}}_1, \dot{\boldsymbol{V}}_2, \dot{\boldsymbol{V}}_3$ 代入式(15) 得到:

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}} &= \dot{\boldsymbol{V}}_1 + \dot{\boldsymbol{V}}_2 + \dot{\boldsymbol{V}}_3 \leqslant \\
&\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_1^{\mathrm{T}}P]v(t) + 2\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\lambda_i c\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}\boldsymbol{v}(t-\tau(t)) + \\
&\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t-\tau(t))(1-\alpha) + \\
&\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-h)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t-h) = \boldsymbol{\chi}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{\chi}(t)
\end{aligned}$$

其中:

$$\boldsymbol{\chi}(t) = (\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t) \quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-\tau(t)) \quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t-h))^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{B} - (\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K}) & \lambda_i c\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{0} \\ \lambda_i c\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{R} \end{pmatrix} \tag{16}$$

如果 $\boldsymbol{\Upsilon} < 0$,即 $\dot{\boldsymbol{V}} < 0$,则系统式(11) 稳定。

由矩阵不等式(12) 和式(16) 可知:

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{V}} &< -\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{B} + (\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K}))\boldsymbol{v}(t) = \\
&\quad -\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{v}(t) = \\
&\quad -\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{C}\boldsymbol{u}(t) < 0
\end{aligned} \tag{17}$$

将上式对时间 $t \in [0, +\infty)$ 积分,得出:

$$\begin{aligned}
J &= \int_{0}^{+\infty}(\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(t) + \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}(t))\mathrm{d}t \leqslant V(0) = \\
&\quad \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{P}\boldsymbol{v}(0) + \int_{-\tau(0)}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma + \\
&\quad \int_{-h}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma \leqslant \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{P}\boldsymbol{v}(0) + \\
&\quad \int_{-h}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)(\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{R})\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma = J^*
\end{aligned} \tag{18}$$

成立。

2.2 不确定项线性化处理下复杂网络系统的稳定性条件

定理 2 对系统式(1) 和性能指标式(2),如果存在正常数 ζ_1、ζ_2 和对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{N}$ 以及矩阵 $\boldsymbol{W}$,使得式(19) 所示线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI) 成立:

$$\boldsymbol{\Xi} = \begin{pmatrix}
\boldsymbol{X}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{F}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{W} & \lambda_i c\boldsymbol{A}\boldsymbol{M} & 0 & \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{D}_1 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{D}_1 & \boldsymbol{D}_2 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X} & \boldsymbol{X} & \boldsymbol{X} \\
\lambda_i c\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)\boldsymbol{M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\boldsymbol{N} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{W} & 0 & 0 & -\boldsymbol{C}^{-1} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & \boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C} & -\zeta_2\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta_2\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{D}_1^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta_1\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{D}_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta_1\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{E}_1\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta_1\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{E}_2\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\zeta_1\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{M} & 0 & 0 \\
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{N} & 0 \\
\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{B}^{-1}
\end{pmatrix} < 0 \tag{19}$$

其中:$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{P}^{-1}$,$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{Q}^{-1}$,$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{R}^{-1}$,$\zeta_1 = \varepsilon_1^{-1}$,$\zeta_2 = \varepsilon_2^{-1}$,$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{P}^{-1}$。

则对满足性能指标式(2) 的不确定性时变时滞复杂网络式(1) 是保性能稳定的,此时反馈增益 $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{P}$,保性能函数满足:

$$J^* = \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{v}(0) + \int_{-h}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{N}^{-1}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma + \int_{-\tau(0)}^{0}\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\sigma)\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{v}(\sigma)\mathrm{d}\sigma \tag{20}$$

证明 由定理1,将式(4)、(9) 代入不等式(12) 中 $\boldsymbol{Y}$,并使用 Schur 补定理得:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_{11} & \lambda_i c\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & 0 & (\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C} \\ \lambda_i c\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)\boldsymbol{Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\boldsymbol{R} & 0 \\ \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K}) & 0 & 0 & -\boldsymbol{C} \end{pmatrix} < 0 \tag{21}$$

其中:

$$\boldsymbol{\eta}_{11} = \left(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{K} + (\boldsymbol{D}_1 \quad \boldsymbol{D}_2)\boldsymbol{T}\begin{pmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{pmatrix}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{F} + \boldsymbol{K} + (\boldsymbol{D}_1 \quad \boldsymbol{D}_2)\boldsymbol{T}\begin{pmatrix}\boldsymbol{E}_1\\ \boldsymbol{E}_2\end{pmatrix}\right) + \boldsymbol{Q} + \boldsymbol{R} + \boldsymbol{B}$$

由引理 2 可知,式(18) 等价于:

$$\begin{pmatrix} \chi_{11} & \lambda_i cPA & 0 & (K+\Delta K)^{\mathrm{T}}C \\ \lambda_i cA^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R & 0 \\ C^{\mathrm{T}}(K+\Delta K) & 0 & 0 & -C \end{pmatrix} < 0 \tag{22}$$

其中:

$$\chi_{11} = (F+K)^{\mathrm{T}}P + P(F+K) + Q + R + B + \varepsilon_1^{-1}P(D_1\quad D_2)(D_1\quad D_2)^{\mathrm{T}}P + \varepsilon_1\begin{pmatrix}E_1\\E_2\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}E_1\\E_2\end{pmatrix} =$$

$$(F+K)^{\mathrm{T}}P + P(F+K) + Q + R + B + \varepsilon_1^{-1}PD_1D_1^{\mathrm{T}}P + \varepsilon_1^{-1}PD_2D_2^{\mathrm{T}}P + \varepsilon_1E_1^{\mathrm{T}}E_1 + \varepsilon_1E_2^{\mathrm{T}}E_2$$

对式(19) 分离不确定项可得:

$$\Xi_0 + M_0D_1TE_0 + E_0^{\mathrm{T}}T^{\mathrm{T}}D_1^{\mathrm{T}}M_0^{\mathrm{T}} < 0 \tag{23}$$

其中:$M_0 = (0\quad 0\quad 0\quad C)^{\mathrm{T}}$, $E_0 = (E_1\quad 0\quad 0\quad 0)$,

$$\Xi_0 = \begin{pmatrix} \chi_{11} & \lambda_i cPA & 0 & K^{\mathrm{T}}C \\ \lambda_i cA^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R & 0 \\ C^{\mathrm{T}}K & 0 & 0 & -C \end{pmatrix}。$$

由引理 2 可知,式(23) 等价于:

$$\Xi_0 + \varepsilon_2^{-1}M_0DD^{\mathrm{T}}M_0^{\mathrm{T}} + \varepsilon_2E_0^{\mathrm{T}}E_0 < 0 \tag{24}$$

利用 Schur 补定理和矩阵变换可得:

$$\begin{pmatrix}
(F+K)^{\mathrm{T}}P+P(F+K) & \lambda_i cPA & 0 & K^{\mathrm{T}} & D_1 & E_1^{\mathrm{T}} & PD_1 & PD_2 & E_1^{\mathrm{T}} & E_2^{\mathrm{T}} & I & I & I \\
\lambda_i cA^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} & -(1-\alpha)Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
K & 0 & 0 & -C^{-1} & C^{\mathrm{T}}D_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D_1^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & D_1^{\mathrm{T}}C & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_2^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D_1^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
D_2^{\mathrm{T}}P^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
E_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Q^{-1} & 0 & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R^{-1} & 0 \\
I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -B^{-1}
\end{pmatrix} < 0 \tag{25}$$

由于式(25) 矩阵存在非线性项,无法直接使用 LMI 工具箱求解,为了求得反馈增益 K,对其左乘和右乘 $\mathrm{diag}(P^{-1}, Q^{-1}, R^{-1}, I, \varepsilon_2^{-1}I, I, I, I, I, \varepsilon_1^{-1}I, \varepsilon_1^{-1}I, I, I, I)$,得到式(19),定理得证。

2.3　复杂网络的性能指标函数的凸优解

定理 3　考虑带有性能指标函数式(2) 的系统式(1),如果下面的凸优解问题:

$$J^* = \min_{\alpha,\theta,\zeta_1,\zeta_2,X,M,N,W,\Pi_1,\Pi_2} \theta + \mathrm{tr}(\Pi_1) + \mathrm{tr}(\Pi_2) \tag{26}$$

s. t.　式(12)　　(Ⅰ)

$$\begin{pmatrix} -\theta & v^{\mathrm{T}}(0) \\ v(0) & -X \end{pmatrix} < 0 \tag{Ⅱ}$$

$$\begin{pmatrix} -\Pi_1 & \Sigma_1^{\mathrm{T}} \\ \Sigma_1 & -M \end{pmatrix} < 0 \tag{Ⅲ}$$

$$\begin{pmatrix} -\Pi_2 & \Sigma_2^{\mathrm{T}} \\ \Sigma_2 & -N \end{pmatrix} < 0 \tag{Ⅳ}$$

有一个解 $\alpha, \theta, \zeta_1, \zeta_2, X, M, N, W, \Pi_1, \Pi_2$(其中 $\mathrm{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹),那么 J^* 为系统的最小性能指标,并且相应的非脆弱性保性能控制器式(3) 也可以通过线性矩阵不等式工具箱求得,其中:$\int_{-\tau(0)}^{0} v(s)v^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s = \Sigma_1\Sigma_1^{\mathrm{T}}$, $\int_{-h}^{0} v(s)v^{\mathrm{T}}(s)\mathrm{d}s = \Sigma_2\Sigma_2^{\mathrm{T}}$。

证明　根据定理 1 则条件(Ⅰ)显然成立。对条件(Ⅱ)、(Ⅲ)、(Ⅳ)用引理 3 可得:

1)$v^{\mathrm{T}}(0)X^{-1}v(0) < \theta$;

2)$\Sigma_1^{\mathrm{T}}M^{-1}\Sigma_1 < \Pi_1$;

3)$\Sigma_2^{\mathrm{T}}N^{-1}\Sigma_2 < \Pi_2$。

另一方面:

$$\int_{-\tau(0)}^{0} v^{\mathrm{T}}(s)M^{-1}v(s)\mathrm{d}s = \int_{-\tau(0)}^{0} \mathrm{tr}(v^{\mathrm{T}}(s)M^{-1}v(s))\mathrm{d}s = \mathrm{tr}(\Sigma_1\Sigma_1^{\mathrm{T}}M^{-1}) = \mathrm{tr}(\Sigma_1^{\mathrm{T}}M^{-1}\Sigma_1) < \mathrm{tr}(\Pi_1)$$

$$\int_{-h}^{0} v^{\mathrm{T}}(s)N^{-1}v(s)\mathrm{d}s = \int_{-h}^{0} \mathrm{tr}(v^{\mathrm{T}}(s)N^{-1}v(s))\mathrm{d}s = \mathrm{tr}(\Sigma_2\Sigma_2^{\mathrm{T}}N^{-1}) = \mathrm{tr}(\Sigma_2^{\mathrm{T}}N^{-1}\Sigma_2) < \mathrm{tr}(\Pi_2)$$

这样就找到了性能指标函数式(20) 的最小值,$J^* < \theta + \mathrm{tr}(\Pi_1) + \mathrm{tr}(\Pi_2)$,证明完成。

3　数值实例仿真

如果将网络的每个节点看作一个动力学系统,若有边相连的两个节点的动力学系统之间存在相互的耦合作用,则形成了一个动力学网络系统。考虑 N 个节点的网络,第 i 个节点的 m 维状态变量是 $x_i(t)$,在不考虑耦合作用时单个节点所满足的状态方程 $\dot{x}_i(t) = f(x_i(t))$,设 $H: \mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^m$ 是每个节点状态变量的耦合函数,在存在耦合作用的情况下,考虑时变时滞的情形,则第 i 个节点所满足的状态方程如系统(11),其中:

$$\boldsymbol{F}(t) = \begin{pmatrix} 1+\sin(t) & 0 & 0 \\ 0 & 2-\cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 3+3\sin(t) \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Lambda} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{E}_1 = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{E}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

给定 $c = 0.4, \alpha = 0.5$。

根据定理2,利用 Matlab 中的 LMI 工具箱解得:

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{pmatrix} -2.2219 & -0.3286 & -18.8772 \\ -0.3135 & -20.6795 & 0.5765 \\ 3.8766 & 0.2868 & -32.7243 \end{pmatrix} \boldsymbol{v}(t)$$

性能指标 $J^* = 1486.4$。

使用以上相同数据对比文献[13]和本文仿真结果,其中:"实线"表示文献[13]方法的仿真结果,"虚线"线表示本文方法的仿真结果,如图1所示。仿真结果表明,所设计的控制器具有非脆弱性。

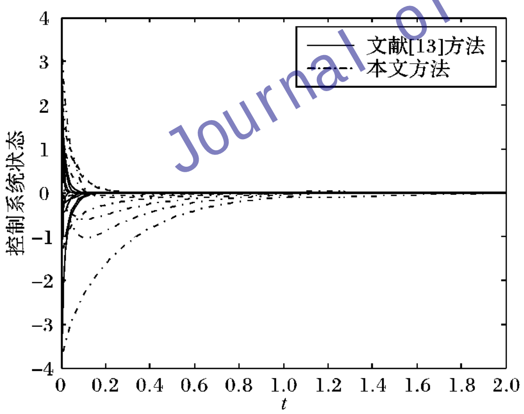

图1 系统的状态曲线

4 结语

本文在笔者前期研究[13]的基础上进一步研究了一类时变时滞复杂动态网络的非脆弱性同步保性能控制问题。考虑了含有不确定项的时变时滞复杂网络模型和文献[13]中对非线性项线性化处理时忽略的误差余项,放大了模型适用范围,降低了计算过程中产生的误差。利用泛函微分方程等分析技术获得了确保系统满足保性能指标的一个充分条件,给出了非脆弱性保性能控制的一种设计方法,使得闭环系统的一个保性能函数对所有允许的不确定参数有界,利用 Matlab 求解得到保性能控制律的最优解。最后,给出了仿真实例对比并验证了本文方法的可行性。

参考文献:

[1] DOROGOVTESEEV S N, MENDES J F F. Evolution of networks: from biological nets to the Internet and WWW [M]. New York: Oxford University Press, 2003: 7.

[2] LI H. H_∞ cluster synchronization and state estimation for complex dynamical networks with mixed time delays [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(12/13): 7223 - 7244.

[3] KARIMI H R. Robust synchronization and fault detection of uncertain master-slave systems with mixed time-varying delays and nonlinear perturbations [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2011, 9(4): 671 - 680.

[4] ZHANG C, HE Y, WU M. Exponential synchronization of neural networks with time-varying mixed delays and sampled-data [J]. Neurocomputing, 2010, 74(1/3): 265 - 273.

[5] WU Z, LIU D, YE Q. Pinning impulsive synchronization of complex-variable dynamical network [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2015, 20(1): 273 - 280.

[6] LUO Y, ZHOU B. Guaranteed cost synchronization of complex network systems with delay [J]. Asian Journal of Control, 2015, 17(4): 1 - 11.

[7] WU X, LIU Y, ZHOU J. Pinning adaptive synchronization of general time-varying delayed and multi-linked networks with variable structures [J]. Neurocomputing, 2015, 147: 492 - 499.

[8] GUAN Z, LIU Z, FENG G, *et al*. Synchronization of complex dynamical networks with time-varying delays via impulsive distributes control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2012, 57(8): 2182 - 2195.

[9] WANG L, SUN Y. Robustness of pinning a general complex dynamical network [J]. Physics Letters A, 2010, 374(15/16): 1699 - 1703.

[10] LEE T H, PARK J H, JI D H, *et al*. Guaranteed cost synchronization of a complex dynamical network via dynamic feedback control [J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(11): 6469 - 6481.

[11] LUO Y, ZHOU B. Guaranteed cost synchronization of diffusible complex network systems with time delay [J/OL]. Acta Automatica Sinica, [2014-09-18]. http://www.cnki.net/kcms/detail/10.3724/SP.J.1004.201x.xxxxx.htm. (罗毅平, 周笔锋. 时滞扩散性复杂网络同步保性能控制[J/OL]. 自动化学报, [2014-09-18]. http://www.cnki.net/kcms/detail/10.3724/SP.J.1004.201x.xxxxx.html.)

[12] ZHANG D, CAI W, WANG Q. Robust non-fragile filtering for networked systems with distributed variable delays [J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(7): 4009 - 4022.

[13] LUO Y, LIU H. Guaranteed cost control of complex network with delay [J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(20): 48 - 51. (罗毅平, 刘欢. 时变时滞复杂动态网络的保性能控制[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(20): 48 - 51.)

[14] WANG X F, CHEN G. Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(1): 54 - 62.

[15] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. International Journal of Control, 1999, 63(4): 741 - 750.

[16] BOYD S, EI GHAOUI L, FERON E, *et al*. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: Society or Industrial and Applied Mathematics, 1994: 7 - 10.