

基于模拟退火的花朵授粉优化算法

肖辉辉^{1,2}, 万常选¹, 段艳明^{2*}, 钟青¹

(1. 江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013;

2. 河池学院 计算机与信息工程学院, 广西 宜州 546300)

(* 通信作者电子邮箱 yanhui0920@126.com)

摘要:针对花朵授粉算法寻优精度低、收敛速度慢、易陷入局部极小的不足,提出一种把模拟退火(SA)融入到花朵授粉算法中的混合算法。该算法通过SA的概率突跳策略使其避免陷入局部最优,并利用SA的全域搜索的性能增强算法的全局寻优能力。通过6个标准测试函数进行测试,仿真结果表明,改进算法在4个测试函数中能够找到理论最优值,其收敛精度、收敛速度、鲁棒性均比基本的花朵授粉算法(FPA)、蝙蝠算法(BA)、粒子群优化(PSO)算法及改进的粒子群算法有较大的提高;同时,对非线性方程组问题进行求解的算例应用也验证了改进算法的有效性。

关键词:花朵授粉算法;寻优性能;非线性方程组;模拟退火;适应度

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Flower pollination algorithm based on simulated annealing

XIAO Huihui^{1,2}, WAN Changxuan¹, DUAN Yanming^{2*}, ZHONG Qing¹

(1. School of Information Technology, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang Jiangxi 330013, China;

2. College of Computer and Information Engineering, Hechi University, Yizhou Guangxi 546300, China)

Abstract: A hybrid algorithm of Simulated Annealing (SA) and flower pollination algorithm was presented to overcome the problems of low-accuracy computation, slow-speed convergence and being easily relapsed into local extremum. The sudden jump strategy in SA was utilized to avoid falling into local optimum, and the global searching performance of SA was exploited to enhance the global searching ability of the hybrid algorithm. The hybrid algorithm was tested through six standard functions and compared to basic Flower Pollination Algorithm (FPA), Bat Algorithm (BA), Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm and improved PSO algorithm. The simulation results show that the optimal value of 4 functions were found by the hybrid algorithm with better convergence precision, convergence rate and robustness. At the same time, the experimental results of solving nonlinear equation group verify the validity of the hybrid algorithm.

Key words: Flower Pollination Algorithm (FPA); optimization performance; nonlinear equations; simulated annealing; fitness

0 引言

花朵授粉算法(Flower Pollination Algorithm, FPA)^[1]是英国剑桥大学学者Yang于2012年提出一种新型元启发式群智能优化算法。由于该算法实现简单、参数少、易调节,利用转换概率参数 p 实现了动态控制全局搜索和局部搜索之间相互转换的进程,较好地解决了全局搜索和局部搜索平衡问题,且同时采用了Levy飞行机制,使得其具有良好的全局寻优能力。目前,FPA已经在函数优化^[2]、文本聚类^[3]、无线传感网^[4]、电力系统^[5]等众多领域中得到广泛的应用。然而,该算法与蝙蝠算法、粒子群算法类似,也存在易陷入局部最优且进化后期收敛速度慢等不足。为此,众多国内外学者针对基本花朵授粉算法存在的缺陷进行改进:如Abdel-Raouf等^[6]把粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法融入到花

朵授粉算法中,利用PSO算法来提高FPA初始解的质量,从而提高算法的寻优精度和收敛速度;Wang等^[7]认为维数之间的相互影响,使得算法的收敛速度慢和解的质量不高,提出对解进行逐维改进和引入局部邻域搜索策略思想来对算法进行改进,改进算法在寻优速度和探索能力方面有所提高;Lenin等^[8]提出了基于混沌和声算法的花朵授粉优化算法,先采用混沌策略提高和声算法种群的多样性,再把和声算法的最优解作为花朵授粉算法的初始解,改进算法在寻优精度和解的质量得到一定程度的提升。上述这些改进虽在一定程度上提高了该算法的寻优能力,但在避免陷入局部极小、全局搜索能力、鲁棒性等方面仍存在不足,同时其应用领域还需扩展。

针对上述改进算法存在的缺陷和基本花朵授粉算法的局限性,本文提出一种把模拟退火(Simulated Annealing, SA)思

收稿日期:2014-11-16;修回日期:2014-12-22。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61173146);广西自然科学基金资助项目(2013GXNSFBA019022);广西新世纪教改项目(2013JGA217, 2014JGA211);河池学院青年科研课题(2012B-N005, 2012B-N007);河池学院教育教学改革项目(2014EB022)。

作者简介:肖辉辉(1977-),男,江西吉安人,讲师,博士研究生,主要研究方向:智能计算、数据挖掘、情感计算;万常选(1962-),男,江西南昌人,教授,博士生导师,博士,主要研究方向:Web数据管理、情感计算、数据挖掘、信息检索;段艳明(1978-),女,江西吉安人,讲师,硕士,主要研究方向:智能计算;钟青(1991-),女,江西赣州人,硕士研究生,主要研究方向:数据挖掘、情感计算。

想融入到花朵授粉算法中的混合算法——SFPA (Simulated Annealing FPA),该算法是在种群进入下一次迭代之前,利用模拟退火的概率突跳策略,使算法避免陷入局部极小;同时利用模拟退火的全域搜索的性能,增强算法的全局寻优能力。通过几种经典的测试函数和两个算例验证了改进算法的可行性和优越性,仿真实验结果表明,本文算法的解的质量有较大的提升,也能够有效地避免陷入局部最优。

1 花朵授粉算法

花朵授粉算法是模拟自然界中显花植物花朵传粉的过程,其理想条件假设如下:

1)生物异花授粉是带花粉的传粉者通过莱维飞行进行的全局授粉过程;

2)非生物自花授粉是局部授粉过程;

3)花的常性可以被认为是繁衍概率,繁衍概率与参与的两朵花的相似性成比例关系;

4)转换概率 $p \in [0,1]$ 控制全局授粉和局部授粉之间的转换,由于物理上的邻近性和风等其他因素的影响,在整个授粉活动中, p 是局部授粉的一个非常重要的部分。

然而,在现实的自然界中,每一棵显花植物可以开多朵花,每朵花产生数百万甚至数十亿的花粉配子。但是,为了把问题简单化,本文假设每棵显花植物仅仅只开一朵花,且每朵花仅仅产生一个花粉配子。因此,问题经过简化后,意味着一朵花或一个配子就对应于优化问题中的一个解。基于以上阐述,文献[1]描述了标准的花朵授粉算法的实现步骤。

2 SFPA

2.1 模拟退火算法

模拟退火(SA)算法^[9]是一种模拟物理中固体物质的退火过程的智能算法,该算法具有能找到全局最优解且收敛速度快的优点,其在搜索过程中具有概率突跳的特征,这使得该算法可以有效地避免陷入局部极小。该算法在搜索过程中除了可以获得好的解,同时还可以以一定的概率获得差的解,而此概率要受到温度参数的影响,其值的大小是随温度的下降而减小。

2.2 SFPA 的实现步骤

针对花朵授粉算法的不足,同时鉴于模拟退火算法的优点以及其易于和其他智能算法融合,构造出性能更优的群智能优化算法的特点,本文把模拟退火算法融入到花朵授粉算法中,以提高 FPA 的寻优能力。SFPA 实现过程的伪代码描述如下:

初始化花朵种群规模 N ,最大迭代次数 $iter_{max}$ 或者最小收敛精度 F_{min} ,转换概率 p 、初始温度 T 、退火常数 θ 。

在定义的 D 维空间中,随机产生 N 个初始解,并计算每个解的适应度值

While(小于最大迭代次数 $iter_{max}$ 或大于最小收敛精度 F_{min})

 求出当前温度下各个解的适应度值

 for $i = 1$ to N

 采用轮盘赌策略从所有解中确定全局最优的某个替代值 $best_plus$

 end

 for $i = 1$ to N

 if (转换概率 $p > rand$)

 进行全局搜索

 进行解的越界处理

 else

 进行局部搜索

 进行解的越界处理

 end

 计算新解对应的适应度值

 if (新解对应的适应度值 \leq 当前解的适应度值)

 更新当前解

 更新当前适应度值

 end

 if (新解对应的适应度值 \leq 当前的全局最优值)

 更新全局最优解

 更新全局最优值

 end

 end

 退温操作

end

输出结果

SFPA 详细的具体实施步骤如下:

Step1 初始化 SFPA 的各个参数,包括 N 、 p 、 T (初始温度)、 θ (退火常数)等参数。

Step2 计算每个解的适应度值,并求解出当前的全局最优值和其对应的最优解。

Step3 根据式(1)确定当前温度下各 $Sol(i)$ 的适应值:

$$TFu(Sol(i)) = \frac{e^{-(f(Sol(i)) - f(best))/T}}{\sum_{i=1}^n e^{-(f(Sol(i)) - f(best))/T}} \quad (1)$$

其中: $Sol(i)$ 是当前的一个解, $best$ 是全局最优解, T 是初始温度。

Step4 采用轮盘赌策略从所有 $Sol(i)$ 中确定全局最优的某个替代值 $best_plus$ 。

Step5 由条件($p > rand$)来判断,是否按式(2)~(3)对解进行更新,并对解进行越界处理;

$$L \sim \frac{\lambda \Gamma(\lambda) \sin(\pi\lambda/2)}{\pi} \frac{1}{s^{1+\lambda}}; s \gg s_0 > 0 \quad (2)$$

$$X_i^{t+1} = \varphi X_i^t + L(best_plus - X_i^t) \quad (3)$$

其中: $\varphi = \frac{2}{|2 - C - \sqrt{C^2 - 4C}|}$, C 是常数(本文中 $C = 6$ 或

4), $\lambda = 3/2$, $\Gamma(\lambda)$ 是标准的伽马函数。

Step6 判断条件($p < rand$),来决定是否按式(4)对解进行更新,并对解进行越界处理:

$$X_i^{t+1} = X_i^t + \delta(X_j^t - X_k^t) \quad (4)$$

其中: δ 是 $[0,1]$ 上服从均匀分布的随机数, X_j^t 、 X_k^t 是相同植物种类的不同花朵的花粉。

Step7 对 Step5 或者 Step6 新解对应的适应度值进行评估,若优,则更新当前解和当前适应度值;否则保留当前解和当前适应度值。

Step8 如果新解对应的适应度值比全局最优值优,则更新全局最优解和全局最优值。

Step9 退温操作。

Step10 判断结束条件,若满足,退出程序并输出最优值及最优解;否则转 Step3。

3 SFPA 性能仿真实验

为了验证本文算法的有效性,本文选择6个具有代表性的标准测试函数^[10-11]进行测试,并与FPA、PSO算法,以及蝙蝠算法(Bat Algorithm, BA)进行比较。本文测试函数如下:

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

该函数的全局 $\min(f_1(x)) = 0$ 在 $x_i = 0$ 处取得, $x_i \in [-100, 100]$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$$

该函数的全局 $\min(f_2(x)) = 0$ 在 $x_i = 0$ 处取得, $x_i \in [-5.12, 5.12]$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。

$$f_3(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$$

该函数的全局 $\min(f_3(x)) = 0$ 在 $x_i = 0$ 处取得, $x_i \in [-32.768, 32.768]$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。

$$f_4(x) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$$

该函数的全局 $\min(f_4(x)) = 0$ 在 $x_i = 0$ 处取得, $x_i \in [-600, 600]$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。

$$f_5(x) = \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2} - 0.5$$

该函数的全局 $\min(f_5(x)) = -1$ 在 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ 处取得, $x_i \in [-100, 100]$, $i = 1, 2$ 。

$$f_6(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n ix_i\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n ix_i\right)^4$$

该函数的全局 $\min(f_6(x)) = 0$ 在 $x_i = 0$ 处取得, $x_i \in [-5, 5]$, $i = 1, 2, \dots, n_0$ 。

实验测试平台为:操作系统为 Windows 7, CPU 为 Intel Core i3-2120, 主频为 3.30 GHz, 内存为 2 GB, 编程语言为 Matlab R2012b。SFPA 参数: $\theta = 0.5$, 转换概率 $p = 0.8$, $C = 6$ 或者 4, $\lambda = 1.5$; BA 参数: $A = 0.25$, $r = 0.5$, $\alpha = 0.95$, $\gamma = 0.05$; PSO 算法参数: $c1 = c2 = 2$, $w = 0.9$, 最大速度 $v_{\max} = 0.5$; FPA 参数: 转换概率 $p = 0.8$, $\lambda = 1.5$ 。

本文分别从固定迭代次数、固定收敛精度、寻优精度以及运行时间4个方面进行实验对比。

3.1 固定迭代次数的寻优性能分析

为了确保评价的公平性及客观性,在测试中,4种算法的种群数都取20,独立运行50次,最大迭代次数为500,在实验中,如果理论最优值与实际获得的最优值误差小于0.001,认为寻优成功。

从表1可看出:SFPA与FPA、BA、PSO相比,对于函数 $f_1 \sim f_6$, SFPA的最优值、平均值、最差值、标准差和寻优成功率远远好于其他3种算法,且对于其中4个函数, SFPA能找到理论最优值,而其他3种算法没找到。这说明无论从寻优精度、收敛速度还是鲁棒性, SFPA都取得较大幅度的提高;同时也表明在优化高维多极值的复杂优化问题时, SFPS算法在搜索过程中更能有效地避免陷入局部极小。

为了直观地反映4种算法的寻优精度和收敛速度,图1是4种算法在不同维数下的6个不同测试函数收敛曲线图。从图1可看出:在绝大部分函数中, SFPA具有更高的寻优精度和更快的收敛速度,尤其从图1(a)、(b)、(d)可以得知,

表1 4种算法在固定迭代次数下的寻优性能比较

函数	维数	算法	最优值	平均值	最差值	标准差	寻优成功率/%
f_1	30	PSO	1.579 0E-01	6.647 0E-01	1.428 0E+00	2.740 0E-01	0
		BA	1.596 2E+04	7.607 7E+04	1.686 6E+05	3.714 1E+04	0
		FPA	1.078 3E+03	2.569 6E+03	3.770 7E+03	5.755 9E+02	0
		SFPA	0	0	0	0	100
f_2	50	PSO	1.489 3E+02	2.259 1E+02	2.886 6E+02	2.955 7E+01	0
		BA	1.551 9E+02	4.369 3E+02	8.803 9E+02	1.555 7E+02	0
		FPA	4.287 2E+02	5.181 0E+02	6.140 3E+02	3.751 9E+01	0
		SFPA	0	0	0	0	100
f_3	30	PSO	4.976 9E+00	8.207 6E+00	1.165 5E+01	1.420 0E+00	0
		BA	1.692 2E+01	1.901 8E+01	1.993 0E+01	7.008 0E-01	0
		FPA	1.568 2E+01	1.809 2E+01	1.989 8E+01	1.051 5E+00	0
		SFPA	8.881 8E-16	8.881 8E-16	8.881 8E-16	0	100
f_4	50	PSO	8.886 4E+02	1.039 0E+03	1.203 9E+03	7.320 9E+01	0
		BA	5.368 0E+02	1.385 1E+03	2.654 0E+03	5.861 5E+02	0
		FPA	1.649 1E+02	3.206 8E+02	5.107 8E+02	8.162 1E+01	0
		SFPA	0	0	0	0	100
f_5	2	PSO	-1	-9.954 7E-01	-9.902 8E-01	4.842 7E-03	52
		BA	-9.627 8E-01	-6.138 6E-01	-5.036 2E-01	1.395 4E-01	0
		FPA	-9.998 8E-01	-9.918 0E-01	-9.902 8E-01	2.806 0E-03	0
		SFPA	-1	-9.999 7E-01	-9.996 1E-01	5.818 6E-05	100
f_6	50	PSO	3.440 5E+00	5.556 9E+00	9.854 9E+00	1.477 0E+00	0
		BA	4.253 0E+01	5.989 1E+04	1.009 8E+06	2.159 3E+05	0
		FPA	4.882 9E+01	8.913 7E+01	1.742 6E+02	2.970 0E+01	0
		SFPA	2.331 7E-86	6.487 2E-81	1.415 5E-79	2.473 7E-80	100

SFPA 分别迭代到 396 次、21 次、21 次就找到了理论最优值,但其他 3 种算法无法找到理论最优值。这表明,SFPA 的优化过程提速了,寻优精度提高了。

综上所述,SFPA 与 FPA、PSO 算法、BA 相比,寻优性能得到了明显提升,也验证了 SFPA 是可行的。

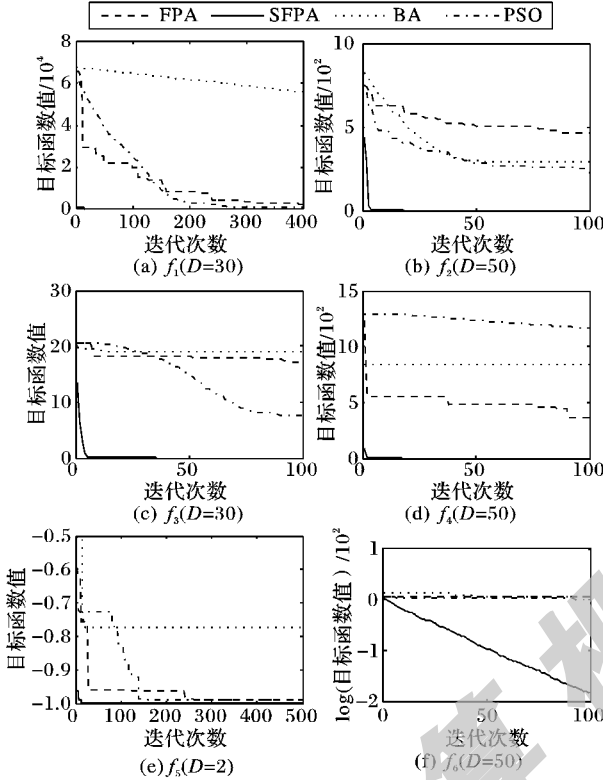


图1 $f_1 \sim f_6$ 收敛曲线

为进一步展示本文算法的优势,即在求解高维多极值优化函数的最优解时,不会随着复杂高维多极值优化函数维数的逐渐增大而陷入“维灾难”。图2是函数在 $f_1 \sim f_6$ 在 $D=100, 500, 1000, 10000$ 时的收敛曲线图,表2是 SFPA 在高维函数上的性能分析。从图2和表2可看出:SFPA 在低维度时的寻优精度跟在高维度下的求解精度相差不明显,只是在高维度情况下,该算法的收敛速度会受到较小的影响。这表明,SFPA 相比其他智能算法,在优化高维度的复杂函数时,寻优性能更好。

表2 SFPA 在高维函数上的性能分析

函数	维数	最优值	平均值	最差值	标准差
f_1	1000	0	1.2253E-315	2.3240E-314	0
f_2	1000	0	0	0	0
f_3	1000	8.8818E-16	8.8818E-16	8.8818E-16	0
f_4	1000	0	0	0	0

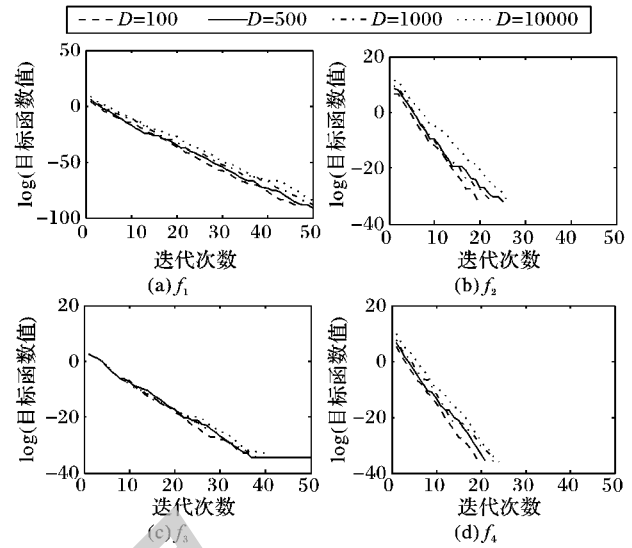


图2 $f_1 \sim f_4$ 在高维上的收敛曲线

3.2 固定收敛精度的性能分析

为了验证本文算法的收敛性,每个函数在固定收敛精度下,独立运行 20 次,取其最小收敛代数、平均收敛代数及成功率与 FPA、PSO 算法和 BA 进行对比,其结果如表3所示。实验参数设置为:4 种算法的种群数设为 20;函数维数设为 10 或 2;最大迭代次数设为 3000,在实验中迭代次数超过这个值,认为寻优失败。

从表3可看出:对于函数 $f_1 \sim f_6$, SFPA 的成功率、平均收敛代数及最小收敛代数都显著优于 PSO 算法、BA 和 FPA;尤其对于函数 f_2 , PSO 算法、FPA 和 BA 无法收敛到固定的收敛精度,而 SFPA 只要迭代 7 次,就能收敛到固定的收敛精度。实验结果表明,本文算法的收敛性、鲁棒性得到明显的提高。

3.3 鲁棒性和寻优精度对比

为了进一步验证本文算法的鲁棒性和寻优精度,证明本文算法的优势,与 PSO-RM (PSO algorithm with variable Random functions and Mutation)^[12]、PSO_CG (PSO algorithm with Conjugate Gradient method)^[13]、DMP SO (PSO algorithm with Double-flight Mode)^[14] 以及 DDIFPA (FPA with Dimension by Dimension Improvement)^[7] 进行对比,其中本文算法的参数设为:维数为 100,其余参数设置同 3.1 节;文献[12]中函数 $f_1 \sim f_4$ 的搜索范围分别为 $\pm 100, \pm 5.12, \pm 32, \pm 600$,维数为 30,种群数为 30,迭代次数都为 10^5 ;文献[13]中函数 $f_1 \sim f_4$ 的搜索范围分别为 $\pm 100, \pm 5.12, \pm 32, \pm 600$,维数为 100,种群数为 100,迭代次数都为 1000;文献[14]中函数 $f_1 \sim f_4$ 的搜索范围分别为 $\pm 5.12, \pm 5.12, \pm 30, \pm 600$,维数为 50,种群数

表3 固定精度下的最小收敛代数、平均收敛代数和成功率对比

函数	维数	固定精度	最小收敛代数				平均收敛代数				成功率/%			
			SFPA	FPA	POS	BA	SFPA	FPA	POS	BA	SFPA	FPA	POS	BA
f_1	10	1.0E-03	7	1197	433	1130	7.15	1.4779E+03	5.6790E+02	2.9558E+03	100	100	100	55
f_2	10	1.0E-03	6	—	—	—	6.90	—	—	—	100	0	0	0
f_3	10	1.0E-02	7	—	674	—	7.00	—	9.0205E+04	—	100	0	5	0
f_4	10	1.0E-02	4	732	—	—	4.20	9.8565E+02	—	—	100	100	0	0
f_5	2	1.0E-02-1	3	104	54	—	13.10	2.4625E+02	1.2215E+02	—	100	100	100	0
f_6	10	1.0E-04	5	964	808	257	5.70	1.1076E+03	1.2169E+03	1.7737E+03	100	100	100	90

注:“—”表示寻优失败。

为30,迭代次数分别为500(f_1)和2000($f_2 \sim f_4$);文献[7]中函数 $f_1 \sim f_4$ 的搜索范围分别为 $\pm 100, \pm 5.12, \pm 32, \pm 600$,维数为30,种群数为50,迭代次数分别为1500,3000,1500,2000。实验仿真结果如表4所示。由表4得知,本文算法在实

验条件(如种群数、维数、迭代次数及函数变量范围)更严格的情况下,对于函数 $f_1 \sim f_4$,本文算法的平均值、标准差远远好于参考文献中的算法,这说明,本文算法是有更强的鲁棒性和更高的收敛精度,也表明本文算法是有效可行的。

表4 平均值和标准差的比较

函数	指标	PSO-RM	PSO_CG	DMP SO	DDIFPA	SFPA
f_1	平均值	0	0	2.602520E-133	4.62E-289	0
	标准差	0	—	1.389667E-132	0	0
f_2	平均值	3.22E-14	1.96502E+01	3.979836E+00	0	0
	标准差	8.66E-14	—	1.349628E+01	0	0
f_3	平均值	1.13E-14	1.73700E-01	1.140421E-14	4.44E-15	8.88E-16
	标准差	9.12E-15	—	8.672115E-15	0	0
f_4	平均值	9.40E-03	4.72680E-13	3.774758E-17	0	0
	标准差	9.60E-03	—	9.049510E-17	0	0

注:“—”表示参考文献中没有提供该值。

3.4 SFPA的时间复杂度分析

对于一种优秀的群智能算法,一方面要有好的寻优性能,另一方面要求时间复杂度低。本文采用了上述6个测试函数进行仿真实验,实验参数设置同3.1节,实验结果如表5所示。从表5可看出:SFPA的最小运行时间、平均运行时间都比较短,但比FPA略长一些。这表明,本文算法是可行的。

表5 SFPA与FPA的运行时间对比

函数	维数	最小运行时间/s		平均运行时间/s	
		SFPA	FPA	SFPA	FPA
f_1	30	0.2163	0.2006	0.2346	0.2180
f_2	50	0.2435	0.2258	0.2686	0.2552
f_3	30	0.2329	0.2176	0.2558	0.2400
f_4	50	0.4926	0.4675	0.5417	0.4993
f_5	2	1.0494	0.8624	1.1431	0.9526
f_6	50	0.2557	0.2303	0.2940	0.2556

4 求解非线性方程组问题

为了进一步验证本文算法的可行性、有效性及其优势,本

章利用SFPA和FPA分别对实际工程等领域中的非线性方程组进行求解对比测试,求解的非线性方程组^[15-16]如下:

例1

$$\begin{cases} (x_1 - 5x_2)^2 + 40\sin^2(10x_3) = 0 \\ (x_2 - 2x_3)^2 + 40\sin^2(10x_1) = 0 \\ (3x_1 + x_3)^2 + 40\sin^2(10x_2) = 0 \end{cases}$$

其中:理论解为: $x^* = (0,0,0)^T, x \in [-1,1]$ 。

例2

$$\begin{cases} 821x_1^2 - 263x_2x_3 + 661 = 0 \\ 613x_1x_3 - 977x_1x_2 - 268 = 0 \\ 977x_1x_3 + 373x_1 - 647x_2x_3 - 811 = 0 \end{cases}$$

其中:理论解为: $x^* = (2,3,5)^T, x \in [0,10]$ 。

两种算法的求解对比结果如表6所示。由表6可看出,对于例1,SFPA的求解结果显著优于FPA;对于例2,虽然两种算法的求解成功率都是100%,但SFPA求解的精度要优于FPA。这说明,本文算法是有效可行的,同时也表明本文算法的寻优性能优于FPA。

表6 SFPA和FPA的求解对比结果

算例	算法	理论精确解	成功搜索次数	成功率/%	x_1 平均值	x_2 平均值	x_3 平均值
例1	FPA	$(0,0,0)^T$	0	0	1.4639E-01	1.2447E-02	2.6617E-01
	SFPA	$(0,0,0)^T$	50	100	5.8157E-137	5.2184E-137	2.8104E-137
例2	FPA	$(2,3,5)^T$	50	100	2.000025198177	3.000036669608	5.000054762919
	SFPA	$(2,3,5)^T$	50	100	2.000024440225	3.000036165071	5.000045747781

5 结语

花朵授粉算法是一种新型的元启发式群智能算法,FPA与现有的智能算法一样,存在收敛精度低、收敛速度慢、易陷入局部最优等缺陷。针对该算法存在的不足,本文提出了把模拟退火融入到花朵授粉算法中的混合算法(SFPA)。仿真实验结果表明,改进算法的寻优性能得到了较大幅度的提升,也在一定程度上能够有效地跳出局部最优。FPA中参数 p 的值是固定的,在今后的研究工作中,将研究 p 是否可以以更复杂的形式变化;同时FPA中的步长是否也可以以更灵活的形式变化,以便提高算法的寻优性能;如何将花朵授粉算法转换成能处理离散型问题的改进型花朵授粉算法,且将其应用于组合优化领域也有待推广。

参考文献:

- [1] YANG X. Flower pollination algorithm for global optimization[C]// Proceedings of the 11th International Conference on Unconventional Computation and Natural Computation, LNCS 7445. Berlin: Springer-Verlag, 2012: 240-249.
- [2] YANG X-S, KARAMANOGU M, HE X. Multi-objective flower algorithm for optimization[J]. International Conference on Computations Science, 2013, 18: 861-868.
- [3] KAUR M, KAUR N. Text clustering using PBO algorithm for analysis and optimization[J]. International Journal of Current Engineering and Technology, 2014, 4(6): 3876-3878.
- [4] SHARAWI M, EMARY E, SAROIT I A, et al. Flower pollination optimization algorithm for wireless sensor network lifetime global optimization[EB/OL]. [2010-10-10]. <http://www.ijsee.org/attachments/File/v4i3/C2289074314.pdf>. (下转第1070页)

- 网络中频谱分配算法[J]. 电子学报, 2012, 40(1): 147 - 154.)
- [4] TRAGOS E Z, ZEADALLY S, ALEXANDROS A G, *et al.* Spectrum assignment in cognitive radio networks: a comprehensive survey [J]. IEEE Communications and Surveys and Tutorials, 2013, 15(3): 1108 - 1135.
- [5] PENG C, ZHENG H, ZHAO B. Utilization and fairness in spectrum assignment for opportunistic spectrum access [J]. Mobile Networks and Applications, 2009, 11(4): 555 - 576.
- [6] ZHAO Z, PENG Z, ZHENG S, *et al.* Cognitive radio spectrum allocation using evolutionary algorithms [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(9): 4421 - 4425.
- [7] GAO H, CAO J. Quantum-inspired bee colony optimization algorithm and its application for cognitive radio spectrum allocation [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2012, 34(12): 1126 - 1132. (高洪元, 曹金龙. 量子蜂群算法及其在认知频谱分配中的应用 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2012, 34(12): 1126 - 1132.)
- [8] XIE L, ZENG J. Physicomimetics method for global optimization [J]. Journal of Computer Research and Development, 2011, 48(5): 848 - 854. (谢丽萍, 曾建潮. 基于拟态物理学方法的全局优化算法 [J]. 计算机研究与发展, 2011, 48(5): 848 - 854.)
- [9] LI H, ZHANG X, LI L. A hybrid deployment algorithm based on clonal selection and artificial physics optimization for wireless sensor network [J]. Information Technology Journal, 2013, 12(3): 917 - 925.
- [10] ZHAN X, XIANG T, CHEN H, *et al.* Vulnerability assessment and reconfiguration of microgrid based on search vector artificial physics optimization algorithm [J]. Transactions of China Electro-technical Society, 2014, 45(11): 21 - 26. (詹昕, 向铁元, 陈红坤, 等. 基于搜索矢量拟态物理学算法的微电网脆弱性评估及重构 [J]. 电工技术学报, 2014, 45(11): 21 - 26.)
- [11] WANG Y, ZENG J. Multi-objective optimization algorithm based on artificial physics optimization [J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1040 - 1044. (王艳, 曾建潮. 一种基于拟态物理学优化的多目标优化算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1040 - 1044.)
- [12] CHEN J, WU J, LI H. Spectrum allocation algorithm based on user allocation and load [J]. Journal of Software, 2013, 24(7): 1638 - 1649. (陈剑, 吴建平, 李贺武. 基于用户分配和负载的频谱分配算法 [J]. 软件学报, 2013, 24(7): 1638 - 1649.)
- [13] CHAI Z, WANG B, LI Y. Spectrum allocation of cognitive radio network based on artificial physics optimization [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(22): 228802. (柴争义, 王秉, 李亚伦. 拟态物理学优化的认知无线网络频谱分配 [J]. 物理学报, 2014, 63(22): 228802.)
- [14] CHAI Z, LIU F. Spectrum allocation of cognitive wireless network based on immune clone selection optimization [J]. Journal on Communications, 2010, 31(11): 92 - 100. (柴争义, 刘芳. 基于免疫克隆选择优化的认知无线网络频谱分配 [J]. 通信学报, 2010, 31(11): 92 - 100.)
- [15] LIU S, CHEN Z, KUANG Z. Spectrum allocation algorithm in cognitive radio based on immune-clonal-selection and difference [J]. Computer Engineering and Science, 2014, 36(9): 1466 - 1471. (刘升, 陈志刚, 邝祝芳. 认知无线电中结合差异性的免疫克隆优化频谱分配算法 [J]. 计算机工程与科学, 2014, 36(9): 1466 - 1471.)
-
- (上接第 1066 页)
- [5] PRATHIBA R, MOSES M B, SAKTHIVEL S. Flower pollination algorithm applied for different economic load dispatch problems [J]. International Journal of Engineering and Technology, 2014, 6(2): 1009 - 1016.
- [6] ABDEL -RAOUF O, ABDEL -BASET M, EL -HENAWY I. A new hybrid flower pollination algorithm for solving constrained global optimization problems [J]. International Journal of Applied Operational Research, 2014, 4(2): 1 - 13.
- [7] WANG R, ZHOU Y. Flower pollination algorithm with dimension by dimension improvement [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: Article ID 481791.
- [8] LENIN K, REDDY B R, KALAVATHI M S. Shrinkage of active power loss by hybridization of flower pollination algorithm with chaotic harmony search algorithm [J]. Control Theory and Informatics, 2014, 4(8): 31 - 38.
- [9] METROPOLIS N, ROSENBLUTH A W, ROSENBLUTH M N, *et al.* Equation of state calculations by fast computing machines [J]. Journal of Chemical Physics, 1953, 56(21): 1087 - 1092.
- [10] LI M, CAO D. Hybrid optimization algorithm of cuckoo search and DE [J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(9): 57 - 60. (李明, 曹德欣. 混合 CS 算法的 DE 算法 [J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(9): 57 - 60.)
- [11] LIU J, ZHOU Y. Glowworm swarm optimization algorithm based on max-min luciferin [J]. Application Research of Computers, 2011, 28(10): 3662 - 3664. (刘佳昆, 周永权. 一种最大最小萤火虫值人工萤火虫算法 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28(10): 3662 - 3664.)
- [12] ZHOU X-J, YANG C-H, GUI W-H, *et al.* A particle swarm optimization algorithm with variable random function and mutation [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1339 - 1347.
- [13] LIANG X, LI D. Hybrid PSO algorithm with conjugate gradient methods [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2014, 35(4): 835 - 839. (梁昔明, 李德生. 嵌入共轭梯度法的混合粒子群优化算法 [J]. 小型微型计算机系统, 2014, 35(4): 835 - 839.)
- [14] LI J, WANG Y, LI C. Particle swarm optimization algorithm with double-flight modes [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2014, 27(6): 533 - 539. (李景洋, 王勇, 李春雷. 采用双模飞行的粒子群优化算法 [J]. 模式识别与人工智能, 2014, 27(6): 533 - 539.)
- [15] ZHANG J, WANG X, LIU S, *et al.* Particle swarm optimization for solving nonlinear equation and system [J]. Computer Engineering and Applications, 2006, 42(7): 56 - 58. (张建科, 王晓智, 刘三阳, 等. 求解非线性方程及方程组的粒子群算法 [J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(7): 56 - 58.)
- [16] CHEN F, YANG W. Interval algorithm for solving algebraic equations in the application of Wu elimination method [J]. Science in China, Series A: Mathematics, 2005, 35(8): 910 - 921. (陈发来, 杨武. 区间算法在吴消元法解代数方程组中的应用 [J]. 中国科学, A 辑: 数学, 2005, 35(8): 910 - 921.)