

# 基于梯度角度的直方图局部特征描述子的图像匹配算法

方智文<sup>1,2</sup>, 曹治国<sup>1\*</sup>, 朱磊<sup>1</sup>

(1. 华中科技大学 自动化学院, 武汉 430074; 2. 湖南人文科技学院 能源与机电工程系, 湖南 娄底 417000)

(\* 通信作者电子邮箱 zgcao@mail.hust.edu.cn)

**摘要:**针对传统的局部特征描述子在图像匹配效果和效率上很难兼顾的问题,提出了一种基于梯度角度的直方图(HGA)的图像匹配算法。该算法先通过加速片段测试特征(FAST)获取的图像关键点,然后采用块梯度计算和飞镖靶型结构对局部区域的结构特征进行描述。HGA有效地实现了在旋转、模糊、亮度等多种变换下的良好匹配性能,并在一定程度上具备抗仿射变换的能力。在各种复杂场景下,与高速鲁棒描述子(SURF)、尺度不变特征转换(SIFT)和FAST定向的抗旋转二进制鲁棒独立基元特征(BRIEF)描述子(ORB)进行的实验对比表明基于梯度角度的直方图局部特征描述子达到了匹配效果和效率的均衡,算法时间约为SIFT的1/3,点对匹配准确率均在94.5%以上。

**关键词:**角度直方图;局部特征描述子;多自由度;结构特征;图像匹配

**中图分类号:** TP391.4 **文献标志码:** A

## Image matching algorithm based on histogram of gradient angle local feature descriptor

FANG Zhiwen<sup>1,2</sup>, CAO Zhiguo<sup>1\*</sup>, ZHU Lei<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hunan 430074, China;

2. Department of Energy and Electrical Engineering, Hunan University of Humanities, Science and Technology, Loudi Hunan 417000, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that it is difficult to leverage the performances of effect and efficiency, an image matching algorithm based on the Histogram of Gradient Angle (HGA) was proposed. After obtaining the key points by Features from Accelerated Segment Test (FAST), the block gradient and the new structure as dartboards were introduced to describe the local structure feature. The image matching algorithm based on HGA can work against the rotation, blur and luminance and overcome the affine partly. The experimental results, compared with Speeded Up Robust Feature (SURF), Scale Invariant Feature Transform (SIFT) and ORB (Oriented FAST and Rotated Binary Robust Independent Elementary Features (BRIEF)) in the complex scenes, demonstrate that the performance of HGA is better than other descriptors. Additionally, HGA achieves an accuracy of over 94.5% with only 1/3 of the time consumption of SIFT.

**Key words:** Histogram of Gradient Angle (HGA); local descriptor; multi-degree of freedom; structure information; image matching

## 0 引言

图像匹配是图像检索系统和目标识别的关系技术,被广泛应用于医学图像、遥感图像、机器人视觉、导航、目标识别与跟踪等领域<sup>[1-3]</sup>。图像匹配指针对不同拍摄条件、不同拍摄视角下、不同谱段下获取的两张或多张图像,找到图像间的空间变换,建立图像间的对应关系。图像匹配算法大致分为三类:基于灰度信息的图像匹配方法<sup>[4]</sup>、基于边缘信息的图像匹配方法<sup>[5]</sup>和基于局部特征的图像匹配方法<sup>[6-7]</sup>。基于灰度信息的匹配算法的匹配性能主要取决于搜索的策略和相似性度量算法,但对图像的旋转、模糊、亮度、视角等变换比较敏感;基于边缘信息的图像匹配方法,如线特征<sup>[8]</sup>、边缘链码<sup>[9]</sup>等,对图像的边缘提取的准确性要求较高,使得该类方法的鲁棒性欠佳。因此,目前较多的方法是基于局部特征的图像匹配方法,如基于纹理特征的局部二值模式(Local Binary Patterns, LBP)<sup>[10]</sup>图像匹配方法、基于局部直方图尺度不变特征转换(Scale Invariant Feature Transform, SIFT)<sup>[11]</sup>的图像

匹配方法,针对效率的高速鲁棒描述子(Speeded Up Robust Feature, SURF)<sup>[12]</sup>和加速片段测试特征(Features from Accelerated Segment Test, FAST)定向的抗旋转二进制鲁棒独立基元特征(Binary Robust Independent Elementary Features, BRIEF)描述子(Oriented FAST and Rotated BRIEF, ORB)<sup>[13]</sup>。图像的局部特征在不同情况的图像中有较好的稳定性,因此,局部特征描述子在同谱和异谱图像匹配中得到较大的发展。

LBP通过局部的二值模式对局部区域的纹理特征进行较好的描述,LBP记录像素点与其周围像素点的对比信息,但基于LBP的图像匹配算法在旋转变换时的鲁棒性较弱。Lowe<sup>[11]</sup>提出的尺度不变特征转换(SIFT)算子,提取高斯尺度空间(Difference of Gauss, DoG)的3维局部极值点作为关键点,统计关键点附近4×4个子区域各自8个方向的梯度方向直方图,构建128维的特征描述子,并在关键点描述子空间进行匹配,该算法对图像的旋转、亮度变化、较小视角变化等保持不变。SIFT算法针对多种不同的场景都具有较好的鲁棒性,但因其需要多次进行与不同方差的高斯核进行卷积操作

收稿日期:2014-10-20;修回日期:2014-12-18。

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2014M562028);湖南省教育厅项目(14C0599)。

作者简介:方智文(1983-),男,湖南长沙人,讲师,博士,主要研究方向:图像处理、机器学习;曹治国(1964-),男,湖北武汉人,教授,博士,主要研究方向:自动目标识别、机器学习;朱磊(1982-),男,湖北武汉人,讲师,博士,主要研究方向:图像处理、机器学习。

形成图像金字塔以及进行梯度直方图统计,并附加了插值和加权计算,使算法的复杂度较高,实时性较差。Bay等<sup>[12]</sup>提出的SURF采用的是海森矩阵行列式近似值图像,并且通过统计区域的Haar小波特征获取64维的特征描述子,大大提升了运算的效率;但因特征维度的减少,对关键点的描述能力下降,导致点特征匹配的性能被弱化。ORB<sup>[13]</sup>通过二值化描述子,进一步提升了匹配的效率,目前广泛应用于移动终端设备;但因二值化带来的描述能力减弱,也大大降低了点匹配的准确率。

为了弥补上述算法的不足,本文提出了一种基于梯度角度的直方图(Histogram of Gradient Angle, HGA)特征描述子的图像匹配算法。该匹配算法采用高速局部特征FAST(Features from Accelerated Segment Test)<sup>[14]</sup>的关键点提取算法对图像的关键点进行提取,通过对关键点邻域内的梯度角度信息进行直方图统计,构建描述大结构信息的特征描述子,避免了SIFT算法中梯度幅度插值计算和归一化操作,提升了算法的运算效率。同时,HGA采用的多独立环形结构有效地保留了局部区域的丰富信息,在图像匹配中保持了较高的匹配准确率,达到图像匹配效果和效率上的平衡,有更高的实用价值。

## 1 HGA 算法

### 1.1 特征点提取

特征点的提取需要能反映图像中关键的结构、光照等特征,同时需要性能稳定。FAST特征点具有以上特点并且运算效率高,其定义是基于特征点周围的图像灰度信息,具有一定的物理意义<sup>[14]</sup>。定义如式(1)所示:

$$N = \sum_{x \in \text{circle}(p)} |I(x) - I(p)| > \varepsilon_d \quad (1)$$

其中: $I(x)$ 为圆周上任意一点的灰度; $I(p)$ 为圆心的灰度; $\varepsilon_d$ 为灰度值差的阈值。当 $N$ 大于给定阈值时,圆点 $p$ 点则为特征点。

### 1.2 梯度角度计算

HGA描述子主要关注区域内结构信息,因此为了更好地克服区域内噪声的干扰(如模糊、压缩损失等),梯度角度信息采用块梯度的方式进行,如图1所示。以关键点为中心,以 $r=9$ 为半径构建特征点的梯度邻域。以左右

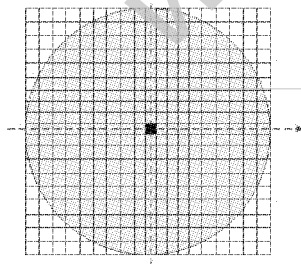


图1 特征点的块梯度结构图

半圆的梯度均值差作为特征点 $x$ 方向的梯度,以上下半圆的梯度均值差作为特征点 $y$ 方向的梯度。

### 1.3 贡献矩阵

点特征描述子的关键在于如何使用点周围的特征进行邻域信息的表达,使得其图像特征有较强的区分性,同时又要兼顾运算的效率。HGA描述子采用对图像像素点的梯度角度值进行直方图统计的方法来描述特征点,舍弃了梯度幅度值能有效地克服图像光照的变化。但在图像中存在一些平坦区域的像素点,因其邻域内灰度值相同,使得像素点的梯度角度值在图像发生旋转时不会跟随旋转产生变化,针对该问题设

计贡献矩阵 $C$ ,用来标记对直方图统计有贡献的点。输入图像为 $I_0$ ,对图像 $I_0$ 进行角度 $\varphi$ 旋转得到 $I_\varphi$ ,计算 $I_0$ 、 $I_\varphi$ 的梯度角度矩阵 $A_0$ 、 $A_\varphi$ ;并将 $A_\varphi$ 按原旋转角度复原至和原图像排列顺序一样的矩阵,得 $A_\varphi^T$ ,将 $A_0$ 和 $A_\varphi^T$ 中不变的位置在贡献矩阵中标记为0,其他位置标记为1,得到贡献矩阵 $C$ ,如式(2)所示:

$$c_{i,j} = \begin{cases} 0, & a_{i,j} = a_{i,j}^{\varphi T} \\ 1, & a_{i,j} \neq a_{i,j}^{\varphi T} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $c_{i,j}$ 为贡献矩阵中的元素, $a_{i,j}$ 为 $A_0$ 中的元素, $a_{i,j}^{\varphi T}$ 为 $A_\varphi^T$ 的元素。贡献矩阵需要快速判断平坦区域,因此为了避免图像旋转时产生插值计算,可取 $\varphi = \arg(\text{mod}(\varphi, 90) = 0)$ 。在以下实验中, $\varphi = 180^\circ$ 。

为方便角度直方图的统计计算,将 $360^\circ$ 进行 $n_b = 8$ 等分,梯度角度矩阵 $A_0$ 中的元素按照对应的区间进行编号,得到矩阵 $B_0 = \{b_{i,j} \in [0, 7]\}$ ,如式(3)所示:

$$b_{i,j} = \text{floor}(a_{i,j} \times b_n / 2\pi) \quad (3)$$

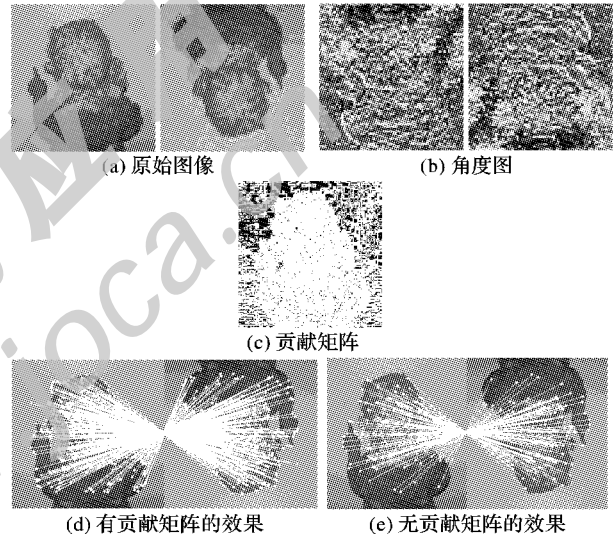


图2 贡献矩阵效果图

### 1.4 HGA 描述子

本文在对特征点邻域的局部特征进行特征描述时,采用飞镖靶型的结构。每环具有独立主方向,可以更好在单尺度下对抗图像的仿射变换。以特征点为中心, $R=20$ 为半径构造关键点邻域,计算邻域内像素点个数 $N$ ,选定环数 $n_c=5$ ,每个环中的扇形个数 $n_s=8$ ,以 $N/n_c$ 等分像素点的方式对邻域进行环分区,每个环的宽度不一样,但像素点数是近似相等,相比等间隔环具有更好的抗仿射性能。HGA描述子结构如图3所示。

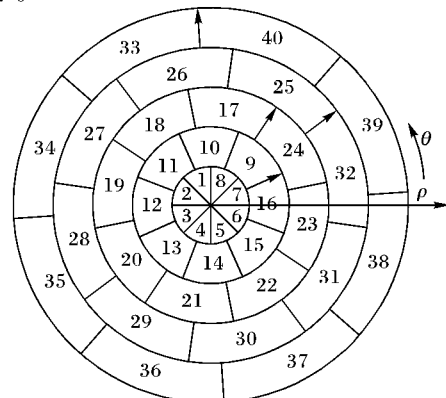


图3 HGA描述子结构

结合贡献矩阵对每个环进行角度的直方图统计得  $\{h_0^i, h_1^i, \dots, h_{n_b-1}^i\} (i \in [1, n_c])$ , 并对贡献矩阵中  $c_{i,j} = 1$  的角度值进行统计。按式(4)对每个环独立进行主方向的计算, 并以主方向为起始位置将本环分为  $n_s$  个扇区。

$$\theta^i = \begin{cases} \arctan \left( \frac{\sum_j h_j^i \times \cos \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)}{\sum_j h_j^i \times \sin \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)} \right), \\ \arctan \left( \frac{\sum_j h_j^i \times \cos \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)}{\sum_j h_j^i \times \sin \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)} \right) \geq 0 \\ \arctan \left( \frac{\sum_j h_j^i \times \cos \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)}{\sum_j h_j^i \times \sin \left( j \times \frac{2\pi}{n_b} \right)} \right) + 2\pi, \\ \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\theta^i$  为第  $i$  个环的主方向,  $\theta^i \in [0, 2\pi)$ ,  $i \in [1, n_c]$ ,  $j \in [0, n_b - 1]$ ,  $\arctan$  的结果区间取  $(-\pi, \pi]$ 。通过式(5)将  $\theta^i$  映射到  $\theta_b^i$ :

$$\theta_b^i = \theta^i \times n_b / 2\pi \quad (5)$$

每个环中各像素对应的梯度角度 bin 值  $b_{i,k}$  依据本环的主方向进行方向值调整, 如式(6)所示:

$$b'_{i,k} = \begin{cases} \text{floor}(b_{i,k} - \theta_b^i), & b_{i,k} \geq \theta_b^i \\ \text{floor}(b_{i,k} - \theta_b^i + n_b), & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $b_{i,k}$  为第  $i$  个环的第  $k$  个像素的梯度角度 bin 值,  $b'_{i,k}$  为按主方向调整后的值。将调整后的值从该环的主方向开始逆时针进行每个扇区的直方图统计, 每个扇区的特征维度为  $n_b$ , HGA 特征描述子的特征维度为  $n_c \times n_s \times n_b$ 。为了提升特征子的提取效率, 对邻域中像素点进行从圆心向外逆时针排序并编号, 运算过程中通过检索编号来定位像素位置并获取环号、坐标位置、角度值、是否为贡献点等信息。

### 1.5 特征点匹配

特征点提取后, 本文采用欧氏距离进行相似性度量。设点  $A$  的特征描述子为  $\mathbf{Q}_A$ , 点  $B$  的特征描述子为  $\mathbf{Q}_B$ , 则  $\mathbf{Q}_A$  和  $\mathbf{Q}_B$  的欧氏距离为  $\text{dis}(\mathbf{Q}_A, \mathbf{Q}_B) = \sqrt{\sum (a_i - b_i)^2}$ , 其中  $\mathbf{Q}_A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ ,  $\mathbf{Q}_B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ 。针对每个关键点  $A$ , 在待匹配的图像中找到距离最近  $B_1$  和次近的点  $B_2$ , 若  $\text{dis}(\mathbf{Q}_A, \mathbf{Q}_{B_1}) < \theta \times \text{dis}(\mathbf{Q}_A, \mathbf{Q}_{B_2})$ , 则认为  $B_1$  为  $A$  的初始匹配点, 其中  $\theta$  为阈值, 用来度量最小距离和次小距离之间的比例关系。对所有点遍历, 得到对应的初始匹配点对, 再通过用随机一致性检验 (RANdom SAmple Consensus, RANSAC)<sup>[15]</sup> 去除错误的匹配点。

## 2 实验与分析

为了验证 HGA 算法的性能, 将 HGA 与 SIFT<sup>[11]</sup>、SURF<sup>[12]</sup> 和 ORB<sup>[13]</sup> 算法进行对比实验, 采用了牛津大学视觉几何组 (Visual Geometry Group, VGG) 提供的 Affine Covariant Regions Datasets 标准数据集和项目组采集数据集, VGG 提供的数据集包括模糊、多视角以及 JPEG 压缩等情况下的图像数据, 项目组采集的数据集为室内场景。特征点描述子不仅在性能上要能获得较高的准确率, 同时要兼顾算法的运算效率, 因此本文针对效果和效率进行综合评定。所有对比实验均在主频 2.5 GHz 的单核 CPU 环境下进行, 运算时间均为平

均到 1000 点对所得。

图 4 是针对模糊场景的结果对比, 图 5 是针对视觉变换的结果对比, 图 6 是针对 JPEG 压缩后的退化结果对比, 图 7 是针对光照变化的结果对比, 图 8 是针对室内目标旋转的结果对比, 图 9 是针对室内目标仿射变化的结果对比。从表 1~6 所示的各场景的性能对比可看出: SURF 和 ORB 虽然在速度上有明显的优势, 但效果相比 HGA 和 SIFT 有明显的差距, 而且错误匹配的点对率较高, HGA 的匹配准确率在多数场景中高于 SIFT 的准确率, 而且 HGA 在运算效率上明显优于 SIFT (1000 点对的平均时间), 约为 SIFT 的 3 倍。从整体性能对比上来看, HGA 在性能和效率上有更大的优势, 适合实际应用。

表 1 模糊图像匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	173	9	94.8	0.920
SURF	64	22	75.0	0.300
SIFT	154	6	96.2	3.600
ORB	152	180	45.8	0.046

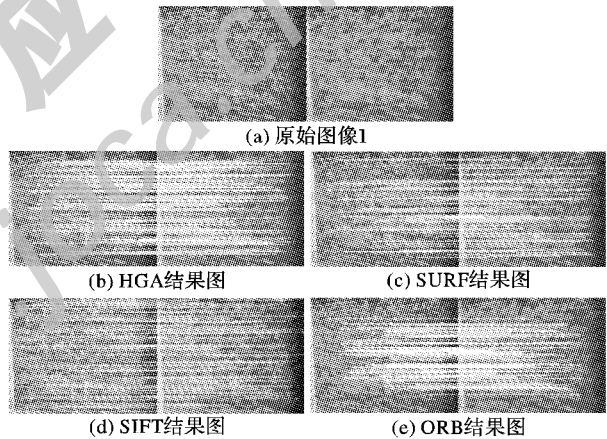


图 4 模糊图像匹配结果

表 2 视角变换匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	106	7	94.5	0.930
SURF	10	39	30.0	0.230
SIFT	217	12	94.8	2.700
ORB	92	154	37.4	0.059

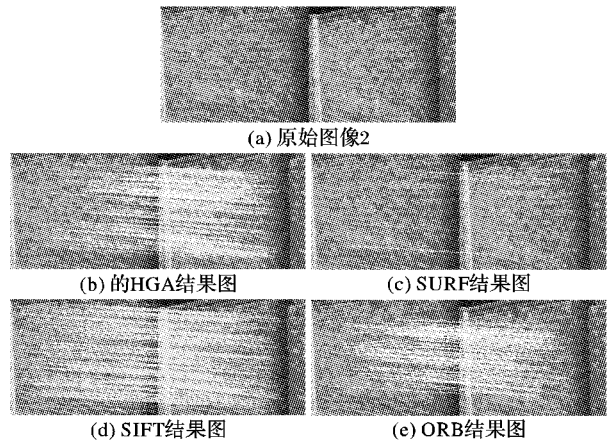


图 5 视角变换匹配结果

表 3 JPEG 压缩匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	205	10	95.5	1.070
SURF	177	100	63.9	0.440
SIFT	384	50	88.5	2.900
ORB	480	101	82.6	0.105

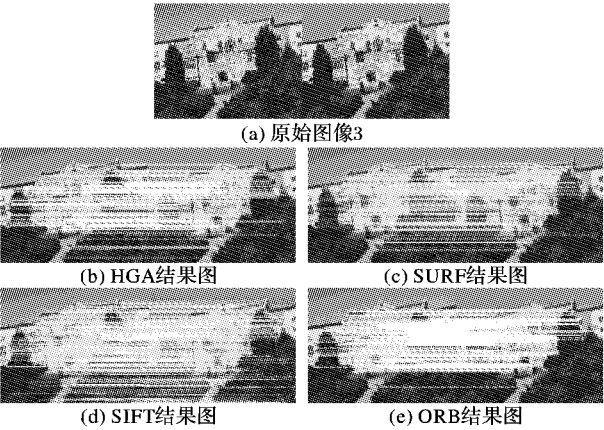


图 6 JPEG 压缩匹配结果

表 4 光照变化匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	473	9	98.3	1.030
SURF	348	64	84.4	0.360
SIFT	560	28	95.2	2.800
ORB	282	160	63.8	0.083

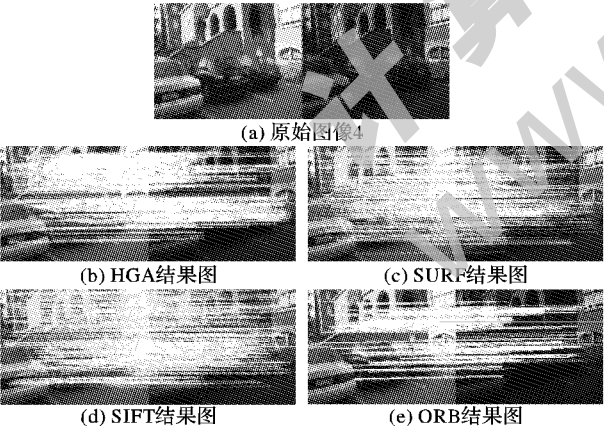


图 7 光照变化匹配结果

表 5 室内目标旋转匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	105	6	94.6	0.850
SURF	53	81	39.6	0.500
SIFT	353	81	81.3	3.300
ORB	145	230	38.7	0.108

表 6 室内目标仿射变化匹配性能对比表

算法	正确匹配点对数	错误匹配点对数	准确率/%	时间/s
HGA	142	5	96.5	0.880
SURF	41	66	38.3	0.200
SIFT	438	23	95.0	3.600
ORB	216	150	59.1	0.071

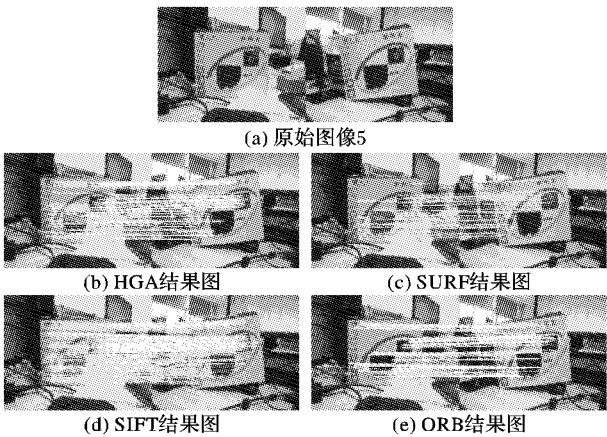


图 8 室内目标旋转匹配结果

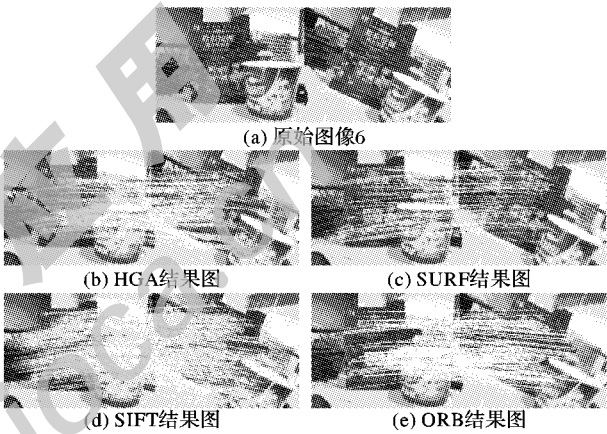


图 9 室内仿射变化匹配结果

3 结语

HGA 局部特征描述子通过块梯度和多自由度飞镖靶型结构的设计来获取区域的结构信息。因此,基于 HGA 的图像匹配算法在对抗局部细节损失的图像变换(如旋转、模糊、亮度、仿射等)时,取得了较高的匹配准确率,同时达到了效率和效果的平衡,在实际应用中更具有实用价值。将通过进一步的研究,加入金字塔层级结构,进一步完善 HGA 的大尺度特性。

参考文献:

[1] YUN S, HUANG T, LIU X, *et al.* Partial mutual information based medical image registration guided by saliency maps [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(6): 1218 - 1224. (余时伟, 黄廷祝, 刘晓云, 等. 显著图引导下基于偏互信息的医学图像配准[J]. 仪器仪表学报, 2013, 34(6): 1218 - 1224.)

[2] GE P, CHEN Q, GU Y. Algorithm of remote sensing image matching based on Harris corner and SURF feature[J]. Application Research of Computers, 2014, 31(7): 2205 - 2208. (葛盼盼, 陈强, 顾一禾. 基于 Harris 角点和 SURF 特征的遥感图像匹配算法[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(7): 2205 - 2208.)

[3] XIE W, SUN X, ZHANG L. Fast matching algorithm in printing quality detection based on scale-invariant feature transform feature points[J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(S1): 186 -

189. (谢文吉, 孙晓刚, 张亮. 基于尺度不变特征变换特征点应用于印刷检测的快速匹配算法[J]. 计算机应用, 2013, 33(增刊1): 186-189.)
  - [4] LIU J, WU H. A new image registration method based on frame and gray information[C]// Proceedings of the 2012 International Conference on Computer Distributed Control and Intelligent Environmental Monitoring. Piscataway: IEEE Press, 2012: 48-51.
  - [5] CAO Z, DONG E. Multi-modal image registration using edge neighbourhood descriptor[J]. Electronics Letters, 2014, 50(10): 752-754.
  - [6] MAIK V, CHAE E, LEE E, *et al.* Robust sub-pixel image registration based on combination of local phase correlation and feature analysis[C]// ISCE 2014: Proceedings of the 18th IEEE International Symposium on Consumer Electronics. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-2.
  - [7] SHAH S A A, BENNAMOUN M, BOUSSAID F, *et al.* 3D-Div: a novel local surface descriptor for feature matching and pairwise range image registration[C]// Proceedings of the 2013 20th IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway: IEEE Press, 2013: 2934-2938.
  - [8] KIM H, LEE S. A novel line matching method based on intersection context[C]// Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE Press, 2010: 1014-1021.
  - [9] YU B, GUO L, ZHAO T, *et al.* A curve matching algorithm based on Freeman chain code[C]// Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems. Piscataway: IEEE Press, 2010, 3: 669-672.
  - [10] OJALA T, PIETIKAINEN M, HARWOOD D. Performance evaluation of texture measures with classification based on Kullback discrimination of distributions[C]// Proceedings of the 12th IAPR International Conference on Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 1994, 1: 582-585.
  - [11] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
  - [12] BAY H, TUYTELAARS T, Van GOOL L. SURF: speeded up robust features [C]// Proceedings of the ECCV 2006. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 404-417.
  - [13] RUBLEE E, RABAU D V, KONOLIGE K, *et al.* ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF[C]// Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2011: 2564-2571.
  - [14] EDWARD R. PORTER R, DRUMMOND T. Faster and better: a machine learning approach to corner detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(1): 105-119.
  - [15] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 4(6): 381-395.
- 
- (上接第 1074 页)
- [5] SIMPSON W R, SHEPPARD J W. System test and diagnosis[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1994: 72-74, 92-112.
  - [6] WANG X, ZHU X, PAN J. Study on algorithm of test point selecting with unreliable test[J]. Computer Measurement and Control, 2013, 21(5): 1129-1131. (王学良, 朱晓峰, 潘佳梁. 不可靠测试条件下测试点选择算法研究[J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(5): 1129-1131.)
  - [7] YE X, PAN J, WANG H, *et al.* Test set selection under unreliable test based on a new dynamic greedy algorithm[J]. Transaction of Beijing Institute of Technology: Natural Science, 2010, 30(11): 1350-1354. (叶晓慧, 潘佳梁, 王红霞, 等. 基于动态贪婪算法的不可靠测试点选择[J]. 北京理工大学学报: 自然科学版, 2010, 30(11): 1350-1354.)
  - [8] CHEN X, QIU J, LIU G. Test selection of materiel based on Bayesian network under test uncertainty[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(4): 379-384. (陈希祥, 邱静, 刘冠军. 测试不确定条件下基于贝叶斯网络的装备测试优化选择技术[J]. 中国机械工程, 2011, 22(4): 379-384.)
  - [9] LIU A, YANG Y, LI F, *et al.* Chaotic simulated annealing particle swarm optimization algorithm research and its application[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2013, 47(10): 1722-1729. (刘爱军, 杨育, 李斐, 等. 混沌模拟退火粒子群优化算法研究及应用[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2013, 47(10): 1722-1729.)
  - [10] YANG J, JIANG L, JIAN Q, *et al.* Multi-peak maximum power point tracking algorithm based on simulated annealing particle swarm optimization for PV systems[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(S1): 330-333. (杨洁, 蒋林, 蹇清平, 等. 基于模拟退火粒子群优化的光伏多峰最大功率跟踪算法[J]. 计算机应用, 2014, 34(增刊1): 330-333.)
  - [11] FANG R, ZHU B, SU F. Genetic algorithm parameter tuning based on simulated annealing[J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(S1): 114-116, 126. (方睿, 朱碧颖, 栗藩臣. 基于模拟退火思想的遗传算法参数选择[J]. 计算机应用, 2014, 34(增刊1): 114-116, 126.)
  - [12] WANG W, RONG X. Usage of simulated annealing algorithm in design of optical thin film[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University: Science, 2011, 16(3): 372-374.
  - [13] YANG P, QIU J, LIU G. Optimization method for diagnostic strategy with unreliable test[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(4): 850-854. (杨鹏, 邱静, 刘冠军. 测试不可靠条件下的诊断策略优化方法[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(4): 850-854.)
  - [14] PATTIPATI K R, ALEXANDRIDIS M G. Application of heuristic search and information theory to sequential fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, 1990, 20(4): 872-887.
  - [15] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
  - [16] WANG X, LI J. Hybrid particle swarm optimization with simulated annealing[C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway: IEEE Press, 2004: 2042-2045.
  - [17] LIU W, TIAN S, JIA C. A hybrid genetic simulated annealing algorithm for optimization of hydraulic manifold blocks [J]. Journal of Shanghai University, 2008, 12(3): 261-267.
  - [18] AI J, GAO J. Particle swarm optimization based on Boltzmann learning strategy[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology: Nature Science, 2012, 36(3): 402-407. (艾解清, 高济. 基于 Boltzmann 学习策略的粒子群算法[J]. 南京理工大学学报: 自然科学版, 2012, 36(3): 402-407.)