

具有随机通信时延的二阶多智能体系统的一致性控制

宗鑫, 崔艳*

(山西师范大学 物理与信息工程学院, 山西 临汾 041000)

(*通信作者电子邮箱 cuiyan8013@163.com)

摘要:研究了具有随机通信时延的二阶多智能体系统的一致性控制问题。分别讨论了具有固定拓扑结构和变化拓扑结构两种情形下二阶多智能体系统在具有随机通信时延情况下的一致性。通过构造 Lyapunov 函数的方法得到多智能体系统的时延依赖稳定判据,并以线性矩阵不等式(LMI)的形式给出了系统稳定的条件。最后,仿真和实验结果验证了研究所得结论的正确性和有效性。

关键词:多智能体系统;一致性;随机通信时延;Lyapunov 函数;线性矩阵不等式

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A

Consensus of the second-order multi-Agent systems with random time-delays

ZONG Xin, CUI Yan*

(College of Physics and Information Technology, Shanxi Normal University, Linfen Shanxi 041000, China)

Abstract: This paper studied consensus problems for second-order multi-Agent systems with random time-delays. Both networks under the fixed and switching topologies were taken into consideration. The stability criteria of the time-delay dependence of multi-Agent systems was analyzed by constructing a proper Lyapunov function. And sufficient conditions for all Agents achieving the consensus were given in the forms of Liner Matrix Inequality (LMI). Finally, the simulation results show the correctness and effectiveness of the conclusions.

Key words: multi-Agent system; consensus; random time-delay; Lyapunov function; Liner Matrix Inequality (LMI)

0 引言

近年来,随着计算机和通信技术的快速发展,多智能体系统有了广泛的应用,多智能体系统的一致性控制也因其广泛的应用背景而吸引了大量研究者的关注,其应用领域涉及无人驾驶编队控制、智能机器人、军事侦察、空间探测等。多智能体系统由多个具备一定的感知和通信能力的智能体组成,各智能体之间通过通信,相互协调共同完成给定任务。

一致性问题是指多智能体系统的个体按照某种控制准则,相互通信、相互影响,最终使所有个体的状态趋于一致。目前对一致性问题的研究在理论和应用上都取得了大量的研究成果。Vicsek 等^[1]提出了一个简单的自驱动改变相位模型;Jadbabaie 等^[2]利用图论给出了 Vicsek 模型的一个理论解释;Ren 等^[3]研究了在动态作用拓扑结构下的多智能体系统的一致性;文献[4-8]研究了具有通信时延的多智能体系统的一致性。近几年,Lin 等^[8]研究了具有通信时延的多智能体系统在连续时间切换拓扑结构下的平均一致性问题;Yu 等^[9]分析了具有通信时延的多智能体系统在有向变拓扑条件下渐近达到参考状态的收敛条件;文献[10]研究了具有多个通信时延的多智能体系统分别在固定拓扑和变换拓扑结构下的 H_∞ 一致性问题;文献[11]采用树型变换法研究了变拓扑网络下具有不一致通信时延的高阶多智能体系统鲁棒一致性问题。

上述这些工作都是在研究具有固定的单时延或多时延的

情况。然而在实际情形中,时延可能只是以某一随机概率出现,文献[12]对随机时延一阶多智能体系统的一致性问题进行了讨论。基于文献[12]所提出的多智能体系统,考虑了随机通信时延二阶多智能体系统的一致性问题,最后对理论结果进行仿真,并验证了结果的正确性。

1 预备知识

有向图 $G = (V, E, A)$ 表示多智能体系统的通信结构。其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 称为 G 的节点集,其元素称为 G 的节点,节点的下标集 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 。在有向图 G 中,从节点 v_i 到节点 v_j 的有向边表示为: $e_{ij} = (v_i, v_j) \in E$, $A = (a_{ij})_{n \times n}$ ($a_{ij} \geq 0$) 称为 G 的邻接矩阵,其非负元素 a_{ij} 的取值与图中的边相对应。在有向图中,节点 v_i 的出度定义为与该节点连接的其他节点的数目即 $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 。进而有向图 G 的出度矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 。有向图的 Laplace 矩阵定义为 $L = D - A$ 。对于有向图而言, L 是不对称的。如果有向图中任意两个不同的顶点 v_i, v_j 都存在路径,那么称有向图 G 是强连通的。

2 系统模型

假设图中节点为 n 个智能体组成的二阶动态系统,状态描述为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2014-12-19;修回日期: 2015-01-27。

作者简介: 宗鑫(1990-),女,山西临汾人,硕士研究生,主要研究方向:多智能体系统的一致性; 崔艳(1980-),山西临汾人,讲师,博士,主要研究方向:多智能体系统的一致性。

其中: $x_i(t) \in \mathbf{R}$ 和 $v_i(t) \in \mathbf{R}$ 分别表示智能体 i 在 t 时刻的状态和速度, $u_i(t) \in \mathbf{R}$ 表示系统的控制输入。一致性问题是指在控制输入下, 系统中各个智能体的状态和速度最后趋于一致, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - x_j) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i - v_j) = 0$ 。

为了解决具有随机通信时延的多智能体系统的一致性。文献[12]提出了如下的一致性算法:

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} [\delta(t)(x_j(t) - x_i(t)) + (1 - \delta(t))(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau))] \quad (2)$$

由于本文要研究随机通信时延二阶多智能体系统的一致性问题, 因此提出以下算法:

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(x_j(t) - x_i(t)) + \delta(t)(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau))] + \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(v_j(t) - v_i(t)) + \delta(t)(v_j(t - \tau) - v_i(t - \tau))] \quad (3)$$

其中 $\delta(t)$ 是个随机变量, 表示发生时延事件的概率, 它满足如下条件:

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & \text{事件 } A \text{ 发生} \\ 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \text{prob}\{\delta(t) = 1\} = E\{\delta(t)\} = d \\ \text{prob}\{\delta(t) = 0\} = 1 - E\{\delta(t)\} = 1 - d \end{cases} \quad (5)$$

式中 $d \in [0, 1]$ 。

根据一致性算法, 二阶多智能体系统的动态方程转化为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(x_j(t) - x_i(t) + \delta(t)(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau))) + \sum_{j \in N_i} a_{ij} [(x_j(t) - x_i(t) + \delta(t)(x_j(t - \tau) - x_i(t - \tau))] \end{cases} \quad (6)$$

将其化为矩阵形式即为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} - \delta(t) \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau) \\ v(t - \tau) \end{bmatrix} \quad (7)$$

令 $\xi(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t)]$, 则系统模型为:

$$\dot{\xi}(t) = -E\xi(t) - H\delta(t)\xi(t - \tau) \quad (8)$$

式中, $E = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_n \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$, $H = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$, 其中 $\mathbf{I}_n = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$ 。

3 一致性条件

为得到本文结论, 先引入两个已知结论。

引理 1^[12] 对于任意两个向量 $x, y \in \mathbf{R}^n$ 任意的正对称矩阵 $M \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 有

$$2x^T y \leq x^T M^{-1} x + y^T M y$$

引理 2^[13] Schur 补定理。对给定的对称矩阵 $S = [S_{ij}]$, $i, j \in \{1, 2\}$, $S_{11} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $S_{12} \in \mathbf{R}^{n \times (n-r)}$, $S_{22} \in \mathbf{R}^{(n-r) \times (n-r)}$, 那么 $S < 0 \Leftrightarrow S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ 或者 $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ 。

3.1 固定网络拓扑情形

定理 1 考虑具有 n 个智能体构成的固定拓扑结构的多

智能体系统, 当多智能体系统(8) 存在随机的通信时延 τ , 如果存在正定矩阵 $P > 0, Q > 0, R > 0$, 满足下面的线性矩阵不等式(9), 则多智能体系统能够达到一致。

$$\begin{bmatrix} \Psi & dPH & \tau dE^T RH \\ dH^T P^T & -dR/\tau & 0 \\ d\tau H^T RE & 0 & \tau dH^T RH - Q \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

其中: $\Psi = -E^T P - PE + Q + \tau E^T RE - dH^T P - dPH$ 。

证明 对于多智能体系统(8), 构造 Lyapunov 函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$$

$$V_1(t) = \xi^T(t) P \xi(t)$$

$$V_2(t) = \int_{t-\tau}^t \xi^T(s) Q \xi(s) ds$$

$$V_3(t) = \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\xi}^T(s) Q \dot{\xi}(s) ds d\theta$$

其中, P, Q, R 为正对称矩阵。则

$$\dot{V}_1(t) = -2\xi^T(t) PE \xi(t) - 2\delta(t) \xi^T(t) PH \xi(t - \tau)$$

$$\dot{V}_2(t) = \xi^T(t) Q \xi(t) - \xi^T(t - \tau) Q \xi(t - \tau)$$

$$\dot{V}_3(t) = \tau \dot{\xi}^T(t) R \dot{\xi}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{\xi}^T(s) R \dot{\xi}(s) ds =$$

$$\tau \dot{\xi}^T(t) E^T RE \xi(t) +$$

$$\tau \delta(t) \xi^T(t) E^T RH \xi(t - \tau) +$$

$$\tau \delta(t) \xi^T(t - \tau) H^T RE \xi(t) +$$

$$\tau \delta^2(t) \xi^T(t - \tau) H^T RH \xi(t - \tau) -$$

$$\int_{t-\tau}^t \dot{\xi}^T(s) R \dot{\xi}(s) ds$$

根据牛顿-莱布尼茨公式 $\int_{t-\tau}^t \dot{\xi}(s) ds = \xi(t) - \xi(t - \tau)$

和引理 1 可得:

$$-2\delta(t) \xi^T(t) PH \xi(t) = -2\delta(t) \xi^T(t) PH \xi(t) +$$

$$2 \int_{t-\tau}^t [\delta(t) H^T P^T \xi(t)]^T \dot{\xi}(s) ds \leq$$

$$-2\delta(t) \xi^T(t) PH \xi(t) + \tau \delta^2(t) \xi^T(t) PH R^{-1} H^T P^T \xi(t) +$$

$$\int_{t-\tau}^t \dot{\xi}^T(s) R \dot{\xi}(s) ds$$

因此

$$\dot{V}(t) \leq [\xi^T(t) \quad \xi^T(t - \tau)] *$$

$$\begin{bmatrix} \Phi & \tau \delta(t) E^T RH \\ \tau \delta(t) H^T RE & \tau \delta^2(t) H^T RH - Q \end{bmatrix} * [\xi(t) \quad \xi(t - \tau)]$$

其中: $\Phi = -2PE - 2\delta(t)PH + Q + \tau E^T RE + \tau \delta^2(t)PH R^{-1} H^T P^T$ 。

对上式的两边求期望

$$E\{\dot{V}(t)\} \leq [\xi^T(t) \quad \xi^T(t - \tau)] *$$

$$\begin{bmatrix} E\{\Phi\} & E\{\tau \delta(t) E^T RH\} \\ E\{\tau \delta(t) H^T RE\} & E\{\tau \delta^2(t) H^T RH - Q\} \end{bmatrix} *$$

$$[\xi(t) \quad \xi(t - \tau)]$$

由于 $E\{\delta(t)\} = E\{\delta^2(t)\} = d$, 因此, $\dot{V}(t) < 0$ 的充分条件是

$$\begin{bmatrix} \Gamma & \tau d E^T RH \\ \tau d H^T RE & \tau d H^T RH - Q \end{bmatrix} < 0$$

其中 $\Gamma = -2PE - 2dPH + Q + \tau E^T RE + \tau dPH R^{-1} H^T P^T$ 。

根据引理 2, 将上式化成线性矩阵不等式(9)。因此

$\dot{V}(t) < 0$ 时,多智能体系统(8)渐近稳定。故当条件(9)成立时,多智能体系统的位置和速度均达到一致。

3.2 变化网络拓扑情形

定理1只适用于具有固定网络拓扑结构的有向网络,但是,在实际情况下,网络拓扑结构会发生变化,所以下面讨论具有变化拓扑结构的有向网络。考虑具有变化拓扑结构的有向图 $\{G_{\sigma(t)}: \sigma(t) \in S\}$, 其中 $\sigma(t)$ 表示变化信号,其取值决定网络拓扑结构。定义有向图的拉普拉斯矩阵为 $L_{\sigma(t)}$ 。

定理2 考虑具有变化拓扑有向网络的多智能体系统,当多智能体系统(8)随机地存在通信时延 τ ,如果存在正定矩阵 $P > 0, Q > 0, R > 0$,满足线性矩阵不等式(10),则多智能体系统能够达到一致。

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\sigma(t)} & dPH_{\sigma(t)} & \tau dE_{\sigma(t)}^T RH_{\sigma(t)} \\ dH_{\sigma(t)}^T P^T & -\frac{d}{\tau} R & 0 \\ d\tau H_{\sigma(t)}^T RE_{\sigma(t)} & 0 & \tau dH_{\sigma(t)}^T RH_{\sigma(t)} - Q \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

其中 $\Psi_{\sigma(t)} = -E_{\sigma(t)}^T P - PE_{\sigma(t)} + Q + \tau E_{\sigma(t)}^T RE_{\sigma(t)} - dH_{\sigma(t)}^T P - dPH_{\sigma(t)}$ 。

将协议(3)改写为

$$u_i(t) = \sum_{j \in N_i(s)} a_{ij}(s) [(x_j(t) - x_i(t)) + \delta(t)(x_j(t-\tau) - x_i(t-\tau))] + \sum_{j \in N_i(s)} a_{ij}(s) [(v_j(t) - v_i(t)) + \delta(t)(v_j(t-\tau) - v_i(t-\tau))]$$

则系统模型为:

$$\dot{\xi}(t) = -E_{\sigma(t)} \xi(t) - H_{\sigma(t)} \delta(t) \xi(t-\tau)$$

式中 $E = \begin{bmatrix} 0 & -I_n \\ L_{\sigma(t)} & L_{\sigma(t)} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_{\sigma(t)} & L_{\sigma(t)} \end{bmatrix}$, 其中 $I_n = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$ 。

定理2的证明过程类似于定理1,此略。

4 仿真

本文考虑的是包含4个智能体的多智能体系统,其通信系统拓扑如图1所示,通信系统拓扑的所有非零连接权值均为1,假设智能体的初始状态均为0。

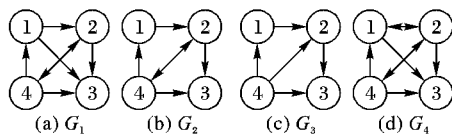


图1 多智能体系统的系统拓扑

首先考虑固定拓扑结构 G_1 的情形,由定理1可以求得时延 $\tau_1 \leq 0.5233$,取 $\tau_1 = 0.45$ 。用 Matlab 的线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 工具箱验证存在正定矩阵 P, Q, R 满足线性矩阵不等式(9)。对多智能体系统仿真得到如图2的仿真曲线。

其次,考虑变化拓扑结构的情形,假设4个智能体之间的通信关系是在图1中的4个图之间变化,始于图 G_1 ,每隔 0.01 s 变化到下个图,顺序为 $G_1 \rightarrow G_2 \rightarrow G_3 \rightarrow G_4 \rightarrow G_1 \rightarrow \dots$ 。由定理2可以求得时延 $\tau_2 \leq 0.4598$,取 $\tau_2 = 0.4$ 。用 Matlab 仿真验证存在正定矩阵 P, Q, R 满足线性矩阵不等式(10),

对多智能体系统仿真得到图3的仿真曲线。

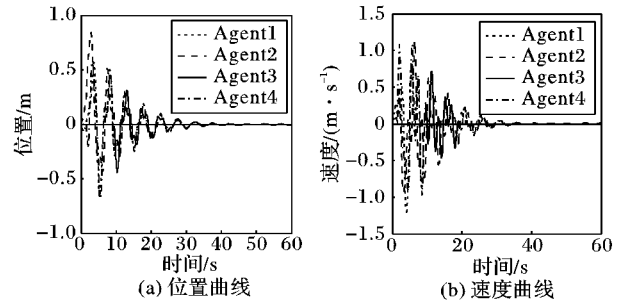


图2 固定网络拓扑 G_1 的位置曲线和速度曲线

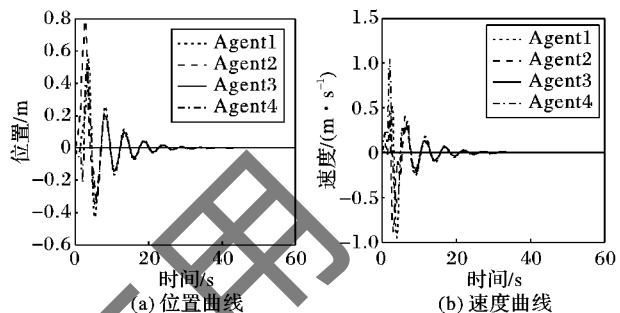


图3 变换网络拓扑的位置曲线和速度曲线

5 结语

本文分别研究了具有随机通信时延的二阶多智能体系统在定拓扑和变拓扑网络下的一致性并提出了相应的一致性算法,运用 Lyapunov 稳定性理论分析了系统的稳定性,并给出了系统稳定的条件。关于随机通信时延下的高阶多智能体系统的一致性将在将来的研究工作中进一步开展。

参考文献:

- [1] VICSEK T, CZIROOK A, BEN-JACOB E, *et al.* Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. Physical Review Letters, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [2] JADBABAIC A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous Agents using nearest neighbor rules [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(6): 998-1001.
- [3] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multi-Agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-611.
- [4] BLINMAN P-A, FERRARI-TRECALE G. Average consensus problems in networks of Agents with delayed communications [J]. Automatica, 2008, 44(8): 1985-1995.
- [5] XIAO F, WANG L. Consensus protocols for discrete-time multi-Agent systems with time-varying delays [J]. Automatica, 2008, 44(10): 2577-2582.
- [6] YANG H, LI X. Formation control of multi-Agent with diverse delays [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2010, 44(7): 1355-1360. (杨洪勇, 李晓. 时延多智能体系统的编队控制 [J]. 浙江大学学报: 工学版, 2010, 44(7): 1355-1360.)
- [7] LIU X, KANG H, ZENG C. Application research in multi-Agent system about consensus on initial state [J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(13): 53-56. (刘孝琪, 康怀祺, 曾超. 多智能体系统初始状态一致性应用研究 [J]. 计算机工程与应用, 2014, 50(13): 53-56.)

(下转第1366页)

- traffic signal control system - SCOOT and ACTRA in Beijing[J]. Road Traffic and Safety, 2007, 7(2): 10 - 13. (隋莉颖, 李威, 石建军, 等. SCOOT 和 ACTRA 信号控制系统分析[J]. 道路与安全, 2007, 7(2): 10 - 13.)
- [4] LIANG C, FAN B, HAN Y. Coordination control method of regional traffic flow [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2011(3): 112 - 117. (梁超, 范炳全, 韩印. 区域交通流协调控制方法[J]. 交通运输工程学报, 2011(3): 112 - 117.)
- [5] NAIR B M, CAI J. A fuzzy logic controller for isolated signalized intersection with traffic abnormality considered[C]// Proceedings of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium. Piscataway: IEEE, 2007: 1229 - 1233.
- [6] GAO J, LI J, CHEN Y, *et al.* Optimize design and simulation of traffic signal two level fuzzy control system[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2009, 35(1): 19 - 24. (高俊侠, 李建更, 陈阳舟, 等. 交通信号 2 级模糊控制系统的优化设计与仿真[J]. 北京工业大学学报, 2009, 35(1): 19 - 24.)
- [7] LIN D, ZHENG C, CHEN S, *et al.* Study of traffic delay predicting at signalized intersection based on BP neural network[J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2013, 34(4): 53 - 56. (林得刚, 郑长江, 陈淑燕, 等. 基于神经网络的信号交叉口进口车道交通延误预测[J]. 大连交通大学学报, 2013, 34(4): 53 - 56.)
- [8] LIU Y. Study of traffic flow prediction based on fuzzy rough neural network[J]. Journal of Hainan Normal University: Natural Science, 2012, 25(4): 386 - 388. (刘琰. 基于模糊粗糙神经网络的交通流研究[J]. 海南师范大学学报: 自然科学版, 2012, 25(4): 386 - 388.)
- [9] HAN M, WANG Y. Multivariate time series online predictor with Kalman filter trained reservoir[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(1): 169 - 173. (韩敏, 王亚楠. 基于 Kalman 滤波的储备池多元时间序列在线预报器[J]. 自动化学报, 2010, 36(1): 169 - 173.)
- [10] GAO X, LIU Y, WANG Q, *et al.* Prediction of short-term traffic flow with on-line support vector regression algorithm[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology: Natural Science, 2011, 30(1): 78 - 82. (高学辉, 刘艳忠, 王巧芝, 等. 基于在线支持向量回归算法的短时交通流预测[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2011, 30(1): 78 - 82.)
- [11] CRISTIANINI N, SHAW-TAYLOR J. An Introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods[M]. LI G, WANG M, ZENG H, translated. Beijing: Electronic Industry Press, 2004: 82 - 105. (CRISTIANINI N, SHAW-TAYLOR J. 支持向量机导论[M]. 李国正, 王猛, 曾华军, 译. 北京: 电子工业出版社, 2004: 82 - 105.)
- [12] YOU Z, ZHANG J, CHEN S. A data aggregation scheme based on wireless sensor networks and its application research in intelligent transportation system [J]. Application Research of Computers, 2014, 31(6): 1719 - 1722. (游子毅, 章俊华, 陈世国. 基于无线传感网络的数据融合方法及其在智能交通系统中的应用[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(6): 1719 - 1722.)
- [13] ALPAYDIN E. Introduction to machine learning[M]. FAN M, translated. Beijing: China Machine Press, 2009: 9 - 20. (ALPAYDIN E. 机器学习导论[M]. 范明, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009: 9 - 20.)
- [14] WANG X, WANG J. A Survey on support vector machines training and testing algorithms[J]. Computer Engineering and Applications, 2004, 21(13): 75 - 78. (王晓丹, 王积勤. 支持向量机训练和实现算法综述[J]. 计算机工程与应用, 2004, 21(13): 75 - 78.)
- [15] BAI S, JIANG Z, WANG T, *et al.* Application of online SVR on the dynamic liquid level soft sensing[C]// Proceedings of the 2013 25th Chinese Control and Decision Conference. Piscataway: IEEE, 2013: 3003 - 3007.
- [16] HE K, LI X, SCHICK B, *et al.* On-road video delivery with integrated heterogeneous wireless networks [J]. Ad Hoc Networks, 2013, 11(7): 1992 - 2001.
- [17] OSSENBRUGGEN P, LAFLAMME E. Time series analysis and models of freeway performance[J]. Journal of Transportation Engineering, 2012, 138(8): 1030 - 1039.
- [18] HUANG Y, CUI B. Stochastic stability and stabilization of networked control systems with uncertain data losses and long delay [J]. Journal of Huaihai Institute of Technology: Natural Science Edition, 2013, 22(4): 22 - 27. (黄逸彤, 崔宝同. 具有随机长时延与丢包的网络控制系统的随机稳定与镇定[J]. 淮海工学院学报: 自然科学版, 2013, 22(4): 22 - 27.)
- [19] CHEN X. The theory of linear system[M]. Beijing: China Machine Press, 2011: 1 - 30. (陈晓平. 线性系统理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011: 1 - 30.)
- [20] LOU X. Urban road network signal design optimization considering the impact of intersections[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2013, 11(1): 108 - 110. (楼小明. 考虑交叉口影响的都市路网信号优化设计问题研究[J]. 交通运输工程与信息学报, 2013, 11(1): 108 - 110.)
- [21] LI X. The traffic flow and the signal control of intersections research with Matlab[D]. Wuhan: Central China Normal University, 2008: 17 - 39. (李星. 基于 Matlab 的交通流及交叉口信号控制的仿真研究[D]. 武汉: 华中师范大学, 2008: 17 - 39.)

(上接第 1360 页)

- [8] LIN P, JIA Y. Average consensus in networks of multi-Agents with both switching topology and coupling time-delay [J]. Physical A, 2008, 374(1): 303 - 313.
- [9] YU H, JIAN J. Multi-Agent consensus with a time-varying reference state in directed network with switching topology and time-delay[C]// Proceedings of the 2009 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE, 2009: 477 - 481.
- [10] LIU X, XU B. Distributed H_∞ consensus control for multiple-Agent systems with communication delays [J]. Control and Decision, 2012, 27(4): 494 - 500. (刘学良, 胥布工. 具有多个通信时延的多智能体系统分布式 H_∞ 一致性控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 494 - 500.)
- [11] CUI Y. $L_2 \sim L_\infty$ consensus control for high-order multi-Agent system with non-form time-varying delays [J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(6): 1751 - 1759.
- [12] GAO Q, FAN C, WEI Q. Research on consensus of multi-Agent system with random time-delay [J]. Computer Technology and Development, 2013, 23(10): 52 - 55. (高庆文, 樊春霞, 韦庆阳. 具有随机时延的多智能体系统的一致性研究[J]. 计算机技术与发展, 2013, 23(10): 52 - 55.)
- [13] BOYD S, CHAOUI L E, FERON E, *et al.* Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994: 19 - 20.