

稀疏补分析子空间追踪算法

张宗念^{1*}, 林盛鑫¹, 毛焕章², 黄仁泰²

(1. 东莞理工学院 电子工程学院, 广东 东莞 523808; 2. 东莞理工学院 计算机学院, 广东 东莞 523808)

(* 通信作者电子邮箱 zzn99@sohu.com)

摘要:针对压缩感知理论的稀疏分析模型下的子空间追踪算法信号重构概率不高、重构性能不佳的缺点,研究了此模型下的稀疏补子空间追踪信号重构算法;通过选用随机紧支框架作为分析字典,设计了目标优化函数,改进了稀疏补取值方法,改进了算法迭代过程,实现了改进的稀疏补分析子空间追踪新算法(IASP)。实验结果证明,所提算法的信号完全重构概率明显高于分析子空间跟踪(ASP)等5种算法的信号完全重构概率;对于含高斯噪声的信号,所提算法重构信号的整体平均峰值信噪比明显超过ASP等3种算法整体平均峰值信噪比(PSNR),但略低于贪婪分析追踪(GAP)等2种算法的整体平均峰值信噪比。所提算法可用于语音和图像信号处理等领域。

关键词:压缩感知;稀疏补分析模型;子空间分析;追踪

中图分类号: TN911.72; TP301.6 **文献标志码:** A

Cosparsity analysis subspace pursuit algorithm

ZHANG Zongnian^{1*}, LIN Shengxin¹, MAO Huanzhang², HUANG Rentie²

(1. School of Electronic Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan Guangdong 523808, China;

2. School of Computer, Dongguan University of Technology, Dongguan Guangdong 523808, China)

Abstract: As subspace pursuit algorithm under cosparsity analysis model in compressed sensing has the shortcomings of low completely successful reconstruction probability and poor reconstruction performance, a cosparsity analysis subspace pursuit algorithm was proposed. The proposed algorithm was realized by adopting the selected random compact frame as the analysis dictionary and redesigning target optimization function. The selecting method of cosparsity value and the iterated process were improved. The simulation experiments show that the proposed algorithm has obviously higher completely successful reconstruction probability than that of Analysis Subspace Pursuit (ASP) and other five algorithms, and has higher comprehensive average Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR) for the reconstructed signal than that of ASP and other three algorithms, but a little bit lower than that of Gradient Analysis Pursuit (GAP) and other two algorithms when the original signal has Gaussian noise. The new algorithm can be used in audio and image signal processing.

Key words: compressed sensing; cosparsity analysis model; subspace analysis; pursuit

0 引言

稀疏综合模型与稀疏补分析模型是两种信号重构方法完全不同的压缩感知信号约束优化模型^[1-7]。稀疏综合模型的信号处理研究已经十年左右且比较深入,而稀疏补分析模型的研究是五年前才启动的,目前国内文献报道很少。该模型的研究集中到分析表示矢量的零元素而不是非零元素上,而寻找与原始信号最接近的1个稀疏矢量是一个复合问题,不能直接选取分析表示矢量中1个最小元素的支撑集作为最终解,因为此解不一定是最优的,这是与稀疏综合模型研究的重要区别之一。直接求上述优化方程是一个NP-hard问题,故只能求其近似最优解,方法有两大类:一是分析 l_1 范数法(Analysis l_1 Norm, AL1)^[8-10], l_1 范数定义为向量中各个元素绝对值之和。算法的完全重构概率很高、重构性能很好,但是计算量巨大、收敛速度很慢。二是采用各种贪婪追踪法,如2013年Nam提出的贪婪分析追踪(Greedy Analysis Pursuit,

GAP)算法^[11],重构性能与AL1相当,缺点是迭代需要遍历整个支撑集、计算量大、收敛速度也慢。2011—2014年Giryes等^[12]先后提出了分析迭代硬阈值(Analysis Iterative Hard Thresholding, AIHT)算法和分析硬阈值投影(Analysis Hard Thresholding Projection, AHTP)算法^[13-15]直接引用稀疏综合模型下的硬阈值跟踪算法,使收敛速度大大加快,但是并未研究分析矢量的结构特点对算法性能及收敛的保证条件的影响等,重构概率较低、重构性能较差。2012年Giryes把稀疏综合模型下子空间追踪类推到稀疏补分析模型中^[16-18],提出分析子空间追踪(Analysis Subspace Pursuit, ASP)^[19-20],算法的重构性能有一定提高,给出了保证算法收敛的充分条件、重构误差上界,但并没有说明其是否为最优解。本文在此算法的基础上,着重研究了分析字典采用随机紧致框架的情形下,通过采取以下措施:改进目标优化函数和算法的迭代追踪步骤,优化稀疏补的选取方法;实现基于稀疏补分析模型的改进分析子空间追踪(Improved Analysis Subspace Pursuit, IASP)算

收稿日期:2014-10-24;修回日期:2015-01-08。 基金项目:东莞市科技计划项目(2011108102038)。

作者简介:张宗念(1963-),男,河北深州人,副教授,博士,主要研究方向:压缩感知、信号分析; 林盛鑫(1979-),男,广东东莞人,工程师,硕士,主要研究方向:多媒体; 毛焕章(1974-),女,广东东莞人,实验师,硕士,主要研究方向:计算机网络; 黄仁泰(1964-),男,广东东莞人,副教授,主要研究方向:分布式计算机网络。

法,与前几种算法对比,提高了算法的完全重构概率和重构信号性能,进一步简化了算法收敛的充分条件,并通过仿真实验证实了算法可行性。

1 稀疏补分析模型下的信号处理

若给定矢量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d$ 在分析字典 $\mathbf{\Omega} \in \mathbf{R}^{p \times d}$ 下的分析表示矢量为 $\mathbf{\Omega}\mathbf{x}$ 且有 $l = p - \|\mathbf{\Omega}\mathbf{x}\|_0$ 个零元素,则称 \mathbf{x} 是 l 稀疏补的(注意此处分析字典 $\mathbf{\Omega}$ 与稀疏综合模型下的测量矩阵 \mathbf{M} 结构不同,且 $p > d$);重构 \mathbf{x} 变成求解 $\hat{\mathbf{x}}_{l_0} = \arg \min \|\mathbf{\Omega}\mathbf{x}\|_0$ 并满足约束条件 $\|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{x}\|_2 \leq \varepsilon$ 。用 $\mathbf{A} = \text{cosupp}(\mathbf{\Omega}\mathbf{x}, l)$ 表示 $\mathbf{\Omega}\mathbf{x}$ 中 l 个零元素构成的支撑集补; $r = \text{rank}(\mathbf{\Omega}_A)$ 表示 \mathbf{x} 的秩补。因 $\mathbf{\Omega}\mathbf{x}$ 中每个零元素对应于正交 \mathbf{x} 的一个子空间,故所有与行向量 $\mathbf{w}_j \in \mathbf{\Omega}^T$ 正交的零空间可表示为 $\mathbf{W}_A = \{\mathbf{x}; \langle \mathbf{x}, \mathbf{w}_j \rangle = 0, j \in \mathbf{A}\} = \text{Null}(\mathbf{\Omega}\mathbf{x})$ 或 $\mathbf{W}_A = \text{span}(\mathbf{w}_{w_j}, j \in \mathbf{A})^\perp$, 即 \mathbf{A} 上的行向量张成的子空间的正交补空间。故信号 \mathbf{x} 属于 $d-l$ 维的所有 C_p^d 个可能子空间的并集,即 $\mathbf{x} \in \bigcup_{\mathbf{A}: |\mathbf{A}|=l} \mathbf{W}_A$ 。若用 $\text{range}(\mathbf{\Omega}_A^T)$ 表示矩阵 $\mathbf{\Omega}_A^T$ 的列空间; $\mathbf{\Omega}_A^\dagger$ 表示 $\mathbf{\Omega}_A$ 的伪逆矩阵; $\mathbf{Q}_A = \mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_A^\dagger \mathbf{\Omega}_A$ 表示在矩阵值域 $\text{range}(\mathbf{\Omega}_A^T)$ 的正交补上的正交投影; 整数集 $[p] = \{1, 2, \dots, p\}$; $\mathbf{L}_l = \{\mathbf{A}; |\mathbf{A}| \geq l, \mathbf{A} \subset [p]\}$ 表示稀疏补大于或等于 l 的所有支撑集补的集合; $\mathbf{L}_r^{\text{CORANK}} = \{\mathbf{A}; \text{rank}(\mathbf{\Omega}_A) \geq r, \mathbf{A} \subset [p]\}$ 表示秩补大于等于 r 的所有支撑集补的集合; 矩阵 \mathbf{M} 的最大奇异值为 σ_M ; $\mathbf{A}_l = \bigcup_{\mathbf{A} \in \mathbf{L}_l} \mathbf{W}_A$ 表示在 \mathbf{A} 上的稀疏补矢量张成子空间的并; 对于任意 $\mathbf{x} \in \mathbf{A}_l, \delta_l$ 如果满足 $(1 - \delta_l) \|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \|\mathbf{M}\mathbf{x}\|_2^2 \leq (1 + \delta_l) \|\mathbf{x}\|_2^2$, 则矩阵 \mathbf{M} 具有常数 δ_l 的 $\mathbf{\Omega}$ -RIP (Restricted Isometry Property) 特性^[20]。

定义 $\mathbf{P}_{\mathbf{\Omega}, l} \mathbf{x} = \mathbf{Q}_A \mathbf{x}$; 对于任意矢量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d$, 若 $\|\mathbf{x} - \mathbf{P}_{\mathbf{\Omega}, l} \mathbf{x}\|_2^2 \leq C_l \min_{\tilde{\mathbf{x}} \in \text{cosupp}(\mathbf{\Omega}\mathbf{x}, l)} \|\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2, C_l \geq 1$ 成立 ($\tilde{\mathbf{x}}$ 为稀疏补 l 的任意矢量), 则称 $\mathbf{P}_{\mathbf{\Omega}, l}$ 为到 l 稀疏补子空间的近似最优投影。所谓“ $\mathbf{\Omega}$ 处于通常位置”是指 $\mathbf{\Omega} \in \mathbf{R}^{p \times d}$ 中任意 d 个行向量之间都是线性独立的; “完全重构信号 \mathbf{x} ”是指完全重构 \mathbf{x} 的真实支撑集补 \mathbf{A} 。

定理 1 如果矩阵 \mathbf{M} 满足 δ_l 的 $\mathbf{\Omega}$ -RIP 特性, 则有 $\|\mathbf{M}\mathbf{Q}_A\|_2^2 \leq (1 + \delta_l)^{[20]}$ 。

定理 2 对于任意 $\mathbf{A} \in \mathbf{L}_l$, 当且仅当 $\|\mathbf{Q}_A((\mathbf{I} - \mathbf{M}^* \mathbf{M})\mathbf{Q}_A)\|_2 \leq \delta_l$ 时, 矩阵 \mathbf{M} 满足 $\mathbf{\Omega}$ -RIP 特性^[20]。

2 改进的分析子空间追踪算法

2.1 IASP 算法原理

若信号矢量 \mathbf{x} 在分析字典 $\mathbf{\Omega}$ 下的稀疏补为 l , 测量矢量 $\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{e}$ (\mathbf{e} 为加性噪声), 求稀疏度补为 l 的信号估计值 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}$ 。算法实现过程如下。

- 1) 初始化, 定义信号估计初始值 $\hat{\mathbf{x}}^0 = \mathbf{0}$ 和迭代次数 $i = 0$; 并选取 $\mathbf{M}, \mathbf{\Omega}, l; \mathbf{A}^0 = \{i | 1 \leq i \leq p\}$, 余差 $\mathbf{y}_{\text{resi}}^0 = \mathbf{y}$ 。
- 2) 循环迭代开始 $i = i + 1$ 。
- 3) 计算新的支撑集补 $\mathbf{A}_{\text{new}} = \text{cosupp}(\mathbf{\Omega}\mathbf{M}^* \mathbf{y}_{\text{resi}}^{i-1}, l)$ 。
- 4) 更新支撑集补 $\tilde{\mathbf{A}}^i = \mathbf{A}^{i-1} \cap \mathbf{A}_{\text{new}}$ 。
- 5) 通过求解 $\mathbf{x}_{\text{temp}} = \arg \min_{\mathbf{x}} (\|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda_1 \|\mathbf{\Omega}_A \mathbf{x}\|_2^2)$ 来计算信号的暂时估计值 $\mathbf{x}_{\text{temp}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{x}\|_2^2$, 并约束

$\mathbf{\Omega}_A \mathbf{x} = \mathbf{0}$ 。

6) 扩充支撑集补 $\mathbf{A}^i = \text{cosupp}(\mathbf{\Omega}\mathbf{x}_{\text{temp}}, l)$ 。

7) 再次重新计算信号的估计值 $\arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{x}\|_2^2$, 约束 $\mathbf{\Omega}_A \mathbf{x} = \mathbf{0}$; 可通过求近似最优投影 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}^i = \mathbf{P}_{\mathbf{\Omega}, l} \mathbf{x} = \mathbf{Q}_A \mathbf{x}_{\text{temp}}$ 的解来代替。

8) 余差更新 $\mathbf{y}_{\text{resi}}^i = \mathbf{y} - \mathbf{M}\hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}^i$ 。

9) 判断中止条件 $\|\hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}^i - \hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}^{i-1}\|_2 \leq C_{\text{Term}} \|\mathbf{e}\|_2$ 是否满足, 若不满足, 再次开始循环迭代; 若满足, 则循环迭代结束, 并给出最终估计解 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}} = \hat{\mathbf{x}}_{\text{IASP}}^i$ 作为算法的最终解。

2.2 IASP 算法性能分析

2.2.1 IASP 算法稳定重构条件

定理 3 IASP 算法稳定重构条件。如果存在常数 $\gamma > 0$, 使得下式^[20] 成立:

$$(1 + C_{\hat{\mathbf{x}}})(1 - (C_{\hat{\mathbf{x}}}/(1 + \gamma)^2 - (C_{\hat{\mathbf{x}}} - 1)\sigma_M^2)) < 1$$

$$\delta_{4l-3p} \leq \delta_2(C_{\hat{\mathbf{x}}}, \sigma_M^2, \gamma)$$

则原始信号 \mathbf{x} 与经过 i 次迭代后的重构信号 $\hat{\mathbf{x}}^i$ 之间的误差满足 $\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}^i\|_2 \leq C \|\mathbf{e}\|_2$ 。其中 $C_{\hat{\mathbf{x}}} = \max(C_l, C_{2l-p})$, $\delta_2(C_{\hat{\mathbf{x}}}, \sigma_M^2, \gamma)$ 是大于零的常数; 迭代次数 i 为:

$$i = \lceil \lg(\|\mathbf{x}\|_2 / \|\mathbf{e}\|_2) / \lg(1/\tau\rho_1\rho_2) \rceil$$

$$C = 1 + ((1 - (\tau\rho_1\rho_2)^i)/(1 - \tau\rho_1\rho_2))(\tau(\eta_1 + \rho_1\eta_2) + 2(1 - \delta_{2l-p}))$$

$$\tau = (1 + \delta_{2l-p})/(1 - \delta_{2l-p})$$

$$\eta_1 \triangleq \sqrt{1 + \delta_{3l-2p}}(1 + \sqrt{C_l})(1 - \delta_{4l-3p})$$

$$\eta_2^2 \triangleq i_1 + i_2 + i_3$$

$$i_1 = (1 + \delta_{3l-2p})(\gamma(1 + \alpha))$$

$$i_2 = C_{2l-p}(1 + \delta_{3l-2p})/(\gamma(1 + \gamma)(1 + \alpha))$$

$$i_3 = \sigma_M^2(C_{2l-p} - 1)/(\gamma(1 + \gamma)(1 + \alpha))$$

$$\alpha \triangleq \sqrt{\delta_{4l-3p}}/((1 - \sqrt{\delta_{2l-p}})\alpha_1 - \sqrt{\delta_{4l-3p}})$$

$$\alpha_1 = \sqrt{C_{2l-p}}/(1 + \gamma_1)(1 + \gamma_2)$$

$$\rho_1^2 \triangleq (1 + 2\delta_{4l-3p}\sqrt{C_l} + C_l)/(1 - \delta_{4l-3p}^2)$$

$$\rho_2^2 \triangleq 1 - (\sqrt{\delta_{4l-3p}} - \sqrt{C_3 - C_4})^2; \rho_1^2\rho_2^2 < 1$$

$$C_3 = C_{2l-p}(1 - \sqrt{\delta_{2l-p}})^2/(1 + \gamma)^2$$

$$C_4 = (C_{2l-p} - 1)(1 + \delta_{2l-p})\sigma_M^2$$

以上各个参数的选择方法如下: 若 $\mathbf{\Omega}$ 为酉矩阵, 则取 $\delta_{4l-3p} < \delta_2(C_l, \sigma_M^2) = 0.0156$; 若 $\mathbf{\Omega}$ 为非酉矩阵 (例如: 均值为零, 方差为 $1/\sqrt{d}$ 的随机高斯矩阵), 则 σ_M 的取值可以用 $1 + \sqrt{d/m}$ 来近似 (如 $d/m = 1.5$, 则可求得 $\sigma_M^2 \cong 5$)。若 $C_l = C_{\hat{\mathbf{x}}} = 1.05$, 则常数 $\delta_{4l-3p} \leq 0.0049$; 若 $C_l = C_{\hat{\mathbf{x}}} = 1.1$, 则常数 $\delta_{4l-3p} \leq 0.00032$ ^[20]。

定理 4 给定随机测量矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{m \times d}$, 对于任意矢量 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d$, 若常数 $C_M > 0, \varepsilon_l > 0$, 且下式成立:

$$m \geq 32((p-l)\lg(9p/(\varepsilon_l(p-l))) + t)/(C_M\varepsilon_l^2)$$

则 $\delta_l \leq \varepsilon_l$ 成立的概率大于 $1 - \exp(-t)$ ^[20]。

对于 $\mathbf{\Omega}$ 处于通用位置时, 一般要求 $l < d, m < d, p < 2d$ 。若 $\mathbf{\Omega}$ 的行数增大, 其行向量之间的线性相关性提高, 则稀疏补 l 的值可能会大于 d , 这充分说明 $\mathbf{\Omega}$ 行向量之间的线性相关性越强, 对于算法的重构性能越有益。

2.2.2 稀疏补取值方法

在稀疏综合模型下对信号进行恢复, 过渡估计稀疏度对

算法的重构性能是有益的。同理,在稀疏补分析模型下,欠估计稀疏补 l 对算法重构性能也是有益的,故为了从 $y = Mx$ 和 $\Omega_A x = 0$ 中重构 x ,确定 \tilde{A} 的充分条件为 $\kappa_{\Omega}(\tilde{l}) \leq m/2$,其中 \tilde{A} 是 A 的子集, $\tilde{l} := |\tilde{A}| < l := |A|$; $\kappa_{\Omega}(\tilde{l}) = \max_{\lambda \in L_{\tilde{l}}}(\dim(W_{\lambda}))$ 为 \tilde{l} 的函数^[11]。 \tilde{l} 的取值有两种:当 Ω 处于通用位置时, $\kappa_{\Omega}(\tilde{l}) = \max(d-l, 0)$, $\tilde{l} = \min(d-m/2, l)$; 当在图像处理领域使用有限差分分析运算符 Ω_{DF} 计算图像水平和垂直方向的离散差分,即求变分范数最小化时, $\kappa_{\Omega}(\tilde{l}) \geq d-l/2 - \sqrt{l/2} - 1$, 取 $\tilde{l} = \lceil \min((\sqrt{2d-m-1.5}-1/\sqrt{2})^2, l) \rceil$ 。所以当分析运算符 Ω 处于通常位置时,重构算法使用真正的稀疏度补 l ; 当分析运算符为 Ω_{DF} 时,重构算法使用 \tilde{l} 代替 l ,且尽可能取较大的值。在无噪声情况下,可以用较小的 \tilde{l} 代替 l ; 有噪声时, l 取值较大,此时去噪效果会更好些^[20]。

3 实验仿真与分析

3.1 实验 1

测试算法的重构概率。选取分析字典 Ω 为随机紧支框架,测量矩阵 M 为独立同分布构成的随机矩阵, $\delta = m/d$ 表示亚取样率, $\rho = (d-l)/m$ 表示稀疏补与测量矢量数目的比值,也是 $\text{Null}(\Omega_A)$ 的维数与测量数目的比值, ρ 与 δ 的关系曲线称为相位过渡图,以此间接反映算法的完全重构信号的概率。实验中分别选取 20 组不同的 m 和 l 值,即选取不同的 ρ 和 δ 值。对每一种取值组合,重复实验 40 次,测试各算法的相位过渡图,结果见图 1,曲线下方区域大小表示对于 ρ 和 δ 不同取值,算法以 100% 的概率完全重构信号的情形,曲线上区域大小表示不能完全重构信号的情形。仔细分析图 1 各条曲线可知,IASP 算法的信号完全重构概率明显高于 ASP、AHTP、AIHT、GAP 和 AL1 共 5 种算法的完全重构概率。另外,曲线也说明了分析运算符 Ω 的冗余度越高,重构算法的性能越好。

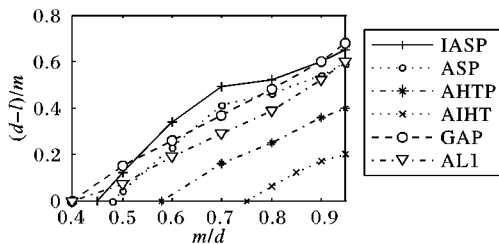


图 1 相位过渡图

3.2 实验 2

测试了 IASP 算法在含噪声的情形下重构信号的性能。目标信号 x 由高斯随机向量与 $\text{Null}(\Omega_A)$ 的列向量的乘积构成。这里 Ω 采用随机紧支框架,矩阵元素均从独立高斯分布中抽取;噪声选用均值为零、方差为 $1E-6$ 的高斯噪声。定义输出峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 为 $20 \lg(\|x\|_2 / \|\hat{x} - x\|_2)$, 输入峰值信噪比为 $20 \lg(\|x\|_2 / \|e\|_2)$ 。选取 $d = 200$, $p = 240$, $m = 160$, $l = 144$,为了测试算法对不同噪声等级的重构性能,可以通过改变输入噪声等级测试重构信号的信噪比,分别进行实验 40 次,计算出输出与输入的综合平均峰值均信噪比,实验结果如

图 2 所示。通过比较各个曲线可知,IASP、ASP、AHTP、AIHT、GAP 和 AL1 算法的综合平均输出峰值信噪比分别为 25.73, 24.93, 24.35, 22.60, 26.05, 26.33 dB;改进算法 IASP 比 ASP、AHTP、AIHT 算法的综合平均输出峰值信噪比分别提高了 0.8, 1.38, 3.13 dB,比 GAP 和 AL1 算法的平均输出峰值信噪比降低了 0.32, 0.6 dB,而算法的计算复杂度低于 GAP 和 AL1 的计算复杂度。

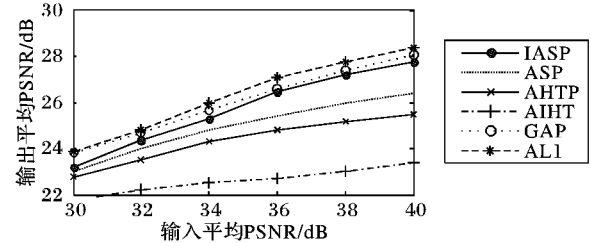


图 2 输出与输入平均信噪比关系

4 结语

本文对压缩感知信号优化问题中的稀疏补分析模型理论进行了研究,通过引入稀疏补投影思想,采用紧致框架作为分析字典,改进优化了目标函数和迭代追踪过程,优化了稀疏补取值方法,使得稀疏补分析模型下的子空间追踪算法的完全重构概率、含噪信号重构性能进一步提升。接下来的工作有:当采用其他不同类型的分析字典时,应该采用何种不同的目标函数才能使追踪结果为最优解等。

参考文献:

- [1] ELAD E, MILANFAR P, RUBINSTEIN R. Analysis versus synthesis in signal priors[J]. *Inverse Problems*, 2007, 23(3): 947-968.
- [2] CANDES E J, ELADAR Y C, NEEDLE D. Compressed sensing with coherent and redundant dictionaries [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 31(1): 59-73.
- [3] RAUHUT H, SCHNASS K, VANDERHEYNEST P. Compressed sensing and redundant dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(5): 2210-2219.
- [4] CANDES E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [5] ZHANG Z, HUANG R, YAN J. A blind reconstruction algorithm for compressed sensing signal[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(1): 18-21. (张宗念, 黄仁泰, 闫敬文. 压缩感知盲稀疏度重构算法[J]. *电子学报*, 2011, 39(1): 18-21.)
- [6] FOUCART S. Sparse recovery algorithms: sufficient conditions in terms of restricted isometry constants[C]// *Proceedings of Approximation Theory XIII*. Piscataway: IEEE, 2012, 13: 65-77.
- [7] NAM S, DAVIS M, ELAD M, et al. Cospase analysis modeling [C]// *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Piscataway: IEEE, 2011: 5804-5807.
- [8] LIU X, LI Y, LI C, et al. One projection subspace pursuit for signal reconstruction in compressed sensing[J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(9): 2514-2517. (刘小青, 李有明, 李程程, 等. 基于一次投影子空间追踪的压缩感知信号重构[J]. *计算机应用*, 2014, 34(9): 2514-2517.)
- [9] LIU X, GAO X, ZHOU D. l2-total variation image restoration based on subspace optimization [J]. *Journal of Computer Applications*, 2013, 33(4): 1112-1114. (刘晓光, 高兴宝, 周冬梅. 基于子空间优化的 l2-总变分图像恢复[J]. *计算机应用*, 2013, 33(4): 1112-1114.)

(下转第 1478 页)

图像的纹理结构特征,对于分类识别效果最好;在使用非监督的贪婪算法逐层训练深度学习模型 DBN 时,选取两层 RBM 作为隐藏层,训练 RBM 时采用对比散度算法。若将图像像素直接作为 DBN 可见层的输入,维数过大,且忽略了图像的纹理结构特征。因此本文采用分块 $LBP_{8,2}^{i2}$ 算子提取特征向量,并作为 DBN 的输入,此时 DBN 学习到的抽象特征包含了人脸图像的结构特征,在训练 DBN 权重系数时,在经过两层训练后能得到很小的重构误差。在 ORL、YALE 和 FERET 人脸数据库上的对比测试表明该方法有较高的识别率。

本文实验用的人脸库中姿态、光照和表情等的变化均在一定的范围内,若环境因素影响较大,该算法还有待进一步改进,下一步重点研究非限制条件下的人脸识别。

参考文献:

- [1] SIROVICH L, KIRBY M. Low-dimensional procedure for the characterization of human faces[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1987, 4(3): 519–524.
- [2] CHELLAPPA R, WILSON C L, SIROHEY S. Human and machine recognition of faces: a survey [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1995, 83(5): 705–740.
- [3] BELHUMERUR P N, HESPAHNA J P, KRIEGMAN D. Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711–720.
- [4] PENG Z, CHENG G. Face recognition based on independent component analysis and nuclear vector machines [J]. *Computer Engineering*, 2010, 36(7): 193–194. (彭中亚, 程国建. 基于独立成分分析和核向量机的人脸识别[J]. *计算机工程*, 2010, 36(7): 193–194.)
- [5] LIANG S. Face recognition research under the no limit condition based on LBP and deep learning [J]. *Journal on Communications*, 2014, 35(6): 154–160. (梁淑芬. 基于 LBP 和深度学习的非限制条件下人脸识别算法[J]. *通信学报*, 2014, 35(6): 154–160.)
- [6] TAIGMAN Y, YANG M, RANZATO M A, *et al.* Deepface: closing the gap to human-level performance in face verification [C]// *Proceedings of the 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE, 2014: 1701–1708.
- [7] SONG K, YAN Y, CHEN W, *et al.* Local binary pattern method research and prospects [J]. *Journal of Automatica Sinica*, 2013, 39(6): 730–744. (宋克臣, 颜云辉, 陈文辉, 等. 局部二值模式方法研究与展望[J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 730–744.)
- [8] MAENPAA T, PIETIKAINEN M. Texture analysis with local binary patterns [J]. *Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*, 2005, 3: 197–216.
- [9] OJALA T, PIETIKAINEN M, MAENPAA T. Multiresolution gray scale and rotation invariant texture classification with local binary patterns [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(7): 971–987.
- [10] AHONEN T, HADID A, PIETIKAINEN M. Face recognition with local binary patterns [M]. Heidelberg: Springer, 2004: 469–481.
- [11] XIONG C, LI D, DA B. Face recognition based on LBP and PCA feature extraction [J]. *Journal of South-Central University for Nationalities: Natural Science Edition*, 2011, 30(2): 75–79. (熊承义, 李丹婷, 笪邦友. 基于 LBP 和 PCA 特征提取的人脸识别[J]. *中南民族大学学报: 自然科学版*, 2011, 30(2): 75–79.)
- [12] LIN M. Face recognition research based on deep learning [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2013. (林妙真. 基于深度学习的人脸识别研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2013.)
- [13] BENGIO Y, LAMBLIN P, POPOVICI D, *et al.* Greedy layer-wise training of deep networks [C]// *Proceedings of the 20th Annual Conference on Neural Information Processing Systems*. [S. l.]: DBLP, 2007, 19: 153.
- [14] YOU Q. Video face recognition method based on depth of learning [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012. (由清圳. 基于深度学习的视频人脸识别方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.)
- [15] HINTON G, OSINDERO S, TEH Y W. A fast learning algorithm for deep belief nets [J]. *Neural Computation*, 2006, 18(7): 1527–1554.
- [10] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230–2249.
- [11] NAM S, DAVIS M E, ELAD E, *et al.* The cospase analysis model and algorithms [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2013, 34(1): 30–56.
- [12] GIRYES R, NAM S, GRIBONVAL R. Iterative cospase projection algorithms for the recovery of cospase vectors [EB/OL]. [2012-10-10]. <https://hal.inria.fr/inria-00611592/file/1569427149.pdf>.
- [13] BLUMENSATH T, DAVIS M. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 27(3): 265–274.
- [14] FOUCART S. Hard thresholding pursuit: an algorithm for compressed sensing [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2011, 49(6): 2543–2563.
- [15] LIU X, FENG X, YU H. Group mosquito host seeking algorithm [J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(4): 1055–1059. (刘晓婷, 冯翔, 虞慧. 群蚊子追踪算法[J]. *计算机应用*, 2014, 34(4): 1055–1059.)
- [16] WU T, CHEN L, GUO G. High - dimensional data clustering algorithm with subspace optimization [J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(8): 2279–2284. (吴涛, 陈黎飞, 郭躬德. 优化子空间的高维聚类算法[J]. *计算机应用*, 2014, 34(8): 2279–2284.)
- [17] LU Y M, DO M N. A theory for sampling signals from a union of subspaces [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2334–2345.
- [18] BLUMENSATH T, DAVIES E. Sampling theorems for signals from the union of finite-dimensional linear subspaces [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(4): 1872–1882.
- [19] GIRYES R, NAM S, ELAD M. CoSamp and SP for the cospase analysis model [C]// *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference*. Piscataway: IEEE Press, 2012: 964–968.
- [20] GIRYES R, NAM S, ELAD M. Greedy - like algorithm for the cospase analysis model [J]. *Special Issue in LAA on Sparse Approximate solution of Linear Systems*, 2012(7): 22–60.

(上接第 1473 页)