

基于卡尔曼-最小均方误差准则的雷达旁瓣抑制研究及仿真

张朝霞^{1,2*}, 王慧慧^{1,2}, 傅正^{1,2}, 杨玲珍^{1,2}, 王娟芬^{1,2}, 刘香莲^{1,2}

(1. 新型传感器与智能控制教育部重点实验室(太原理工大学), 太原 030024; 2. 太原理工大学 物理与光电工程学院, 太原 030024)

(* 通信作者电子邮箱 zhangzhaoxia1@126.com)

摘要:针对在现代雷达系统中强目标掩盖弱小目标,且只能将距离旁瓣抑制到一定值的问题,提出一种改进的卡尔曼-最小均方误差准则(K-MMSE)算法。该方法将卡尔曼滤波与最小均方误差准则相融合,是一种有效抑制距离旁瓣的自适应脉冲压缩系统。仿真实验中,将提出的K-MMSE方法与传统匹配滤波、经过最小均方误差(MMSE)准则的匹配滤波算法进行单目标与多目标情况下的旁瓣抑制比较后发现,前者较后者旁瓣水平及其点扩散函数(PSF)的峰值旁瓣比(PSLR)和积分旁瓣比(ISLR)均明显下降。仿真结果表明,该方法无论在单目标还是多目标情况下都能较传统的滤波算法更好地抑制旁瓣距离,有效地提取弱小目标信号。

关键词:雷达;匹配滤波;卡尔曼滤波;最小均方误差

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Research and simulation of radar side-lobe suppression based on Kalman-minimum mean-square error

ZHANG Zhaoxia^{1,2*}, WANG Huihui^{1,2}, FU Zheng^{1,2}, YANG Lingzhen^{1,2}, WANG Juanfen^{1,2}, LIU Xianglian^{1,2}

(1. Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education
(Taiyuan University of Technology), Taiyuan Shanxi 030024, China;

2. College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan Shanxi 030024, China)

Abstract: Concerning the problem that the weak target might be covered by the range side-lobes of the strong one and the range side-lobes could only be suppressed to a certain value, an improved Kalman-Minimum Mean-Square Error (K-MMSE) algorithm was proposed in this paper. This algorithm combined the Kalman filter with the Minimum Mean-Square Error (MMSE), and it was an effective method for suppressing range side-lobes of adaptive pulse compression. In the simulation, the proposed algorithm was compared with the traditional matched filter and other improved matched filters such as MMSE in a single target or multiple targets environments, and then found that the side-lobe levels, the Peak-SideLobe Ratio (PSLR) and Integrated SideLobe Ratio (ISLR) of the Point Spread Function (PSF) were all decreased obviously in comparison with the previous two methods. The simulation results show that the method can suppress range side-lobes well and detect the weak targets well either under both the condition of a single target and the condition of multiple targets.

Key words: radar; matched filter; Kalman filter; Minimum Mean-Square Error (MMSE)

0 引言

在现代雷达系统中的接收端,邻近弱回波会受到强回波信号距离旁瓣的干扰和影响,或者有可能将强回波信号的距离旁瓣当作目标回波加以检测。

对于高旁瓣的影响,文献[1]分析了由于系统函数带来了高旁瓣,进而严重影响了合成孔径雷达成像时的干涉相干性。为了抑制高的距离旁瓣,学者们提出了几种较为基础的方法^[2-4],这些方法均能在一定程度上较好地抑制大距离旁瓣,但也存在着一定缺陷。如文献[2]中的 CLEAN 算法虽能抑制距离旁瓣,但对弱小目标的提取效果有限。文献[3]没有考虑在对增益损失、旁瓣水平及滤波器长度有了平衡后,没

有大距离旁瓣提出特别有效的措施。文献[4]中采用元素空间扰乱法对旁瓣进行抑制,但其抑制效果有限。文献[5-6]提出利用最小均方误差准则(Minimum Mean-Square Error, MMSE)的方法来实现自适应的距离旁瓣抑制,但效果不太明显。最近,在距离旁瓣抑制问题上,学者们相继提出了多种新的解决方法。王旭等^[7]提出通过优化各子脉冲初相编码,抑制时域旁瓣,但此方法的优化算法比较复杂。Sira 等^[8]提出一种动态波形设计方法,能够有效抑制距离旁瓣干扰等。郑志东等^[9]提出了波束合成算法,可以有效抑制波束方位图的高旁瓣。钱李昌等^[10]和 Xu 等^[11]提出一种盲速旁瓣抑制方法,可以有效实现盲速旁瓣(Blind Speed Side-Lobe, BSSL)的抑制。文献[12-13]证明了卡尔曼滤波利用信号观测值对

收稿日期: 2014-11-24; **修回日期:** 2015-01-02。 **基金项目:** 国家自然科学基金青年基金资助项目(61108027); 国家自然科学基金面上项目(61377089); 山西省自然科学基金资助项目(2013011019-6); 山西省教育厅科技创新项目(2014112); 山西省科学技术发展计划(工业)项目(20140321003-02); 太原市万柏林区科技项目(20140306)。

作者简介: 张朝霞(1977-),女,山西太原人,副教授,博士,主要研究方向:超宽带穿墙雷达、认知雷达系统; 王慧慧(1990-),女,江苏灌南人,硕士研究生,主要研究方向:超宽带脉冲压缩雷达; 傅正(1988-),男,浙江奉化人,硕士研究生,主要研究方向:超宽带脉冲压缩雷达; 杨玲珍(1973-),女,山西临汾人,教授,博士,主要研究方向:光纤激光器; 王娟芬(1981-),女,山西吕梁人,副教授,博士,主要研究方向:非线性光学; 刘香莲(1979-),女,山东菏泽人,讲师,博士,主要研究方向:光纤激光器。

其真实功率谱进行估计,可以削弱杂波干扰,抑制距离旁瓣,提高脉冲压缩性能。

本文在基于最小均方误差准则的自适应脉冲压缩处理的基础上,提出基于卡尔曼滤波^[14-15]的最小均方误差准则(Kalman-Minimum Mean-Square Error, K-MMSE)系统。将MMSE^[6]的自适应脉冲压缩技术结合卡尔曼滤波进行改进,能够更好地抑制旁瓣,使分辨率得到很大程度的提高。本文首先推导了K-MMSE系统的原理,其次给出了K-MMSE系统的具体实现步骤,最后通过仿真实验验证了算法的有效性。

1 K-MMSE系统原理与实现步骤

1.1 雷达系统的数学模型

假设雷达发射信号为 $\mathbf{x}(t)$,则雷达接收机所接收的回波信号可以表示为:

$$\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{x}(t) \otimes h(t) + v(t) \quad (1)$$

其中: $h(t)$ 表示信道冲激响应; $v(t)$ 为加性噪声, \otimes 表示圆周卷积。 $h(t)$ 可以表示为:

$$h(t) = \sum_{i=1}^M \sigma_i \delta(t - \tau_i) \quad (2)$$

其中: M 表示目标个数; σ_i 是目标散射特性; $\tau_i = 2R_i/c$ 是光速在雷达与目标之间往返一次的时间; R_i 为第 i 个目标与雷达的相对距离。将式(2)代入式(1)得:

$$\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{x}(t) \otimes \sum_{i=1}^M \sigma_i \delta(t - \tau_i) + v(t) = \sum_{i=1}^M \sigma_i \mathbf{x}(t - \tau_i) + v(t) \quad (3)$$

由于匹配滤波过程适用于所有形式的发射信号所对应的回波,其过程主要通过回波信号与所设定的参考信号卷积实现,为了方便计算,将式(3)进行频域变换,如式(4)所示:

$$X_r(f) = \sum_{i=1}^M \sigma_i \times e^{-j2\pi f(2R_i/c)} \times X(f) + V(f) \quad (4)$$

其中: $X_r(f)$ 、 $X(f)$ 分别为 $\mathbf{x}_r(t)$ 、 $\mathbf{x}(t)$ 所对应的傅里叶变换。将发射信号 $\mathbf{x}(t)$ 作为参考信号,匹配滤波输出后,结果为:

$$\begin{aligned} x_{MF}(t) &= F_f^{-1} [X_r(f) \times X^*(f)] = \\ &= F_f^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^M \sigma_i \times e^{-j2\pi f(2R_i/c)} \times X(f) + V(f) \right) \times X^*(f) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^M \sigma_i \times psf(t - 2R_i/c) + v(t) \end{aligned} \quad (5)$$

这里 $psf(\cdot)$ 表示点扩散函数。

1.2 K-MMSE系统原理

K-MMSE系统是采用卡尔曼滤波的最小均方误差准则算法,如图1所示,雷达发射信号首先通过雷达等效系统,得到目标回波信号,该回波信号作为MMSE系统的输入信号,最后MMSE系统的输出信号即是整个K-MMSE系统的输出信号,也就是改进之后的匹配滤波值。

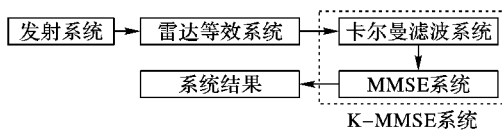


图1 K-MMSE系统原理

1.2.1 卡尔曼滤波系统

该系统基于卡尔曼滤波技术,通过估计某一时刻的过程状态,然后以含噪声的测量变量方法获得反馈信息。这里将点目标扩散函数 $psf(i)$ 作为待估计向量, $\mathbf{x}_r(i)$ 为观测向量,则该系统具体实现步骤如下:

1)首先确定状态方程,表示如下:

$$psf(i) = A(i) \times psf(i-1) + w(i) \quad (6)$$

其中 i 表示迭代次数。考虑到 $psf(i)$ 在时间、空间和频率上保持恒定,则令状态转移矩阵 $A(i) = I$ 。因此可将式(6)改为:

$$psf(i) = psf(i-1) + w(i) \quad (7)$$

其中 $w(i)$ 表示过程噪声,是和点扩散函数 $psf(i)$ 不相关的独立同分布零均值高斯噪声过程,其协方差矩阵为 Q 。

2)计算先验状态估计值和先验误差协方差:

$$\hat{psf}(i|i-1) = \hat{psf}(i-1) \quad (8)$$

$$P(i|i-1) = P(i-1) + Q \quad (9)$$

式中:括号内 $i|i-1$ 为从第 $i-1$ 个到第 i 个值的预测; \hat{psf} 为对 psf 的预测; P 为 \hat{psf} 误差协方差矩阵,表示为:

$$P(i) = E[(psf(i) - \hat{psf}(i))(psf(i) - \hat{psf}(i))^H]$$

3)状态方程的更新,首先是计算修正矩阵:

$$K(i) = P(i|i-1)x(i)^H(x(i)P(i|i-1)x(i)^H + R)^{-1} \quad (10)$$

式中 R 为观测值的协方差矩阵。

其次更新观测值:

$$\hat{psf}(i) = \hat{psf}(i-1) + K(i)(x_r(i) - x(i)\hat{psf}(i-1)) \quad (11)$$

最后更新误差协方差:

$$P(i) = (I - K(i)x(i)^H)P(i|i-1) \quad (12)$$

式中: $K(i)$ 表示卡尔曼增益矩阵。

4)重复步骤2)和步骤3)直到迭代完成。系统输出为 $\mathbf{x}_r(i)$ 。

1.2.2 MMSE系统

根据雷达回波信号模型,构造基于最小均方误差准则的代价函数,如式(13)所示:

$$B = E[|\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i) - \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}_r(i)|^2] \quad (13)$$

式中: $\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)$ 为滤波输出期望; $E[\cdot]$ 表示数学期望; \mathbf{w} 为复向量; B 对 \mathbf{w}^H 求复梯度,并令其为0,则:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}^H} B(\mathbf{w}, \mathbf{w}^H) &= E\{[\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i) - \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}_r(i)] \times \\ &[\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i) - \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}_r(i)]^H\} = \\ &E\{-\tilde{\mathbf{x}}_r(i)[\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i) - \mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{x}}_r(i)]^H\} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

可得:

$$\mathbf{w}(i) = \{E[\tilde{\mathbf{x}}_r(i) \times \tilde{\mathbf{x}}_r^H(i)]\}^{-1} \times E[\tilde{\mathbf{x}}_r(i) \times \tilde{\mathbf{x}}_{MF}^H(i)] = \rho(i)[C(i) + R]^{-1}\tilde{\mathbf{x}}(i) \quad (15)$$

式中: $\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)$ 未知; $\rho(i) = |\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)|^2$ 为 $\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)$ 的功率期望; $C(i)$ 为雷达回波中目标分量信号的相关矩阵。矩阵 $C(i)$ 的第 m 行、第 n 列元素为:

$$C_{m,n}(i) = \sum_{k=-N+1}^{N-1} \rho(i+k)x(k)x^H(k) \quad (16)$$

式中: $x(k)$ 表示将发射信号 \mathbf{x} 移 k 位个采样点,空出补零。

$\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)$ 是需要估计的值。这里首先用卡尔曼滤波系统的输出值 $\mathbf{x}_r(i)$ 得到原始的匹配滤波值,然后将该值作为目标估计代入式(16),计算出矩阵 $C(i)$,得到滤波器估计,进而通过式(15)得到滤波器 $\mathbf{w}(i)$,从而再次进行目标估计,重复这些步骤,完成 $\tilde{\mathbf{x}}_{MF}(i)$ 的精确估计。

2 仿真结果及分析

下面对雷达回波信号经过K-MMSE系统后的脉冲压缩结果进行仿真研究。为了使仿真实验结果具有对比性,仿真

中分别通过原始匹配滤波、卡尔曼滤波系统之后的匹配滤波、MMSE 系统之后的匹配滤波,以及经过 K-MMSE 之后的匹配滤波来完成雷达回波的脉冲压缩仿真实验。

仿真实验中使用的波形为 LFM 信号,如下:

$$x(t) = \exp(j\pi Kt^2) \quad (17)$$

式中: $K = B/T$; 信号带宽 $B = 100 \text{ MHz}$; 脉冲宽度为 $T = 15 \text{ }\mu\text{s}$ 。

假设在距离窗中第 50 个距离单元上有一 0 dB 的目标,回波信号经过匹配滤波和卡尔曼滤波系统之后的结果如图 2 所示,从图中可知,经过卡尔曼滤波系统之后的旁瓣整体相比于匹配滤波之后的旁瓣具有一定的抑制效果,但是仍能发现最大旁瓣的抑制效果不明显。图 3 则是在图 2 的基础上加入了回波信号经过 MMSE 系统之后的结果,可以明显看出,旁瓣由 13.5 dB 抑制到了 35.6 dB,但是由于没有经过卡尔曼滤波系统,可以看到旁瓣的波动较大,有些旁瓣没有得到很好抑制。

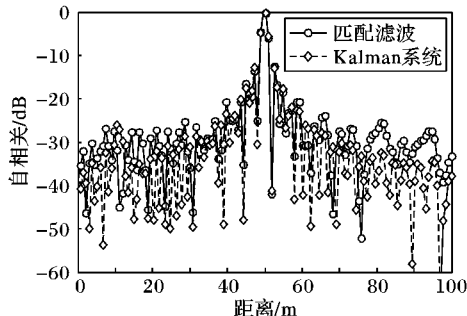


图 2 单目标下匹配滤波和卡尔曼滤波的旁瓣抑制比较

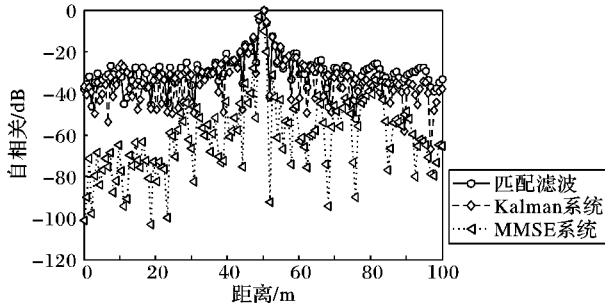


图 3 单一目标情况下原始三种滤波系统的旁瓣抑制比较

图 4 是加入回波信号经过 K-MMSE 系统后的结果,可以看到该波形相比回波信号单纯经过卡尔曼滤波系统和 MMSE 系统之后对于旁瓣抑制的效果更为明显。图 5 为原始匹配滤波与 K-MMSE 系统比较,可以很明显地发现旁瓣得到抑制。

为了定量说明 K-MMSE 系统优于其他 3 种情况,表 1 从峰值旁瓣比 (Peak-SideLobe Ratio, PSLR)、积分旁瓣比 (Integrated SideLobe Ratio, ISLR) 以及主瓣宽度 3 个方面给出了点扩散函数的特性。

由表 1 可以看出,卡尔曼滤波系统、MMSE 系统和 K-MMSE 系统 3 种方法都能够降低点扩散函数的峰值旁瓣比,削弱了强目标掩盖弱目标的掩盖作用,其中 MMSE 系统和 K-MMSE 系统效果更为明显,分别将 PSLR 降低了 17.1 dB 和 18.68 dB。在积分旁瓣比方面,三者都能达到很好的效果,相对于 MMSE 系统,回波信号经过 K-MMSE 系统得到的 ISLR 效果更好,降低了 28.82 dB,ISLR 的降低可以减小图像亮区域能量泄露对暗区域的淹没作用,提高了图像的对比度。在主瓣宽度方面,卡尔曼滤波系统、MMSE 系统和 K-MMSE 系统都比匹配滤波产生的宽度来得窄,同样,K-MMSE 系统效果最为明显,且增加了分辨率。

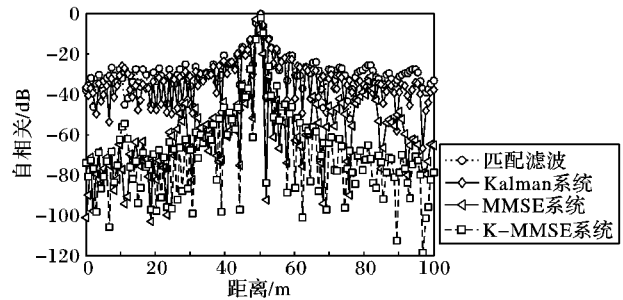


图 4 加入回波信号单一目标情况下四种滤波系统的旁瓣抑制比较

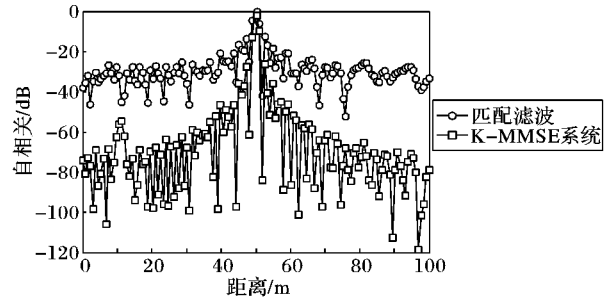


图 5 单一目标情况下匹配滤波和 K-MMSE 系统的旁瓣抑制比较

表 1 四种滤波系统点扩散函数特性

滤波系统	PSLR/dB	ISLR/dB	主瓣宽度/m
匹配滤波系统	-13.34	-31.95	1.61
卡尔曼滤波系统	-14.35	-41.38	1.58
MMSE 系统	-30.44	-55.30	1.01
K-MMSE 系统	-32.02	-60.77	1.00

图 6 为多目标情况下 4 种方法的结果,在距离单元为 10 m、20 m 处存在弱目标,距离单元 50 m 处存在强目标,可以发现 K-MMSE 系统在多目标情况下仍能很好地抑制旁瓣,并且提取弱目标。

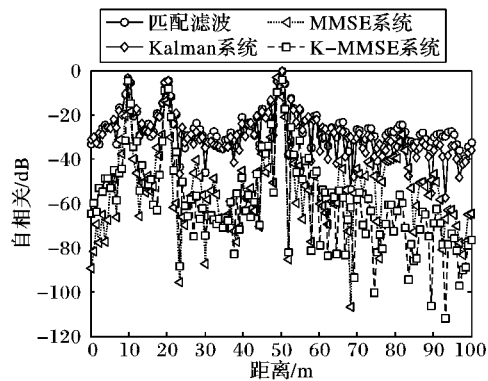


图 6 多目标情况下 4 种算法系统的旁瓣抑制比较

3 结语

为了抑制距离旁瓣以提高雷达对目标的检测性能,本文在基于最小均方误差准则的自适应脉冲压缩处理的基础上,提出了基于卡尔曼滤波的最小均方误差系统,即 K-MMSE 系统。该系统可以在单目标、多目标等情况下有效地提取有用目标。仿真结果表明,该系统可以在不降低分辨率的基础上有效地抑制峰值旁瓣比和积分旁瓣比,相较基于最小均方误差准则的自适应脉冲压缩效果更为明显。

参考文献:

[1] KOU L, WANG X, XIANG M, et al. High sidelobe effects on inter-

- ferometric coherence for circular SAR imaging geometry[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(1): 76–83.
- [2] DENG H. Effective CLEAN algorithms for performance-enhanced detection of binary coding radar signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(1): 72–78.
- [3] HE X, HU L, WU Z, *et al.* Optimal sidelobe suppression filters design with a constraint of maximum loss in process gain[C]// Proceedings of the 2009 IET International Radar Conference. Pipersville: IET Press, 2009: 1–4.
- [4] YANG H, CHEN H, TENG D, *et al.* A sidelobe suppression method with experiment for underwater acoustic imaging[J]. Chinese Journal of Acoustics, 2010, 29(3): 267–276.
- [5] BLUNT S D, GERLACH K. A generalized formulation for adaptive pulse compression of multi-static radar[C]// Proceedings of the 2006 4th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2006: 349–353.
- [6] LI M, LI Y, WANG X, *et al.* Adaptive pulse compression for fully polarimetric radar based on MMSE estimation[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(10): 2086–2090. (李棉全, 李永祯, 王雪松, 等. 基于 MMSE 估计的全极化雷达自适应脉冲压缩[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(10): 2086–2090.)
- [7] WANG X, JIU B, ZHOU S, *et al.* Range sidelobes suppression for MIMO radar with pulse train[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2012, 34(12): 2948–2953. (王旭, 纠博, 周生华, 等. 基于脉冲串编码的 MIMO 雷达距离旁瓣抑制方法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(12): 2948–2953.)
- [8] SIRA S, COCHRAN D, PAPANDREOU-SUPPAPPOLA A, *et al.* Adaptive waveform design for improved detection of low-RCS targets in heavy sea clutter[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(1): 56–66.
- [9] ZHENG Z, ZHANG J. Beam pattern and side-lobe suppression based on MIMO radar[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(2): 287–290. (郑志东, 张剑云. MIMO 雷达波束方向图及其旁瓣抑制方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 287–290.)
- [10] QIAN L, XU J, SUN W, *et al.* Blind speed sidelobe suppression in Radon-Fourier transform based on radar pulse recurrence interval design[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2012, 34(11): 2608–2614. (钱李昌, 许稼, 孙文峰, 等. 基于雷达脉冲重复间隔设计的 Radon-Fourier 变换盲速旁瓣抑制[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(11): 2608–2614.)
- [11] XU J, YU J, PENG Y, *et al.* Radon-Fourier Transform (RFT) for radar target detection (II): performance analysis and side-lobe suppression[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(4): 2473–2489.
- [12] MAO T, GONG X, MENG H, *et al.* Phase-modulated waveform design for the target detection in the presence of signal-dependent clutter[C]// Proceedings of the 2010 International Waveform Diversity and Design Conference. Piscataway: IEEE, 2010: 100–104.
- [13] PAREDES J, ARCE G, WANG Z. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(3): 383–395.
- [14] ROLF J, GEIR N. An iterative ensemble Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(8): 1990–1995.
- [15] YANG Y, FAN X, WANG S, *et al.* Target tracking based on amended Kalman filter[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(5): 846–851. (杨永建, 樊晓光, 王晟达, 等. 基于修正卡尔曼滤波的目标跟踪[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(5): 846–851.)

(上接第 1482 页)

- [2] DENG L, SHI F. Evaluation index system of passenger train operation plan[J]. China Railway Science, 2007, 27(3): 106–110. (邓连波, 史峰. 旅客列车开行方案评价指标体系[J]. 中国铁道科学, 2006, 27(3): 106–110.)
- [3] YU H. Study on evaluating of passenger running plan[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009. (宇海龙. 旅客列车开行方案评价研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2009.)
- [4] FENG F. Calculation and evaluation of railway dedicated passenger line running plan[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2006. (冯枫. 高速铁路高速客车开行方案的计算与评价[D]. 北京: 北京交通大学, 2006.)
- [5] ZHANG Y, ZHANG H. Application of city economic efficiency operation based on data envelopment analysis model[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2008, 27(6): 29–31. (张玉召, 张红伟. 旅客列车开行方案的 DEA 分析与评价[J]. 兰州交通大学学报, 2008, 27(6): 29–31.)
- [6] QU S, XU X. Evaluation of train operation plans of intercity railway based on DEA[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2012, 29(1): 79–94. (曲思源, 徐行方. 基于 DEA 的城际铁路列车开行方案评价[J]. 华东交通大学学报, 2012, 29(1): 79–94.)
- [7] DONG L. Passenger flow assignment theory and methods of the high-speed railway passenger transport service planning[J]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. (佟璐. 高速铁路客运产品设计中的客流分配理论与方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2012.)
- [8] COOK W D, SEIFORD L M. Data Envelopment Analysis (DEA) – thirty years on[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 192: 1–17.
- [9] YANG G, YANG J, LIU W, *et al.* Cross-efficiency aggregation in DEA models using the evidential-reasoning approach[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 98: 250–268.
- [10] ZHA Y. Several issues on data envelopment analysis[J]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2008. (查勇. 数据包络分析中的若干问题研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2008.)
- [11] WANG H, ZHAO T, ZHANG W, *et al.* Animation specialty benefit evaluation based on data envelopment analysis and analytic hierarchy process[J]. Journal of Liaoning Technical University, 2013, 32(5): 717–720. (王洪江, 赵婷婷, 张文强, 等. 基于数据包络及层次分析法的动画专业效益评价[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2013, 32(5): 717–720.)
- [12] BROCKETT P L, CHAMES A, COOPER W. Data transformations in DEA cone ratio envelopment approaches for monitoring bank performances[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 98: 250–268.
- [13] MU X, CHENG X, ZHANG X, *et al.* Efficiency evaluation of railway heavy haul freight car based on DEA overlapping efficiency mode[J]. China Railway Science, 2013, 35(1): 121–126. (穆鑫, 程学庆, 张玺, 等. 基于 DEA 交叉效率模型的铁路重载货车效率评价[J]. 中国铁道科学, 2013, 35(1): 121–126.)