

文章编号:1001-9081(2015)07-2047-04

doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2015.07.2047

T-Bézier 曲线能量法的光顺计算

方永锋^{1*}, 陈建军², 邱泽阳³

(1. 贵州工程应用技术学院 机械工程学院, 贵州 毕节 551700; 2. 西安电子科技大学 电子装备结构设计教育部重点实验室, 西安 710071;
3. 兰州交通大学 工业设计研究所, 兰州 730001)
(* 通信作者电子邮箱 fangyf_9707@126.com)

摘要:针对 T-Bézier 曲线的光顺要求,提出了用能量法对 T-Bézier 曲线进行光顺。首先通过能量法对 T-Bézier 曲线修改一个控制顶点使之达到光顺,同时给出了扰动因子 α 对曲线的影响,由此得到欲移动 T-Bézier 曲线的一个控制顶点达到光顺,可先确定 α ,再确定新的控制顶点,就可得到光顺后的新的 T-Bézier 曲线。对整条曲线进行光顺时先确定扰动因子 $\{\alpha_i\}_{i=1}^n$,然后求解一个系数矩阵为实对称三对角矩阵的方程组,再依次确定新的控制点列 $\{P_i\}_{i=0}^n$,最后由控制顶点确定光顺后的三次 T-Bézier 插值曲线,从而使 T-Bézier 曲线不仅达到整体光顺而且在数据点实现 C^2 连续。最后,给出了 3 个实例,说明该算法是简单、实用和有效的。

关键词:能量法; T-Bézier 曲线; 光顺; 连续

中图分类号: TH122; TP391.72 **文献标志码:**A

Fairing computation for T-Bézier curves based on energy method

FANG Yongfeng^{1*}, CHEN Jianjun², QIU Zeyang³

(1. School of Mechanical Engineering, Guizhou University of Engineering Science, Bijie Guizhou 551700, China;
2. Key Laboratory of Electronic Equipment Structure Design, Ministry of Education (Xidian University), Xi'an Shaanxi 710071, China;
3. Institute of Industry Design, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu 730001, China)

Abstract: For fairing requirements of the T-Bézier curve, the T-Bézier curve was smoothed by using the energy method. A control point of the T-Bézier curve was modified by using the energy method to make the T-Bézier curve smooth, while it was shown how the interference factor α influenced the smoothness of the T-Bézier curve. It was obtained a method that a fairing T-Bézier curve would be obtained by moving a control point: the α could be determined before the new control point would be found out, the new T-Bézier curve was produced by these new control points. The whole curve would be smoothed: firstly, the interference factors $\{\alpha_i\}_{i=1}^n$ were determined; secondly, the equation system whose coefficient matrix was a real symmetric matrix tridiagonal was solved; thirdly, the new control points $\{P_i\}_{i=0}^n$ were obtained; finally, the new T-Bézier curve could be produced. Not only overall fairness of the T-Bézier curve but also C^2 continuity of data points was achieved. Finally, it was shown that the proposed algorithm is simple, practical and effective by three examples.

Key words: energy method; T-Bézier curve; fairing; continuation

0 引言

Bézier 曲线在自由曲线设计中有着广泛的应用,但也存在一些缺点。T-Bézier 曲线^[1]不仅能够克服它的一些缺点,而且保留了 Bézier 曲线的几乎全部优点。文献[2]给出了 T-Bézier 曲线的构造方法与其几个重要性质。邱泽阳等^[3]、方永锋等^[4]给出了 T-Bézier 曲线的 C^2 插值及其误差分析与 T-Bézier 曲面的研究与应用。文献[5]介绍了能量法,并用此方法对曲线进行了光顺;文献[6]用能量法求解了最短路径问题的 Lotka-Voleterra 回复式神经网络的模型;文献[7–8]用能量法进行了曲线曲面的优化设计;文献[9]用偏微分法度曲面进行了光顺;文献[10–14]给出了各种参数基的 Bézier 曲线曲面的表示、降阶、分割、拼接,这些多数是

T-Bézier 曲线的不同表现形式。Käferböck^[15]、Sapidis 等^[16]、Tan 等^[17]通过节点的不断移动,达到曲线的光顺。但这些方法运算量大,而且难以达到 C^2 连续。

本文在这些文献的基础上,将能量法用于 T-Bézier 曲线,实现了根据不同情况,修改一个控制顶点或者移动数据点使曲线不仅达到光顺,方法简单,而且在数据点达到 C^2 连续。

1 修改控制顶点达到光顺

其矩阵表示形式如下。

给定 4 个控制顶点 p_0, p_1, p_2, p_3 , 定义 T-Bézier 曲线的方程^[1]为:

$$p(t) = \sum_{i=0}^3 B_{i,3}(t) p_i; 0 \leq t \leq \pi/2 \quad (1)$$

收稿日期:2015-01-21;修回日期:2015-03-25。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61473331);贵州省自然科学基金资助项目(黔科合 J 字[2014]2001);贵州省省级实验示范教学中心项目;贵州省高等学校新能源汽车产学研基地项目(黔教科 KY[2014]238);贵州工程应用技术学院高层次人才项目(院科合字 G2013007 号)。

作者简介:方永锋(1975–),男,甘肃宁县人,副教授,博士,主要研究方向:计算机辅助几何设计、结构可靠性; 邱泽阳(1968–),男,江苏沐阳人,教授,博士,主要研究方向:计算机辅助几何设计、逆向计算; 陈建军(1952–),男,河北保定人,教授,博士生导师,主要研究方向:结构可靠性、随机振动。

其中: $\mathbf{p}_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 为控制顶点, $\mathbf{B}_{i,3}(t)$ 为 T-Bézier 基函数, 它的矩阵形式为:

$$\mathbf{B}_{i,3}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ \sin t \\ \cos t \\ \cos 2t \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1.5 & -1 & -1 & 1.5 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ -0.5 & 1 & -1 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

假设光顺前的 T-Bézier 曲线的控制顶点为: $\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3$, 一般要求修改后曲线的端点不变, 所以通过修改 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ 中的一个控制顶点达到光顺, 光顺后的控制顶点为 $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ 。这里以修改 \mathbf{d}_1 为例, 修改 \mathbf{d}_2 的方法同修改 \mathbf{d}_1 , 因此有:

$$\begin{cases} \mathbf{d}_0 = \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{d}_2 = \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{d}_3 = \mathbf{p}_3 \end{cases} \quad (3)$$

为了约束待修正的控制顶点的扰动幅度在目标函数中加入 α 约束项, 由能量法得到目标函数为:

$$E = \int_0^{\pi/2} |p''(t)|^2 dt + \alpha(\mathbf{d}_1 - \mathbf{p}_1)^2 \quad (4)$$

这里的 $p(t)$ 形式如式(1)所示, 则

$$\begin{aligned} E = & (-8/3 + 2\pi)(\mathbf{p}_0)^2 + (-16/3 + 5\pi)(\mathbf{p}_1)^2 + \\ & (-16/3 + 5\pi)(\mathbf{p}_2)^2 + (-8/3 + 2\pi)(\mathbf{p}_3)^2 + \\ & (8 - 6\pi)\mathbf{p}_0\mathbf{p}_1 + (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_0\mathbf{p}_2 + (28/3 - 2\pi)\mathbf{p}_0\mathbf{p}_3 + \\ & (44/3 - 8\pi)\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 + (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3 + \\ & (8 - 6\pi)\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 + \alpha(\mathbf{d}_1 - \mathbf{p}_1)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

令:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}_1} = 0 \quad (6)$$

可得:

$$\mathbf{p}_1 = [(4 - 3\pi)\mathbf{p}_0 + (22/3 - 4\pi)\mathbf{p}_2]/(16/3 - 5\pi - \alpha) + \\ [(-6 + 2\pi)\mathbf{p}_3 - \alpha\mathbf{d}_1]/(16/3 - 5\pi - \alpha) \quad (7)$$

由式(6)得到:

$$|\mathbf{p}_1 - \mathbf{d}_1| = |(4 - 3\pi)\mathbf{p}_0 + (22/3 - 4\pi)\mathbf{p}_2 + (-6 + 2\pi)\mathbf{p}_3 - \\ (16/3 - 5\pi)\mathbf{d}_1| / |16/3 - 5\pi - \alpha| \quad (8)$$

由式(7)、(8)可以得出以下结论 1:

结论 1 当 $\alpha \geq 0$ 时, α 越大, 控制顶点扰动幅度越小, 故可根据实际需要调整 α , 以期得到更好的效果。

综上, 得到算法 1。

算法 1 欲移动 T-Bézier 曲线的一个控制顶点达到光顺, 可根据结论 1 先确定 α , 再由式(7)求出 \mathbf{p}_1 , 由式(1)得到光顺后的新的 T-Bézier 曲线。

2 修改数据点达到光顺

在实际测量中, 因测量误差或模型本身的误差等原因, 提供的数据点的信息可能不正确, 这将会影响插值或逼近于数据点的曲线的光顺性, 因此, 在构造曲线的同时, 应该对数据点进行光顺处理。一般可用三次控制顶点的 T-Bézier 曲线在数据点进行插值来构造曲线, 在数据点能够达到 C^2 光滑。考虑到上述两个目的, 下面运用能量法进行光顺的同时在数据点进行达到 C^2 光滑的三次 T-Bézier 曲线的插值。

已知型值点列 $\{\mathbf{Q}_i\}_{i=0}^n$, 设光顺后的型值点列为 $\{\mathbf{P}_i\}_{i=0}^n$, 插值于 $\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{i-1}$ 之间的 T-Bézier 曲线为:

$$f_i(t) = \sum_{j=0}^3 \mathbf{B}_{j,3}(t) \mathbf{p}_j^i; 0 \leq t \leq \pi/2, i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

其中: $\mathbf{B}_{j,3}$ 同式(2); \mathbf{p}_j^i 是 $\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_{i-1}$ 之间的 T-Bézier 曲线对应的 4 个控制顶点, $\mathbf{p}_0^i = \mathbf{P}_{i-1}, \mathbf{p}_3^i = \mathbf{P}_i$ 。

于是, 能量函数可以表示为:

$$E = \sum_{i=0}^n \alpha_i (\mathbf{Q}_i - \mathbf{P}_i)^2 + \sum_{i=1}^n \int_0^{\pi/2} |f''_i(t)|^2 dt; 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

这里 α_i 是约束项, 它的意义及取值同结论 1。为了使应变能最小, 令:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}_j^i} = 0; i = 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, 2, 3 \quad (11)$$

由文献[3], $\mathbf{p}_0^i, \mathbf{p}_3^i$ 与 $\mathbf{p}_1^i, \mathbf{p}_2^i$ 有下列关系:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1^i = \mathbf{R}_i h_i + \mathbf{p}_0^i \\ \mathbf{p}_2^i = \mathbf{p}_3^i - \mathbf{R}_{i+1} h_i \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$\mathbf{R}_i = \frac{\mathbf{d}_3^{i-1} - \mathbf{d}_2^{i-1}}{h_{i-1}} = \frac{\mathbf{d}_1^i - \mathbf{d}_0^i}{h_i}$$

$$h_i = |\mathbf{p}_3^i - \mathbf{p}_0^i|$$

$$\mathbf{p}_3^i = \mathbf{p}_0^{i+1} = \mathbf{P}_{i+1}$$

$$\mathbf{p}_0^i = \mathbf{p}_3^{i-1} = \mathbf{P}_i$$

这里令:

$$\sum_{i=1}^n \int_0^{\pi/2} |f''_i(t)|^2 dt = F \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_0^i} = & 2(8/3 + 2\pi)\mathbf{p}_0^i + (8 - 6\pi)\mathbf{p}_1^i + \\ & (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_2^i + (-28/3 - 2\pi)\mathbf{p}_3^i \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_1^i} = & (8 - 6\pi)\mathbf{p}_0^i + (-32/3 + 10\pi)\mathbf{p}_1^i + \\ & (44/3 - 8\pi)\mathbf{p}_2^i + (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_3^i \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_2^i} = & (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_0^i + (44/3 - 8\pi)\mathbf{p}_1^i + \\ & (-32/3 + 10\pi)\mathbf{p}_2^i + (8 - 6\pi)\mathbf{p}_3^i \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_3^i} = & (-28/3 - 2\pi)\mathbf{p}_0^i + (-12 + 4\pi)\mathbf{p}_1^i + \\ & (8 - 6\pi)\mathbf{p}_2^i + (-16/3 + 4\pi)\mathbf{p}_3^i \end{aligned} \quad (17)$$

把式(12)代入式(14)~(17)并化简得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_0^i} = & (40/3 - 2\pi)\mathbf{p}_0^i + (-64/3 + 2\pi)\mathbf{p}_3^i + \\ & (8 - 6\pi)\mathbf{R}_i h_i + (12 - 4\pi)\mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_1^i} = & (-8/3 + 4\pi)\mathbf{p}_0^i + (8/3 - 4\pi)\mathbf{p}_3^i + (-32/3 + \\ & 10\pi)\mathbf{R}_i h_i + (-44/3 - 8\pi)\mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_2^i} = & (8/3 - 4\pi)\mathbf{p}_0^i + (-8/3 + 4\pi)\mathbf{p}_3^i + \\ & (44/3 - 8\pi)\mathbf{R}_i h_i + (32/3 - 10\pi)\mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_3^i} = & (-64/3 + 2\pi)\mathbf{p}_0^i + (8/3 - 2\pi)\mathbf{p}_3^i + \\ & (-12 + 4\pi)\mathbf{R}_i h_i + (-8 + 6\pi)\mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (21)$$

由式(11)有:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}_1^i} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_1^i} = 0$$

且:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}_2^i} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_2^i} = 0$$

求得:

$$\mathbf{p}_0^i = \mathbf{p}_3^i + \frac{16 - 15\pi}{-4 + 6\pi} \mathbf{R}_i h_i + \frac{11 + 6\pi}{-2 + 3\pi} \mathbf{R}_{i+1} h_i \quad (22)$$

$$\mathbf{p}_3^i = \mathbf{p}_0^i + \frac{11 - 6\pi}{2 - 3\pi} \mathbf{R}_i h_i + \frac{-16 + 15\pi}{4 - 6\pi} \mathbf{R}_{i+1} h_i \quad (23)$$

把式(23)代入式(18)、(21)得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_0^i} &= 8\mathbf{p}_0^i + \left[8 - 6\pi + \frac{(11 - 6\pi)(-64/3 + 2\pi)}{2 - 3\pi} \right] \mathbf{R}_i h_i + \\ &\quad \left[12 - 4\pi + \frac{(16 - 15\pi)(-64/3 + 2\pi)}{4 - 6\pi} \right] \mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}_3^i} &= -\frac{56}{3}\mathbf{p}_3^i + \left[-12 + 4\pi + \frac{(16 - 15\pi)(-64/3 + 2\pi)}{-4 + 6\pi} \right] \mathbf{R}_i h_i + \\ &\quad \left[-8 + 6\pi + \frac{(11 + 6\pi)(-64/3 + 2\pi)}{-2 + 3\pi} \right] \mathbf{R}_{i+1} h_i \end{aligned} \quad (25)$$

由式(24)、(25)以及式(11),则有:

$$\mathbf{P}_0^i = \frac{2\alpha_i \mathbf{Q}_i + m_i \mathbf{R}_i h + n_i \mathbf{R}_{i+1} h_i}{2\alpha_i - 8} \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_3^i = \frac{2\alpha_{i+1} \mathbf{Q}_i + u_i \mathbf{R}_i h + v_i \mathbf{R}_{i+1} h_i}{(2\alpha_{i+1} - 8)} \quad (27)$$

其中:

$$m_i = 8 - 6\pi + \frac{(11 - 6\pi)(-64/3 + 2\pi)}{2 - 3\pi}$$

$$n_i = 12 - 4\pi + \frac{(16 - 15\pi)(-64/3 + 2\pi)}{4 - 6\pi}$$

$$u_i = -12 + 4\pi + \frac{(16 - 15\pi)(-64/3 + 2\pi)}{-4 + 6\pi}$$

$$v_i = -8 + 6\pi + \frac{(11 + 6\pi)(-64/3 + 2\pi)}{-2 + 3\pi}$$

又由式(26)、(27)以及文献[3],可写出 C^2 连续的三次 T-Bézier 曲线的插值方程:

$$\begin{aligned} h_i \mathbf{R}_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i) \mathbf{R}_i + h_{i-1} \mathbf{R}_{i+1} = \\ \frac{h_{i-1}}{h_i} (\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i) + \frac{h_i}{h_{i-1}} (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}) \end{aligned} \quad (28)$$

将式(26)、(27)代入式(28)有:

$$a_i \mathbf{R}_{i-1} + b_i \mathbf{R}_i + c_i \mathbf{R}_{i+1} = S_i \quad (29)$$

这里:

$$\begin{aligned} a_i &= h_i + \frac{m_{i-1} h_{i-1} h_i}{(2\alpha_{i-1} - 8) h_{i-1}} \\ b_i &= 2(h_{i-1} + h_i) + \frac{m_i (h_i^2 - h_{i-1}^2)}{h_{i-1}} + \frac{u_i h_{i-1}}{2\alpha_{i+1} - 8} + \\ &\quad \frac{h_{i-1} h_i^2}{(2\alpha_{i-1} - 8) h_{i-1}} \\ c_i &= h_{i-1} + \frac{h_i (h_i^2 - h_{i-1}^2)}{(2\alpha_{i-1} - 8) h_{i-1}} + \frac{h_{i-1} v_i}{2\alpha_{i+1} - 8} \\ S_i &= -\frac{2h_{i-1} h_i}{(2\alpha_{i-1} - 8) h_{i-1}} \mathbf{Q}_{i-1} + \left(\frac{h_i^2 - h_{i-1}^2}{h_{i-1} h_i} - \frac{2\alpha_{i+1}}{2\alpha_{i+1} - 8} \right) \mathbf{Q}_i + \\ &\quad \frac{h_{i-1} 2\alpha_{i+1}}{h_i (2\alpha_{i+1} - 8)} \mathbf{Q}_{i+1} \end{aligned}$$

添上文献[3]中的两个边界条件后式(29)共有 $n + 1$ 个方程,写成矩阵的形式如下:

$$\mathbf{A} \mathbf{R} = \mathbf{S} \quad (30)$$

其中:

$$\mathbf{R} = \{\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_n\}^T$$

$$\mathbf{S} = \{\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_n\}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & \cdots & 0 & b_n & c_n \end{bmatrix}$$

\mathbf{A} 是一个实对称三角阵,有唯一解。为了方便近似地取 $h_i = |\mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{Q}_i|$, α_i 可根据结论 1,由需要自行调整。

综上,获得算法 2。

算法 2 对整条曲线进行光顺时,先根据结论 1 确定 $\{\alpha_i\}_{i=1}^n$,然后求解式(30),再依次求解式(25)、(26)、(27)确定新的型值点 $\{\mathbf{P}_i\}_{i=0}^n$,再利用式(12)确定 $\{\mathbf{p}_i^i\}_{i=1}^n$ 、 $\{\mathbf{p}_0^i\}_{i=1}^n$,最后由 $\{\mathbf{p}_0^i, \mathbf{p}_1^i, \mathbf{p}_2^i, \mathbf{p}_3^i\}_{i=1}^n$ 确定光顺后的三次 T-Bézier 插值曲线。

3 数值仿真

例 1 已知某构件控制顶点 $d_0(0,0), d_1(1,2), d_2(2,1), d_3(4,0)$,由这 4 个控制顶点生成的 T-Bézier 曲线如图 1 所示,因为存在拐点,所以曲线明显不光顺。利用算法 1,取 $\alpha_1 = -2.6488$ 进行第一次光顺,将控制顶点 $d_1(1,2)$ 修改为 $p_1(1,1)$,由 $p_0(0,0), p_1(1,1), p_2(2,1), p_3(4,0)$ 生成的 T-Bézier 曲线如图 2 所示。取 $\alpha_2 = -25.6984$ 进行第二次光顺,这时控制顶点 $d_1(1,2)$ 修改为 $p'_1(1,1.3)$,由 $p'_0(0,0), p'_1(1,1.3), p'_2(2,1), p'_3(4,0)$ 生成的 T-Bézier 曲线如图 3。

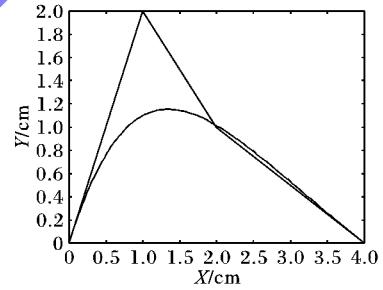


图 1 光顺前的 T-Bézier 曲线(例 1)

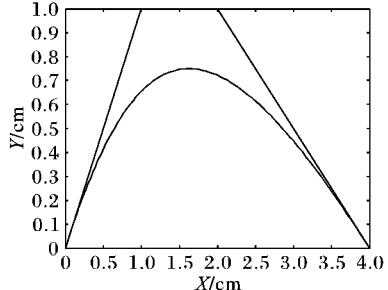


图 2 $\alpha_1 = -2.6488$ 光顺后的 T-Bézier 曲线(例 1)

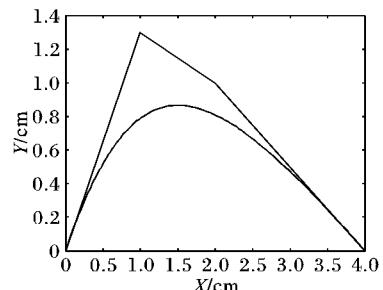


图 3 $\alpha_2 = -25.6984$ 光顺后的 T-Bézier 曲线(例 1)

由本例可以看出,取不同的影响因子光顺效果不同:

$\alpha_2 = -25.6984$ 时, 本例虽然达到了光顺, 但和控制顶点 3 有较大的误差; 当 $\alpha_1 = -2.6488$ 不仅达到光顺的要求, 而且光顺后的曲线和光顺前的曲线误差比较小。

例 2 某 T-Bézier 曲线原来的控制点列, 光顺所需的扰动因子 α , 光顺后的控制点列如表 1, 光顺前后的比较如图 4。

表 1 例 2 相关数据

原来的控制点列	扰动因子 α	光顺后的控制点列
(0,0)	1.000	(0,0)
(1.2,0.3226)	1.000	(1.4842,1.1143)
(2.4750,5.2903)	-1.996	(2.474,5.001)
(3,9)	1.000	(3,9)
(3.75,19.395)	3.581	(3.8211,14.003)
(4.25,19.395)	3.581	(527895,12.98)
(5,9)	1.000	(5,9)
(5.4,1.6129)	-1.181	(5.5,5.2852)
(6.351,-2.4516)	1.600	(6.9474,1.1429)
(8,-6)	1.000	(8,-6)

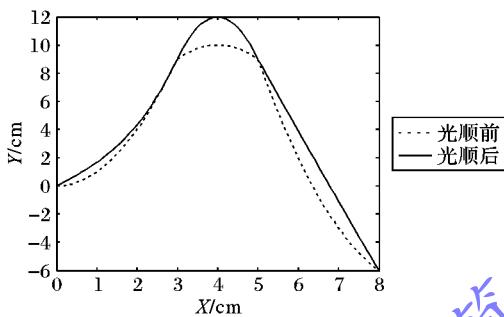


图 4 T-Bézier 曲线光顺前后对比(例 2)

例 3 某 T-Bézier 曲线原来的控制点列, 光顺所需的扰动因子 α , 光顺后的控制点列如表 2, 光顺前后的比较如图 5。

表 2 例 3 相关数据

原来的控制点列	扰动因子 α	光顺后的控制点列
(0,0)	1.000	(0,0)
(1,10)	1.863	(0.8524,8.865)
(3,7)	1.521	(1.553,6.224)
(2,6)	1.000	(2,6)
(8,3)	1.000	(8,3)
(10,0)	1.581	(11.65,1.1750)
(15,2)	3.236	(15.58,0.896)
(18,6)	1.000	(18,6)

从例 2 和例 3 可以看出, 用本文方法对曲线光顺, 不仅能得到需要的光顺曲线, 而且还能使曲线在拼接点处达到 C^2 光顺。更进一步, 只要对扰动因子选择适当, 还能使光顺后的曲线与原来曲线之间的误差达到最小。

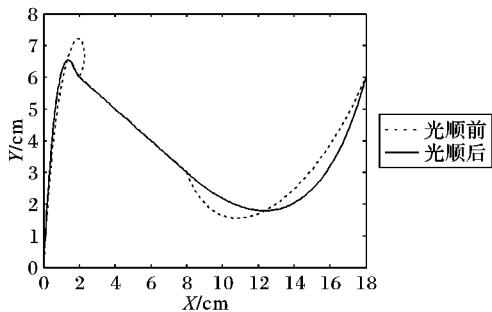


图 5 T-Bézier 曲线光顺前后对比(例 3)

4 结语

本文利用能量法对 T-Bézier 曲线进行了光顺化, 该算法既可以通过局部调节进行光顺, 又可以进行全局光顺。在进行光顺时引入 α 因子进行曲线的形状控制, 并给出了 α 的参考取法。在对曲线进行全局光顺时, 不但通过原节点求得新节点使形成的曲线达到光顺要求, 而且在新节点之间可以进行三次 T-Bézier 曲线达到 C^3 光滑的插值, 提高了精确性。整个光顺过程无须迭代或优化, 计算简便。用户可以根据需要调整 α 以适应不同的背景要求下的曲线光顺。本文给出的两个算法都可以推广到空间 T-Bézier 曲线的光顺。

参考文献:

- [1] SU B, HUANG Y. A class of Bézier-type trigonometric polynomial curves [J]. Numerical Mathematics A Journal of Chinese Universities, 2005, 27(3): 202–208. (苏本跃, 黄有度. 一类 Bézier 型的三角多项式曲线[J]. 高等学校计算数学学报, 2005, 27(3): 202–208.)
- [2] FANG Y, QIU Z. T-Bézier curves and their three characters [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007: 103–107. (方永锋, 邱泽阳. T-Bézier 曲线及其三个性质[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007: 103–107.)
- [3] QIU Z, FANG Y. Trigonometric polynomial Bézier curve interpolation and its error analysis [J]. Journal of Engineering Graphics, 2007, 28(2): 104–108. (邱泽阳, 方永锋. 三角 Bézier 曲线插值及其误差分析[J]. 工程图学学报, 2007, 28(2): 104–108.)
- [4] FANG Y, QIU Z. Research and application of Bézier surfaces based on trigonometric function [J]. Journal of Machine Design, 2008, 25(9): 10–15. (方永锋, 邱泽阳. 基于三角函数的 Bézier 曲面的研究与应用[J]. 机械设计, 2008, 25(9): 10–15.)
- [5] SU B, LIU D. Computation geometric [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 1981: 112–116. (苏步青, 刘鼎元. 计算几何[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1981: 112–116.)
- [6] ZHENG B, SANG Y. Lotka-Voleterra recurrent neural network model for solving shortest path [J]. Journal of Computer Applications, 2012, 32(7): 1965–1968. (郑伯川, 桑永胜. 求最短路径问题的 Lotka-Voleterra 回复式神经网络[J]. 计算机应用, 2012, 32(7): 1965–1968.)
- [7] WANG M, ZHAO W, FENG Y. Optimum design methods of curve and surface based on hybrid optimization algorithm [J]. Mechanical Engineer, 2014, 46(1): 51–53. (王毛毛, 赵卫国, 冯盈雪. 基于混合优化算法的曲线曲面优化设计方法研究[J]. 机械工程师, 2014, 46(1): 51–53.)
- [8] ZHANG D, LIU L. Feature-preserving mesh smoothing algorithm based on the weighted least squares [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2010, 22(9): 1497–1506. (张冬梅, 刘利刚. 保特征的加权最小二乘三角网格光顺算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(9): 1497–1506.)
- [9] DENG S, JIA Y, YAO X. Smooth surface reconstruction based on fourth-order partial differential equation [J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(2): 486–489. (邓世武, 贾雨, 姚兴苗. 基于四阶偏微分方程的光滑曲面重构算法[J]. 计算机应用, 2015, 35(2): 486–489.)
- [10] QIN X, LI K, HU G, et al. Geometric design and adjustment of shape for developable CE-Bézier surfaces [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(3): 47–54. (秦新强, 李凯, 胡钢, 等. CE-Bézier 可展曲面的设计与形状调整[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(3): 47–54.)

(下转第 2055 页)

维数下不同算法的人脸识别率如图4所示。

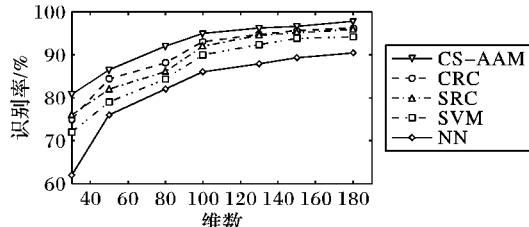


图4 不同维数下不同算法的人脸识别率(Extended Yale B库)

通过实验可以看出,在不同维数下本文算法识别的准确性较高。由于AAM能够准确地对人脸特征进行定位,保留主要用于识别的信息,减少了外界因素对人脸识别的影响,使得算法能够更准确地对图像进行分类;而且本文算法对有复杂背景的人脸识别也具有良好的鲁棒性。

4 结语

针对原始SRC算法在训练样本过大以及其他非人脸信息干扰等情况下识别效率较低、准确性较差的问题,本文提出一种基于主动表观模型的稀疏聚类人脸识别算法。通过使用一种快速拟合算法降低计算复杂度,提高拟合准确率,对图像中的人脸特征点进行准确的定位,从图像中只提取能够被有效识别的人脸信息,摒弃其他不利于识别的信息。结合SRC算法进行分类,在分类之前,由于训练样本过大,且训练样本中某些类人脸图像相似度较高,SRC算法往往准确性较低,针对这一问题,本文算法利用K-means聚类算法首先对训练样本的进行聚类,将相似度较高的人脸图像划为一类,计算聚类中心,并用聚类中心代替这个类,避免了因相似程度较高而导致分类失败的问题。通过在人脸数据库上比较本文算法与其他算法的识别效果,表明本文算法具有较高的准确性和良好的鲁棒性。由于该算法有较好的特征提取和分类效果,下一步将在其他识别领域作进一步的研究。

参考文献:

- [1] CHOI K, TOH K-A, BYUN H. Incremental face recognition for large-scale social network services [J]. Pattern Recognition, 2012, 45(8): 2868 – 2883.
- [2] MA X, TAN Y. Face recognition based on discriminant sparsity preserving embedding [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(1): 73 – 82. (马小虎, 谭延琪. 基于鉴别稀疏保持嵌入的人脸识别算法[J]. 自动化学报, 2014, 40(1): 73 – 82.)
- [3] LIAO S, JAIN A K, LI S Z. Partial face recognition: alignment-free approach [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(5): 1193 – 1205.
- [4] TURK M, PENTLAND A. Eigenfaces for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71 – 86.
- [5] LIANG J, WANG M, CHAI Z, et al. Different lighting processing and feature extraction methods for efficient face recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 8(9): 528 – 538.
- [6] BELHUMEUR P N, HESPANDA J P, KIREGEMAN D J. Eigenfaces vs Fisherfaces: recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711 – 720.
- [7] BARTLETT M S, MOVELLAN J R, SEJNOWSKI T J. Face recognition by independent component analysis [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(6): 1450 – 1464.
- [8] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1997, 8(6): 1564.
- [9] WISKOTT L, FELLOUS J-M, KUIGER N, et al. Face recognition by elastic bunch graph matching [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 775 – 779.
- [10] WRIGHT J, YANG A, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210 – 227.
- [11] SONMEZ E B, ALBAYRAK S. Critical parameters of the sparse representation-based classifier [J]. IEEE Transactions on Computer Vision, 2014, 7(6): 500 – 507.
- [12] ZHAO H, YU P. AAM-based alignment and local weighted matching method for face recognition [J]. Journal of Image and Graphics, 2013, 18(12): 1582 – 1586. (赵恒, 俞鹏. 基于主动表观模型姿态矫正和局部加权匹配人脸识别[J]. 中国图象图形学报, 2013, 18(12): 1582 – 1586.)
- [13] QIAO L, CHEN S, TAN X. Sparsity preserving projections with applications to face recognition [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(1): 331 – 341.
- [14] ZHANG C, LIU H, QIANG Z. Face recognition based on image sparse representation and singular value decomposition [J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(S1): 233 – 235. (张慈祥, 刘辉, 强振平. 基于稀疏表示和奇异值分解的人脸识别[J]. 计算机应用, 2013, 33(S1): 233 – 235.)
- [15] BO C, ZHANG R, LIU G, et al. Face recognition via kernel-based non-negative sparse representation [J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(8): 2227 – 2230. (薄纯娟, 张汝波, 刘冠群, 等. 基于核非负稀疏表示的人脸识别[J]. 计算机应用, 2014, 34(8): 2227 – 2230.)

(上接第2050页)

- [11] TAN J, WANG Y, LI Z. Subdivision algorithm, connection and applications of cubic H-Bézier curves [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2009, 21(5): 584 – 591. (檀结庆, 王燕, 李志明. 三次 H-Bézier 曲线的分割、拼接及其应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(5): 584 – 591.)
- [12] LI Y, XUAN Z, WEI Z, et al. Smoothening in surface blending of quadric algebraic surfaces [J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(7): 2054 – 2057. (李耀辉, 宣兆成, 威志峰, 等. 二次代数曲面拼接中的光顺处理[J]. 计算机应用, 2014, 34(7): 2054 – 2057.)
- [13] YAN L, HAN X. Improvement of the modifiable Bézier curves [J]. Journal of Image and Graphics, 2014, 19(9): 1368 – 1376. (严兰兰, 韩旭里. 对可调控 Bézier 曲线的改进[J]. 中国图象图形学报, 2014, 19(9): 1368 – 1376.)
- [14] HUANG R. Construction and application of rational q -Bernstein-Bézier curves [J]. Journal of Computer Applications, 2013, 33(5): 1359 – 1363. (黄日朋. 有理 q -Bernstein-Bézier 曲线的构造及其应用[J]. 计算机应用, 2013, 33(5): 1359 – 1363.)
- [15] KÄFERBÖCK F. Affine arc length polylines and curvature continuous uniform B-splines [J]. Computer Aided Geometric Design, 2014, 31(7/8): 331 – 344.
- [16] SAPIDIS N, FARIN G. Automatic fairing algorithm for B-spline curves [J]. Computer-Aided Design, 1990, 22(2): 121 – 129.
- [17] TAN J, ZHUANG X, ZHANG L. A new four-point shape-preserving C^3 subdivision scheme [J]. Computer Aided Geometric Design, 2014, 31(1): 57 – 62.