

基于量子粒子群优化算法的新型正交基神经网络 分数阶混沌时间序列单步预测

李瑞国¹, 张宏立^{1*}, 王 雅²

(1. 新疆大学 电气工程学院, 乌鲁木齐 830047; 2. 新疆大学 机械工程学院, 乌鲁木齐 830047)

(* 通信作者电子邮箱 1141567852@qq.com)

摘要:针对分数阶混沌时间序列预测精度低、速度慢的问题,提出了基于量子粒子群优化(QPSO)算法的新型正交基神经网络预测模型。首先,在Laguerre正交基函数的基础上提出一种新型正交基函数,并结合神经网络拓扑构成新型正交基神经网络;其次,利用QPSO算法优化新型正交基神经网络参数,将参数优化问题转化为多维空间上的函数优化问题;最后,根据已优化参数建立预测模型并进行预测分析。分别以分数阶Birkhoff-shaw和Jerk混沌系统为模型,利用Adams-Bashforth-Moulton预估-校正法产生混沌时间序列作为仿真对象,进行单步预测对比实验。仿真表明,与反向传播(BP)神经网络、径向基函数(RBF)神经网络及普通的新型正交基神经网络相比,基于QPSO算法的新型正交基神经网络的平均绝对值误差(MAE)、均方根误差(RMSE)明显减小,决定度系数(CD)更接近于1,平均建模时间(MMT)明显缩短。实验结果表明,基于QPSO算法的新型正交基神经网络提高了分数阶混沌时间序列预测的精度和速度,便于该预测模型的应用和推广。

关键词:正交基;神经网络;量子粒子群优化算法;分数阶;混沌时间序列预测

中图分类号: TP183 **文献标志码:** A

New orthogonal basis neural network based on quantum particle swarm optimization algorithm for fractional order chaotic time series single-step prediction

LI Ruiguo¹, ZHANG Hongli^{1*}, WANG Ya²

(1. College of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830047, China;

2. College of Mechanical Engineering, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830047, China)

Abstract: Since fractional order chaotic time series prediction has low precision and slow speed, a prediction model of new orthogonal basis neural network based on Quantum Particle Swarm Optimization (QPSO) algorithm was proposed. Firstly, on the basis of Laguerre orthogonal basis function, a new orthogonal basis function was put forward combined with the neural network topology to form a new orthogonal basis neural network. Secondly, QPSO algorithm was used for parameter optimization of the new orthogonal basis neural network, thus the parameter optimization problem was transformed into a function optimization problem on multidimensional space. Finally, the prediction model was established based on the optimized parameters. Fractional order Birkhoff-shaw and Jerk chaotic systems were taken as models respectively, then chaotic time series produced according to Adams-Bashforth-Moulton estimation-correction algorithm were used as the simulation objects. In the comparison experiments on single-step prediction with Back Propagation (BP) neural network, Radical Basis Function (RBF) neural network and general new orthogonal basis neural network, Mean Absolute Error (MAE) and Root Mean Square Error (RMSE) of the new orthogonal basis neural network based on QPSO algorithm were significantly reduced, and Coefficients of Decision (CD) of it was closer to 1; meanwhile, Mean Modeling Time (MMT) of it was greatly shortened. The theoretical analysis and simulation results show that the new orthogonal basis neural network based on QPSO algorithm can improve the precision and speed of fractional order chaotic time series prediction, so the prediction model can be easily expanded and applied.

Key words: orthogonal basis; neural network; Quantum Particle Swarm Optimization (QPSO) algorithm; fractional order; chaotic time series prediction

0 引言

混沌现象是自然界普遍存在的一种不规则运动,是一种来源于非线性动力学系统内部的本身固有的复杂动态行为。近年来,随着混沌理论研究不断深入及其在信号处理、自动控制和通信等领域中的广泛应用,混沌时间序列的建模和预测

已成为混沌信号处理领域的一个非常重要的研究方向^[1]。近几十年来,分数阶微积分已成为国际上的一个热点研究课题,并在松弛、振荡、湍流等领域得到了有效应用。最近分数阶混沌系统又引起了人们的广泛关注和极大兴趣。同时,将分数阶微积分引入到动力学系统中,并对分数阶动力学系统的混沌特性及其控制进行研究,已成为混沌学研究的一个新

收稿日期:2015-03-02;修回日期:2015-04-08。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61463047, 51467019)。

作者简介:李瑞国(1986-),男,河北秦皇岛人,硕士研究生,主要研究方向:混沌理论与应用; 张宏立(1972-),男,湖南长沙人,副教授,博士,主要研究方向:智能优化、系统辨识; 王雅(1990-),女,河北邢台人,硕士研究生,主要研究方向:多目标智能算法、模式识别。

课题^[2]。基于此,本文将着手于分数阶混沌时间序列预测工作。

目前,混沌时间序列预测模型主要有:人工神经网络、支持向量机、模糊逻辑、Volterra 自适应滤波器及 Bernstein 多项式等。其中,人工神经网络主要包括:线性递归神经网络、反向传播(Back Propagation, BP)神经网络、径向基函数(Radical Basis Function, RBF)神经网络、小波神经网络及回声状态神经网络等。理论上,一个包括输入层-隐含层-输出层的三层神经网络可以逼近任意的非线性函数^[3],但网络训练时样本及网络结构需要选择^[4],且速度慢、易陷入局部最优^[5]。与BP神经网络和RBF神经网络相比,线性递归神经网络和小波神经网络需要进行相空间重构,且小波神经网络还需进行小波变换,计算量大、效率低^[6];而回声状态神经网络在很多情况下状态矩阵会呈现病态,导致输出权值幅值过大,进而影响模型的预测精度和泛化能力^[7]。支持向量机采用结构风险最小化准则,不存在局部极小值、隐含层节点数的选择问题,但结构复杂、过程繁琐^[8]。模糊逻辑算法的模糊化操作很关键,但精确地选择隶属度函数很困难,将直接影响结果的准确性^[9]。Volterra 自适应滤波器随着级数增大记忆单元增多,滤波系数和计算幂次增加过快^[10]。Bernstein 多项式为减少参数而提高运算速度,删除了一些交叉项,降低了对连续函数的逼近能力^[11]。综合考虑,BP神经网络和RBF神经网络效率更高一些,但仍有缺陷,其隐含层激励函数分别采用Sigmoid函数和Gauss核函数这种单一形式,当逼近一复杂的非线性函数时,隐含层节点数增多,误差曲面变得异常复杂,收敛速度受到遏制,易于出现局部极值;另外,以单一形式构成的激励函数基,随着隐含层节点数增多,它的线性无关性减弱,网络性能减弱。因此,神经网络预测模型的关键在于网络结构和学习算法的选择。为了简化模型结构、提高预测精度,本文提出了一种新型正交基神经网络;利用普通方法求解网络参数时,易陷入局部最优,且速度慢,而量子粒子群优化(Quantum Particle Swarm Optimization, QPSO)算法全局搜索能力强、速度快、操作简单^[12]。鉴于此,本文将QPSO算法用于网络参数优化,提出了基于QPSO算法的新型正交基神经网络预测模型,并分别以分数阶Birkhoff-shaw和Jerk混沌系统为模型进行单步预测实验,验证了本文所提预测模型的高效性。

1 新型正交基神经网络预测模型

1.1 新型正交基函数及其性质

鉴于Laguerre正交基函数的自变量限定在 $[0, +\infty)$ 上,本文提出了 $(-\infty, 0]$ 上的一种新型正交基函数:

$$G_n(x) = e^{-x}(x^n e^x)^{(n)}; x \in (-\infty, 0], n = 0, 1, \dots \quad (1)$$

并给出其微分方程如下:

$$xG_n''(x) + (x+1)G_n'(x) - nG_n(x) = 0; x \in (-\infty, 0] \quad (2)$$

且其递推关系为:

$$G_{n+1}(x) = (x+2n+1)G_n(x) - n^2G_{n-1}(x); n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

此外,还满足正交性:

$$\int_{-\infty}^0 e^x G_m(x) G_n(x) dx = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ (n^2)!, & m = n \end{cases} \quad (4)$$

证明

1) 令 $w(x) = x^n e^x$, 则 $w'(x) = nx^{n-1}e^x + x^n e^x$, 所以 $xw'(x) - (x+n)w(x) = 0$, $[xw'(x) - (x+n)w(x)]^{(n+1)} = 0$ 。即:

$$xw^{(n+2)}(x) + (1-x)w^{(n+1)}(x) - (n+1)w^{(n)}(x) = 0 \quad (5)$$

又 $G_n(x) = e^{-x}(x^n e^x)^{(n)} = e^{-x}w^{(n)}(x)$, 所以:

$$\begin{cases} w^{(n)}(x) = e^x G_n(x) \\ w^{(n+1)}(x) = e^x [G_n'(x) + G_n(x)] \\ w^{(n+2)}(x) = e^x [G_n''(x) + 2G_n'(x) + G_n(x)] \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5),化简得: $xG_n''(x) + (x+1)G_n'(x) - nG_n(x) = 0$, 使式(1)满足式(2)得证。

2) 对式(1)两端求导,得: $G_n'(x) = ne^{-x}(x^{n-1}e^x)^{(n)}$, 又 $(x^n e^x)^{(n)} = [x(x^{n-1}e^x)]^{(n)} = x(x^{n-1}e^x)^{(n)} + n(x^{n-1}e^x)^{(n-1)}$, 所以:

$$G_n(x) = e^{-x}(x^n e^x)^{(n)} = (x/n)G_n'(x) + nG_{n-1}(x)$$

对上式整理,得:

$$G_n'(x) = (n/x)G_n(x) - (n^2/x)G_{n-1}(x) \quad (7)$$

所以:

$$xG_n'(x) = nG_n(x) - n^2G_{n-1}(x)$$

对上式两端求导,得:

$$G_n'(x) + xG_n''(x) = nG_n'(x) - n^2G_{n-1}'(x)$$

所以:

$$xG_n''(x) = (n-1)G_n'(x) - n^2G_{n-1}'(x) \quad (8)$$

将式(7)中 n 用 $n-1$ 代替,得:

$$G_{n-1}'(x) = [(n-1)/x]G_{n-1}(x) - [(n-1)^2/x]G_{n-2}(x) \quad (9)$$

将式(7)~(9)代入式(2),得:

$$G_n(x) = (x+2n-1)G_{n-1}(x) - (n-1)^2G_{n-2}(x)$$

将上式中 n 用 $n+1$ 代替,得:

$G_{n+1}(x) = (x+2n+1)G_n(x) - n^2G_{n-1}(x)$, 其递推关系式(3)得证。

3) 当 $m \neq n$ 时,式(2)两端同乘以 e^x , 得:

$$e^x [xG_n''(x) + (x+1)G_n'(x) - nG_n(x)] = [xe^x G_n'(x)]' - ne^x G_n(x) = 0 \quad (10)$$

将式(10)右端同乘以 $G_m(x)$, 得:

$$[xe^x G_n'(x)]' G_m(x) - ne^x G_n(x) G_m(x) = 0 \quad (11)$$

根据轮换对称式的性质,得:

$$[xe^x G_m'(x)]' G_n(x) - me^x G_m(x) G_n(x) = 0 \quad (12)$$

由式(11)减去式(12)并积分,得:

$$\begin{aligned} (m-n) \int_{-\infty}^0 e^x G_m(x) G_n(x) dx &= \int_{-\infty}^0 \{ [xe^x G_n'(x)]' G_m(x) - [xe^x G_m'(x)]' G_n(x) \} dx = \\ &= [xe^x G_n'(x) G_m(x) - xe^x G_m'(x) G_n(x)]_{-\infty}^0 - \\ &= \int_{-\infty}^0 [xe^x G_n'(x) G_m'(x) - xe^x G_m'(x) G_n'(x)] dx = \\ &= 0 - 0 = 0 \end{aligned}$$

所以: $\int_{-\infty}^0 e^x G_m(x) G_n(x) dx = 0$ 。

当 $m = n$ 时,将式(10)右端同乘以 $G_{n-1}(x)$ 并积分,得:

$$\int_{-\infty}^0 [xe^x G_n'(x)]' G_{n-1}(x) dx - \int_{-\infty}^0 ne^x G_n(x) G_{n-1}(x) dx =$$

$$\begin{aligned} & [xe^x G'_n(x) G_{n-1}(x)]_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 [xe^x G'_n(x) G'_{n-1}(x)] dx = \\ & 0 - \int_{-\infty}^0 [xe^x G'_n(x) G'_{n-1}(x)] dx = 0 \end{aligned}$$

有:

$$\int_{-\infty}^0 [xe^x G'_n(x) G'_{n-1}(x)] dx = 0 \quad (13)$$

又 $G'_n(x)$ 满足:

$$\begin{aligned} G'_n(x) &= ne^{-x} [(n-1)x^{n-2}e^x + x^{n-1}e^x]^{(n-1)} = \\ & nG'_{n-1}(x) + nG_{n-1}(x) \end{aligned} \quad (14)$$

将式(10)右端同乘以 $G_n(x)$ 并移项积分, 同时将式(13)、(14)及(7)代入得:

$$\begin{aligned} n \int_{-\infty}^0 e^x G_n^2(x) dx &= \int_{-\infty}^0 [xe^x G'_n(x)]' G_n(x) dx = \\ & - \int_{-\infty}^0 xe^x [G'_n(x)]^2 dx = \\ & - \int_{-\infty}^0 xe^x G'_n(x) [nG'_{n-1}(x) + nG_{n-1}(x)] dx = \\ & - n \int_{-\infty}^0 e^x [nG_n(x) - n^2 G_{n-1}(x)] G_{n-1}(x) dx = \\ & n^3 \int_{-\infty}^0 e^x G_{n-1}^2(x) dx \end{aligned}$$

所以 $\int_{-\infty}^0 e^x G_n^2(x) dx = n^2 \int_{-\infty}^0 e^x G_{n-1}^2(x) dx$, 则 $\int_{-\infty}^0 e^x G_n^2(x) dx = (n^2)! \int_{-\infty}^0 e^x G_0^2(x) dx = (n^2)!$, 其正交性式(4)得证。

1.2 预测模型

已知分数阶混沌时间序列 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 要研究其动力学特性, 需建立其动力学方程。传统方法几乎都是建立在相空间重构基础之上的, 即通过坐标的延迟变换获得延迟时间向量 $X_{id} = [x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}]^T (i = 1, 2, \dots, n - (m-1)\tau)$, 以得到与系统真实动力学拓扑等价的动力学特性。Takens 定理^[13]证明了存在光滑曲线 $f(x)$, 使得:

$$\tilde{x}_{i+(m-1)\tau+1} = f(X_{id}) \quad (15)$$

其中: τ 为最佳延迟时间; m 为最小嵌入维数。可见, 传统方法不仅需相空间重构, 还要选择预测模型, 过程繁琐、计算量大。

事实证明, 一个三层正交基神经网络可以逼近任意的非线性函数, 即存在一个光滑函数 $g(x, \theta)$, 使得:

$$\tilde{x}_{i+1} = g(x_i, \theta) \quad (16)$$

其中 θ 为模型待优化参数向量。因此, 构建一个简单的三层单输入单输出新型正交基神经网络, 并使输入层到隐含层的权值均为 1, 隐含层激励函数为新型正交基函数, 各层神经元均采用恒等映射, 且网络中所有神经元的阈值均为 0, 其网络为 1-q-1 结构。其中, q 为隐含层神经元个数; $G(\cdot) = [G_0(\cdot), G_1(\cdot), \dots, G_p(\cdot)]^T$ 为隐含层激励函数向量, $p = q - 1$; $r = [r_0, r_1, \dots, r_p]^T$ 为隐含层到输出层的权值向量。

由于分数阶混沌时间序列是一个不规则序列, 其值不全在 $(-\infty, 0]$ 上, 因此, 在利用新型正交基神经网络作预测时, 先要对序列进行非正化处理, 即通过变换将所有点调整到数轴的非正半轴上。设分数阶混沌时间序列为 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 且 $x_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,n} \{x_i\}$ 。对 X 作非正化处理, 令 $X_t = X - x_{\max}$, 则 $X_t = [x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tn}]^T \in (-\infty, 0]$ 且 $X = X_t + x_{\max}$ 。通常, 在模型建立及预测分析过程中, x_{\max} 是未知的, 但系统的混沌吸引子会存在于某一固定空间中, 这样便可利用混沌

吸引子的边界有界性对 x_{\max} 进行估计, 即存在 $M \geq x_{\max}$, 使得 $x_t = x - M \leq x - x_{\max} \leq 0$, 因此, 用 M 代替 x_{\max} 得到非正化后的新型正交基函数为:

$$\begin{cases} G_0(x_t) = 1 \\ G_1(x_t) = x_t + M \\ G_{n+1}(x_t) = (x_t + M + 2n + 1)G_n(x_t) - n^2 G_{n-1}(x_t) \end{cases} \quad (17)$$

取 $M = 0$, 绘制非正化后以新型正交基函数为基底的部分正交多项式曲线如图 1 所示。

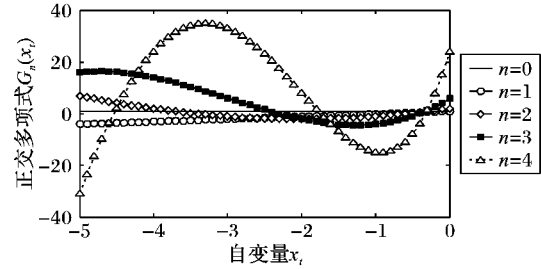


图 1 正交多项式曲线

由于网络中各层神经元均采用恒等映射, 且输入层到隐含层的权值均为 1, 所以, 隐含层神经元输入为:

$$net_j = x_i; j = 0, 1, \dots, p \quad (18)$$

隐含层神经元输出为:

$$o_j = G_j(net_j) \quad (19)$$

输出层神经元输出为:

$$\tilde{x}_{i+1} = [o_0, o_1, \dots, o_p]r \quad (20)$$

可见, 新型正交基神经网络预测模型不必对分数阶混沌时间序列进行相空间重构, 而且结构简单, 只需找到模型待优化参数向量 $\theta = r = [r_0, r_1, \dots, r_p]^T$ 。

2 QPSO 算法优化预测模型

2.1 参数优化原理

利用新型正交基神经网络作预测时, 关键是模型参数的优化, 其原理如图 2 所示。

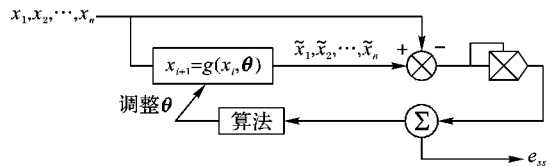


图 2 预测模型参数优化原理

图 2 中: $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为原始分数阶混沌时间序列; $\tilde{X} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n]^T$ 为模型预测序列。从图 2 可以看出, 在参数向量 $\theta = r = [r_0, r_1, \dots, r_p]^T$ 的作用下, 系统稳态输出为:

$$e_{ss} = \min_{\theta} \{ (\tilde{X} - X)^T (\tilde{X} - X) \} \quad (21)$$

通过不断调整 θ , 使系统期望输出与真实输出的误差平方和最小。因此, 适应度函数取为:

$$F(\theta) = (\tilde{X} - X)^T (\tilde{X} - X) \quad (22)$$

利用式(22), 将参数优化问题转化为参数空间上的函数优化问题, 即寻找 $F(\theta)$ 的最小值点:

$$\theta_b = \arg(\min_{\theta} \{ F(\theta) \}) \quad (23)$$

由于适应度函数为多变量函数, 因此, 可能存在多个局部

最优解。普通方法极易搜索到局部最优解,很难找到全局最优解,而且收敛速度慢。QPSO 算法作为一种并行优化算法,操作简单、全局搜索能力强、收敛速度快,因此,本文利用 QPSO 算法对预测模型进行参数优化。

2.2 QPSO 算法

在量子空间中,粒子的确切位置和速度不能同时确定,因此引入了 δ 势阱,即粒子存在于以 P 点为中心的 δ 势阱中。采用蒙特卡罗法得粒子位置方程为:

$$X = P \pm 0.5L \ln(u^{-1}) \quad (24)$$

其中: $L = [L_1, L_2, \dots, L_n]^T$ ($n = \text{length}(X)$) 为 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]^T$ 势阱特征长度向量; u 为 $[0, 1]$ 上的随机数。此外,粒子的每个分量 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 在 t 时刻的状态由 $\psi(x_i, t) = L_i^{-1/2} \exp(-|x_i - \delta_i|/L_i)$ 来确定,而 $\psi^2(x_i, t)$ 反映了粒子 t 时刻处于位置 x_i 的概率密度,且满足:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(x_i, t) dx_i = 1 \quad (25)$$

式(25)表明,不论粒子处于其 δ 势阱的何位置,最终都会以概率 1 而收敛。

因此, QPSO 算法可描述为:设一种群 $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$ 由 N 个 D 维代表潜在问题解的粒子组成^[16],其中, $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 粒子没有速度向量,且粒子个体最优位置和群体最优位置分别为 $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]$ 和 $P_g = [p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}]$ 。其中,当前个体历史最优位置更新规则为:

$$P_i(t) = \begin{cases} P_i(t), & f(P_i(t)) < f(P_i(t-1)) \\ P_i(t-1), & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

当前群体历史最优位置更新规则为:

$$P_g(t) = \arg \left(\min_{i=1,2,\dots,N} \{f(P_i(t))\} \right) \quad (27)$$

为保证算法的快速收敛性,建立一个 δ 势阱来模拟粒子的学习倾向性,使得每个粒子收敛于一个吸引子 $PP_i = [pp_{i1}, pp_{i2}, \dots, pp_{iD}]$, 其中:

$$pp_{id} = \phi p_{id} + (1 - \phi) p_{gd}; d = 1, 2, \dots, D \quad (28)$$

其中 ϕ 为 $[0, 1]$ 上的随机数。此外,算法中引入了平均最优位置 P_m , 即所有粒子个体最优位置的平均值。

$$P_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N p_{i1}, \sum_{i=1}^N p_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^N p_{iD} \right) \quad (29)$$

因此,根据蒙特卡罗更新规则,粒子由 $t \rightarrow t+1$ 代进化方程为:

$$x_{id}(t+1) = pp_{id}(t) \pm \alpha |p_{md}(t) - x_{id}(t)| \ln(u^{-1}) \quad (30)$$

其中: u 为 $[0, 1]$ 上的随机数; α 为收缩-膨胀因子,通常, α 从 1.0 呈线性递减到 0.5 时效果较好。因此, α 计算为:

$$\alpha = 1 - (0.5t/T) \quad (31)$$

其中: t 为当前进化代数; T 为终止进化代数。为防止粒子飞出解空间,将粒子位置的每个分量均限制在 $[-c_{\max}, c_{\max}]$ 上。

QPSO 算法不仅操作算子少、计算简单,而且根据粒子的个体最优和全局最优,将量子理论用于对粒子的飞行位置进行更新,从而产生很大的随机性,防止算法陷入早熟状态,很好地改进了 PSO 算法。

2.3 参数优化流程实现

利用 QPSO 算法优化新型正交基神经网络预测模型参数

时,将待优化参数向量 $\theta = r = [r_0, r_1, \dots, r_p]^T$ 比作算法中的一个粒子,在适应度函数式(22)的评价下,其流程为:

步骤 1 设定进化代数 T 、种群数量 N 、粒子维数 D , 随机初始化粒子群的位置 $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$ 。其中, $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ ($i = 1, 2, \dots, N$)。

步骤 2 根据适应度函数计算每个粒子的适应度:

$$\begin{cases} F_i = \sum_{j=1}^n (\tilde{x}_j - x_j)^2; i = 1, 2, \dots, N \\ \tilde{x}_{j+1} = G^T(x_j) X_i; j = 1, 2, \dots, n-1 \\ \tilde{x}_1 = x_1 \end{cases} \quad (32)$$

其中: \tilde{x}_j 为对 x_j 的预测值; F_i 为适应度。

步骤 3 根据式(28)~(31)更新粒子的位置,并计算每个粒子的新适应度:

$$\begin{cases} F_{\text{new},i} = \sum_{j=1}^n (\tilde{x}_{\text{new},j} - x_j)^2; i = 1, 2, \dots, N \\ \tilde{x}_{\text{new},j+1} = G^T(x_j) X_{\text{new},i}; j = 1, 2, \dots, n-1 \\ \tilde{x}_{\text{new},1} = x_1 \end{cases} \quad (33)$$

步骤 4 根据 F_i 及 $F_{\text{new},i}$ 评价每个粒子的个体最优值 P_i 及群体最优值 P_g 并更新。

步骤 5 判断是否达到终止条件,若没有,转至步骤 2;否则,进化结束。

3 仿真实验

为验证本文所提预测模型的高效性,以两个复杂的多输入多输出 (Multiple Input and Multiple Output, MIMO) 连续分数阶混沌系统: Birkhoff-shaw 系统和 Jerk 系统为例进行仿真实验,并与 BP 神经网络、RBF 神经网络及普通的新型正交基神经网络预测模型(分别简记为 BP、RBF、NOB)作对比。其中,本文所提预测模型(简记为 QPSO-NOB)和对比预测模型均采用三层单输入单输出网络结构,在满足精度要求的前提下,为简化网络结构、提高运行效率,隐含层神经元个数均取为 3, BP 神经网络隐含层激励函数取单极性 Sigmoid 函数 $f(x) = 1/[1 + \exp(-x)]$, w_j ($j = 1, 2, 3$) 为输入层到隐含层神经元第 j 个节点权值, r_j ($j = 1, 2, 3$) 为隐含层神经元第 j 个节点到输出层的权值; RBF 神经网络隐含层激励函数取 Gauss 函数 $g(x) = \exp(-\|x - c_j\|_2^2/\beta_j^2)$, c_j ($j = 1, 2, 3$) 为隐含层神经元第 j 个节点的中心点, β_j ($j = 1, 2, 3$) 为隐含层神经元第 j 个节点的基宽, r_j ($j = 1, 2, 3$) 为隐含层神经元第 j 个节点到输出层的权值。

3.1 分数阶 Birkhoff-shaw 系统

Birkhoff-shaw 系统是 Birkhoff-shaw 在研究受迫振动的 Vanderpol 振子时提出的一种振子模型。随着分数阶微积分理论的迅速发展,将 Birkhoff-shaw 整数阶的微分方程变成分数阶微分方程,得到了分数阶 Birkhoff-shaw 系统。通过调节系统的参数,得到不同的非线性特性,且其混沌吸引子与 Duffing 混沌吸引子极为相似,能很好地应用于同步、反同步控制等领域。分数阶 Birkhoff-shaw 系统模型如式(34)所示:

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} = by + mx(c - y^2) \\ \frac{d^\beta y}{dt^\beta} = -x + r \sin(wt) \end{cases} \quad (34)$$

当 $b = 0.7, m = 10, c = 0.1, r = 0.25, w = \pi/2, \alpha = 0.95, \beta = 0.98$ 时,系统呈现混沌现象,出现“环形”吸引子,如图3所示。

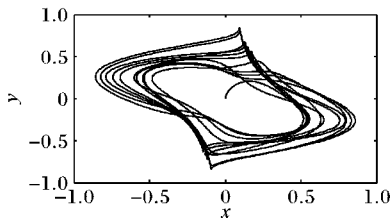


图3 分数阶 Birkhoff-shaw 吸引子

仿真过程中,初值 x_0, y_0 均取为0,步长 h 取为0.01,通过 Adams-Bashforth-Moulton 预估-校正法计算包含5000个数据点的混沌时间序列,利用序列 x 的前2000个数据点建立预测模型,后3000个数据点作预测分析。建立预测模型时,根据图3的吸引子轨迹图可见,序列 x 的幅值在 $[-1, 1]$ 上,因此, M 取为1;QPSO 算法的进化代数 $T = 30$,种群大小 $N = 40$,粒子维数 $D = 3$,位置分量上限 $c_{\max} = 10$ 。为获取具有统计意义的结果,QPSO 算法独立运行30次,利用平均最优解建立预测模型。各预测模型仿真曲线如图4、5所示。

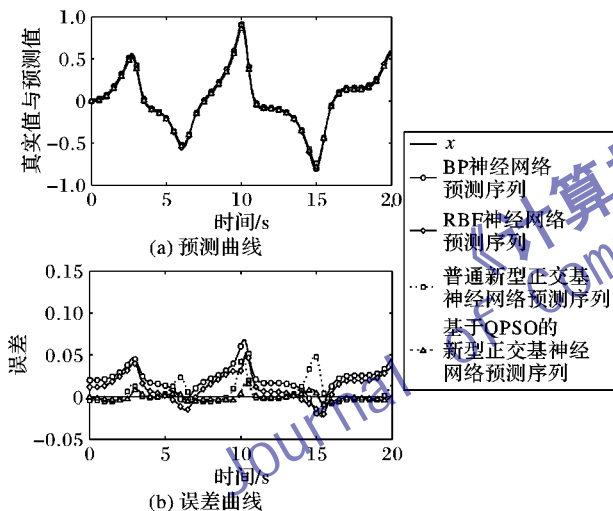


图4 分数阶 Birkhoff-shaw 序列建模过程

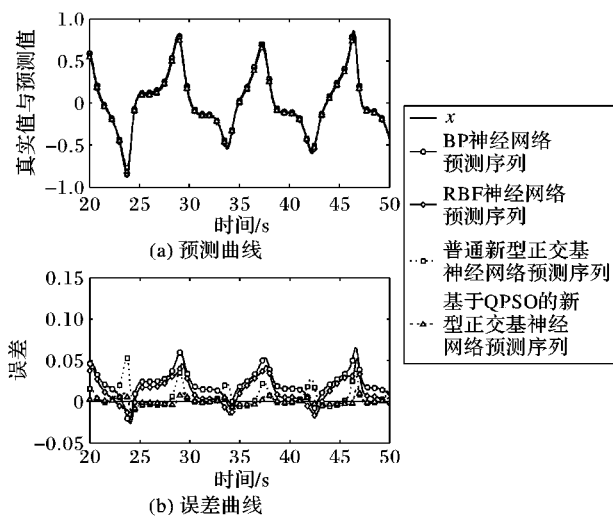


图5 分数阶 Birkhoff-shaw 序列预测过程

为了定量比较各预测模型的差异,引用四个性能评价指标:平均建模时间 (Mean Modeling Time, MMT)、平均绝对值误差 (Mean Absolute Error, MAE)、决定度系数 (Coefficient of Decision, CD) 和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE),其表达式为:

差 (Mean Absolute Error, MAE)、决定度系数 (Coefficient of Decision, CD) 和均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE),其表达式为:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i| \quad (35)$$

$$CD = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (36)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (37)$$

其中: \hat{y}_i 为预测值; y_i 为观测值; $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$, 为观测值平均值。

根据式(35)~(37),各预测模型性能指标评价如表1所示。

表1 性能指标评价表

模型	建模				预测		
	MMT/s	MAE	CD	RMSE	MAE	CD	RMSE
BP	17.9763	0.0225	1.0949	0.0259	0.0227	1.0965	0.0265
RBF	19.1744	0.0159	1.0883	0.0193	0.0156	1.0916	0.0198
NOB	9.6115	0.0081	0.9880	0.0134	0.0080	0.9992	0.0130
QPSO-NOB	9.3809	0.0033	0.9986	0.0044	0.0033	1.0016	0.0044

3.2 分数阶 Jerk 系统

近年来,对分数阶混沌系统动力学特性研究成为一热点问题,分数阶 Jerk 系统就是一典型实例。通过对分数阶 Jerk 系统相图分析知,在单、双参数(系统参数或阶数)的变化下,系统都是由倍周期分叉通向混沌运动,接着由混沌运动经倒分叉进入周期运动,最后又由倍周期分叉通向混沌运动。分数阶 Jerk 系统动力学特性的研究为信号处理、过程控制及保密通信等应用奠定了坚实基础。其中的一种分数阶 Jerk 系统模型如式(38)所示:

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} = y \\ \frac{d^\beta y}{dt^\beta} = z \\ \frac{d^\gamma z}{dt^\gamma} = az - y + bx^2 - c \end{cases} \quad (38)$$

当 $a = -0.565, b = 0.179, c = 2.01, \alpha = 0.91, \beta = 0.94, \gamma = 0.97$ 时,系统呈现混沌现象,出现“舟形”吸引子,如图6所示。

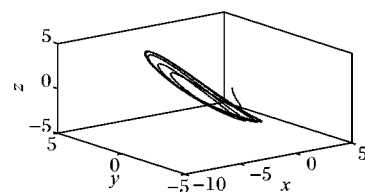


图6 分数阶 Jerk 吸引子

仿真过程中,初值 x_0, y_0, z_0 均取为0,步长 h 取为0.01,通过分数阶 Adams-Bashforth-Moulton 预估-校正法计算包含5000个数据点的混沌时间序列,利用序列 y 的前2500个数据点建立预测模型,后2500个数据点作预测分析。建立预测模型时,根据图6的吸引子轨迹图可见,序列 y 的幅值在 $[-5, 5]$ 上。

5]上,因此, M 取为5;QPSO算法的进化代数 $T=30$,种群大小 $N=40$,粒子维数 $D=3$,位置分量上限 $c_{\max}=10$ 。为获取具有统计意义的结果,QPSO算法独立运行30次,利用平均最优解建立预测模型。各预测模型仿真曲线如图7、8所示。

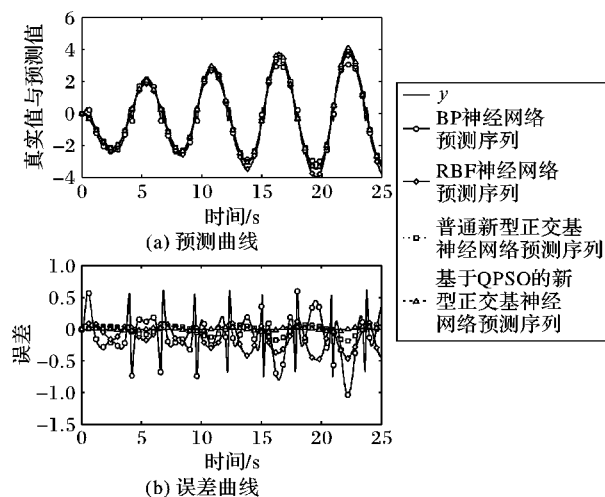


图7 分数阶 Jerk 序列建模过程

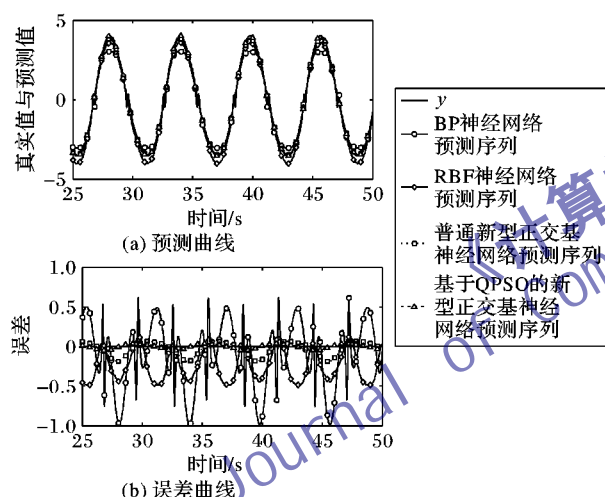


图8 分数阶 Jerk 序列预测过程

根据式(35)~(37),各预测模型性能指标评价如表2所示。

表2 性能指标评价表

模型	建模				预测		
	MMT/s	MAE	CD	RMSE	MAE	CD	RMSE
BP	22.5103	0.2683	0.9248	0.3413	0.3462	0.8037	0.4327
RBF	23.9045	0.1718	0.9940	0.2184	0.2612	1.0285	0.3090
NOB	15.8232	0.0586	0.9394	0.0746	0.0726	0.9418	0.0911
QPSO-NOB	12.1613	0.0204	0.9986	0.0237	0.0253	1.0000	0.0287

3.3 性能分析

从图4、5及图7、8可以看出,不论是建模还是预测过程,基于QPSO算法的新型正交基神经网络预测模型的逼近效果最佳,误差曲线距离零水平线最近,较BP神经网络、RBF神经网络及普通的新型正交基神经网络预测模型明显提高了精度,证实了该预测模型的高精度性。

由表1、表2可见,基于QPSO算法的新型正交基神经网络

预测模型相对于BP神经网络、RBF神经网络及新型正交基神经网络预测模型,MAE、RMSE及MMT明显减小,CD更接近于1,进一步证实了该预测模型的高精度性及快速性;同时,也验证了由系统的混沌吸引子轨迹图找出的 M 来代替 x_{\max} 作建模及预测时的可行性和有效性。

表1、表2分别为图4、图5及图7、图8作了补充和完善,验证了基于QPSO算法的新型正交基神经网络预测模型的高精度性及快速性。

4 结语

分数阶混沌系统是一种复杂的非线性动力学系统,具有难以预知性。传统的BP神经网络、RBF神经网络在解决分数阶混沌时间序列预测问题时,结构复杂、精度低、速度慢。本文提出了一种新型正交基神经网络,结构简单,但普通的新型正交基神经网络进行网络参数优化时,易陷入局部最优且速度慢。QPSO算法作为一种并行优化算法,全局搜索能力强、速度快,因此,本文将其用于新型正交基神经网络参数优化,提出了基于QPSO算法的新型正交基神经网络预测模型。通过仿真实验验证了所提预测模型的实用性和高效性,具有结构简单、精度高、速度快等特点。但本文只做了分数阶混沌时间序列预测的单步预测工作,多步预测分析与研究是我们未来的研究工作。

参考文献:

- [1] WANG L, ZOU F, HEI X, *et al.* A hybridization of teaching-learning-based optimization and differential evolution for chaotic time series prediction [J]. *Neural Computing and Applications*, 2014, 25 (6): 1407-1422.
- [2] FAIEGHI M, KUNTANAPREEDA S, DELAVARI H, *et al.* LMI-based stabilization of a class of fractional-order chaotic systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 72(1/2): 301-309.
- [3] PANDEY A, THAPA K B, PRASAD R, *et al.* General regression neural network and radial basis neural network for the estimation of crop variables of lady finger [J]. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing*, 2012, 40(4): 709-715.
- [4] BANSAL A, CHEN T, ZHONG S. Privacy preserving back-propagation neural network learning over arbitrarily partitioned data [J]. *Neural Computing and Applications*, 2011, 20(1): 143-150.
- [5] TANG Z, REN F, PENG T, *et al.* A least square support vector machine prediction algorithm for chaotic time series based on the iterative error correction [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(5): 050505-1-050505-10. (唐舟进,任峰,彭涛,等.基于迭代误差补偿的混沌时间序列最小二乘支持向量机预测算法[J].物理学报,2014,63(5):050505-1-050505-10.)
- [6] MASOUMI H R F, BASRI M, KASSIM A, *et al.* Comparison of estimation capabilities of the artificial neural network with the wavelet neural network in lipase-catalyzed synthesis of triethanolamine-based esterquats cationic surfactant [J]. *Journal of Surfactants and Detergents*, 2014, 17(2): 287-294.
- [7] HAN M, XU M, WANG X. A multivariate time series prediction model based on subspace echo state network [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2014, 37(11): 2268-2275. (韩敏,许美玲,王新迎.多元时间序列的子空间回声状态网络预测模型[J].计算机学报,2014,37(11):2268-2275.)

(下转第2237页)

好地表示对象的特征这一问题;同时也存在着不足之处,算法依然采用的是分解策略来处理多示例多标记学习问题,同时还忽略了标记之间的相关性。下一步将在融入特性学习模型的基础上寻找其他策略来处理多示例多标记问题,同时也要考虑标记之间的相关性。

参考文献:

- [1] BISHOP C M. Pattern recognition and machine learning: information science and statistics [M]. New York: Springer, 2006: 67 – 459.
- [2] ZHOU Z, ZHANG M, ZHANG S, *et al.* Multi-instance multi-label learning [J]. Artificial Intelligence, 2012, 176(1): 2291 – 2320.
- [3] ZHOU Z. Multi-instance learning: a survey [R/OL]. Nanjing: Nanjing University, National Laboratory for Novel Software Technology, 2004 [2015-02-06]. <http://cs.nju.edu.cn/zhoush/zhoush.files/publication/techrep04.pdf>.
- [4] ZHOU Z, ZHANG M, HUANG S, *et al.* Multi-instance multi-label learning [J]. Artificial Intelligence, 2012, 176(1): 2291 – 2320.
- [5] PRATT W K. Digital image processing [M]. DENG L, ZHANG Y, translated. Beijing: China Machine Press, 2005: 345 – 398. (PRATT W K. 数字图像处理[M]. 邓鲁华, 张延恒, 译. 北京: 机械工业出版社, 2005: 345 – 398.)
- [6] LI Z, ZHUO Y, ZHANG C, *et al.* Survey on multi-label learning [J]. Application Research of Computers, 2014, 31(6): 1601 – 1605. (李志欣, 卓亚琦, 张灿龙, 等. 多标记学习研究综述[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(6): 1601 – 1605.)
- [7] ZHA Z, HUA X, MEI T, *et al.* Joint multi-label multi-instance learning for image classification [C]// CVPR 2008: Proceedings of the 2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2008: 1 – 8.
- [8] HUANG S, ZHOU Z. Fast multi-instance multi-label learning [C]// AAAI 2014: Proceedings of the 28th AAAI Conference on Artificial Intelligence. Menlo Park: AAAI Press, 2014: 1868 – 1874.
- [9] ZHANG M, ZHOU Z. Multi-label neural networks with applications to functional genomics and text categorization [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2006, 18(10): 1338 – 1351.
- [10] XU X, FRANK E. Logistic regression and boosting for labeled bags of instances [C]// PAKDD 2004: Proceedings of the 8th Pacific-Asia Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, LNCS 3056. Berlin: Springer, 2004: 272 – 281.
- [11] BOUTELL M R, LUO J, SHEN X, *et al.* Learning multi-label scene classification [J]. Pattern Recognition, 2004, 37(9): 1757 – 1771.
- [12] ZHANG M, WANG Z. MIMLRBF: RBF neural networks for multi-instance multi-label learning [J]. Neurocomputing, 2009, 72(16/17/18): 3951 – 3956.
- [13] HOFMANN T. Unsupervised learning by probabilistic latent semantic analysis [J]. Machine Learning, 2001, 42(1/2): 177 – 196.
- [14] SCHMIDHUBER J. Deep learning in neural networks: an overview [J]. Neural Networks, 2015, 61: 85 – 117.
- [15] HAYKIN S. Neural networks [M]. YE S, SHI Z, translated. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2004: 109 – 176. (HAYKIN S. 神经网络原理[M]. 叶世伟, 史忠植, 译. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2004: 109 – 176.)
- [16] SEBASTIANI F. Machine learning in automated text categorization [J]. ACM Computing Surveys, 2001, 34(1): 1 – 47.
- [17] ANDREWS S, TSOCHANTARIDIS L, HOFMANN T. Support vector machines for multiple-instance learning [C]// Advances in Neural Information Processing Systems 5. Cambridge: MIT Press, 2003: 561 – 568.
- [8] MUTHUKRISHNAN S, PURI M, LEFEVRE C. Support Vector Machine (SVM) based multiclass prediction with basic statistical analysis of plasminogen activators [J]. BMC Research Notes, 2014, 7(63): 1 – 10.
- [9] GUETTAF A, BENCHABANE F, BAHRI M, *et al.* Torque ripple minimization in switched reluctance motor using the fuzzy logic control technique [J]. International Journal of System Assurance Engineering and Management, 2014, 5(4): 679 – 685.
- [10] ZHANG X, LIANG J. Chaotic characteristics analysis and prediction model study on wind power time series [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(19): 190507-1 – 190507-12. (张学清, 梁军. 风电功率时间序列混沌特性分析及预测模型研究[J]. 物理学报, 2012, 61(19): 190507-1 – 190507-12.)
- [11] YAN H, WEI P, XIAO X. An adaptive approach based on Bernstein polynomial to predict chaotic time series [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(9): 5111 – 5118. (闫华, 魏平, 肖先赐. 基于 Bernstein 多项式的自适应混沌时间序列预测算法[J]. 物理学报, 2007, 56(9): 5111 – 5118.)
- [12] FARZI S, DASTJERDI A B. Leaf constrained minimal spanning trees solved by modified quantum-behaved particle swarm optimization [J]. Artificial Intelligence Review, 2010, 34(1): 1 – 17.
- [13] LI H, YANG Z, ZHANG Y, *et al.* Methodology of estimating the embedding dimension in chaos time series based on the prediction performance of radial basis function neural networks [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(7): 070512-1 – 070512-6. (李鹤, 杨周, 张义民, 等. 基于径向基神经网络预测的混沌时间序列嵌入维数估计方法[J]. 物理学报, 2011, 60(7): 070512-1 – 070512-6.)
- [14] MANICKAVELU D, VAIDYANATHAN R U. Particle Swarm Optimization (PSO)-based node and link lifetime prediction algorithm for route recovery in MANET [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2014, 2014(107): 1 – 10.
- [15] YANG Z, SUN G. Gesture recognition based on quantum-behaved particle swarm optimization of back propagation neural network [J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(S1): 137 – 140. (杨志奇, 孙罡. 基于量子粒子群优化反向传播神经网络的手势识别[J]. 计算机应用, 2014, 34(S1): 137 – 140.)
- [16] ZHANG H, SONG L. Parameter identification in chaotic systems by means of quantum particle swarm optimization [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(19): 190508-1 – 190508-6. (张宏立, 宋莉莉. 基于量子粒子群算法的混沌系统参数辨识[J]. 物理学报, 2013, 62(19): 190508-1 – 190508-6.)

(上接第 2232 页)