

文章编号:1001-9081(2015)09-2706-04

doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2015.09.2706

基于栈式自编码的水体提取方法

王知音¹, 禹 龙^{2*}, 田生伟¹, 钱育蓉¹, 丁建丽³, 杨 柳¹

(1. 新疆大学 软件学院, 乌鲁木齐 830008; 2. 新疆大学 网络中心, 乌鲁木齐 830046;
3. 新疆大学 资源与环境科学学院, 乌鲁木齐 830046)
(*通信作者电子邮箱 yul_xju@163.com)

摘要:为了进一步提高利用遥感图像进行水体提取的准确率和自动化程度,提出一种基于栈式自编码(SAE)深度神经网络的水体提取方法。通过堆叠稀疏自编码器构建深度网络模型,使用逐层贪婪训练法依次训练每层网络,从像素层面无监督学习特征,避免传统神经网络等方法需进行人工特征分析与选取的问题;用学习到的特征结合相应的样本标签有监督训练 softmax 分类器,利用反向传播(BP)算法微调优化整个模型。采用塔里木河 ETM+ 数据进行实验,基于 SAE 的水体提取方法准确率达到 94.73%,比支持向量机(SVM)和反向传播(BP)神经网络方法分别高出 3.28% 和 4.04%。实验结果表明,所提方法能有效提高水体提取的精度。

关键词:遥感图像; 水体提取; 深度学习; 栈式自编码; softmax 分类器

中图分类号: TN911.73; TP751 文献标志码:A

Water body extraction method based on stacked autoencoder

WANG Zhiyin¹, YU Long^{2*}, TIAN Shengwei¹, QIAN Yurong¹, DING Jianli³, YANG Liu¹

(1. School of Software, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830008, China;
2. Network Center, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830046, China;
3. College of Resource and Environment Sciences, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang 830046, China)

Abstract: To improve the accuracy and automation of extracting water body by using remote sensing image, a method was proposed for water body extraction based on Stacked AutoEncoder (SAE). A deep network model was built by stacking sparse autoencoders and each layer was trained in turn with the greedy layerwise approach. Features were learnt without supervision from the pixel level to avoid the problem that methods such as traditional neural network needed artificial feature analysis and selection. Softmax classifier was trained with supervision by using the learnt features and corresponding labels. Back Propagation (BP) algorithm was used to fine-tune and optimize the whole model. The accuracy of SAE-based method reaches 94.73% by using the Tarim River's ETM+ data to do the experiment, which is 3.28% and 4.04% higher than that of Support Vector Machine (SVM) and BP neural network separately. The experimental results show that the proposed method can effectively improve the accuracy of water body extraction.

Key words: remote sensing image; water body extraction; deep learning; stacked autoencoder; softmax classifier

地表水体信息的获取在水资源调查、自然灾害评估和生态环境监测等方面具有重要意义。随着遥感技术的快速发展,遥感图像分类技术成为获取地面水体信息的重要途径。目前常用的水体识别方法有单波段阈值法^[1]、谱间关系法^[2-3]、监督分类法^[4]和水体指数法^[5-6]等。但是这些方法需要多次实验来设定阈值,提取效果受人的主观影响较大。因而有学者将机器学习方法运用到遥感图像分类中^[7-9],其中反向传播(Back Propagation, BP)神经网络^[10]和决策树^[11-12]等方法经常被用来进行水体提取,但这些方法都需经过人工的光谱特征分析与特征提取;并且以上水体提取方法没有通用性,整体精度有待提高。

近年来,深度学习受到广泛关注,并逐渐成为互联网大数据和人工智能的一个热潮,深度神经网络采用模拟人脑的多

层结构,对输入数据逐级进行从底层到高层的特征提取,最终形成适合模式分类的较理想特征^[13]。深度学习的发展为遥感图像分类提供了新思路。吕启等^[14]利用深度信念网络(Deep Belief Network, DBN)来进行遥感图像分类。本文采用深度学习中常用的栈式自编码(Staged AutoEncoder, SAE)无监督学习算法构建深度网络模型,利用经过预处理的遥感图像数据逐级无监督训练每层网络,并最终利用 softmax 分类器进行分类。

1 栈式自编码模型

1.1 稀疏自编码

自编码神经网络是一种无监督学习算法,其网络的输出值与输入值相同。传统的自编码神经网络共分为 3 层,分别

收稿日期:2015-04-09;修回日期:2015-06-02。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41261090, 61363083);新疆研究生科研创新项目(XJGRI2014033)。

作者简介:王知音(1988-),女,湖北襄阳人,硕士研究生,主要研究方向:大数据处理;禹龙(1974-),女,新疆乌鲁木齐人,教授,硕士,主要研究方向:计算机智能、计算机网络;田生伟(1973-),男,新疆乌鲁木齐人,教授,博士,主要研究方向:计算机智能、大数据处理;钱育蓉(1980-),女,山东武城人,副教授,博士,CCF 会员,主要研究方向:遥感图像处理、人工智能;丁建丽(1974-),男,新疆乌鲁木齐人,教授,博士,主要研究方向:遥感技术;杨柳(1990-),女,新疆乌鲁木齐人,硕士研究生,主要研究方向:大数据处理。

为输入层、隐藏层和输出层,如果隐藏层神经元的节点数少于输入和输出层,则迫使自编码神经网络去学习输入数据的压缩表示。如果网络的输入是完全随机的,那么这一压缩表示会非常难学习,但是对于隐含着一些特定的结构的输入数据,比如某些输入特征是彼此相关的,那么这一算法就可以发现输入数据中的这些相关性,并学习出输入数据的低维表示,也即从原始输入中学习到的特征。图1是一个自编码神经网络的示例。

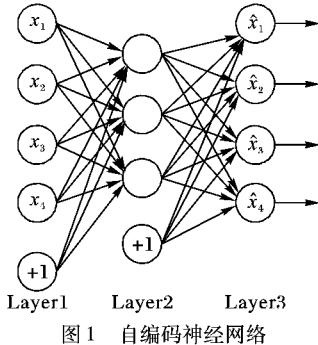


图1 自编码神经网络

其中“+1”表示偏置项(截距项)系数。激活函数采用sigmoid函数 $f(z) = 1/(1 + \exp(-z))$ 。对于一个包含 m 个样本的数据集,定义其代价函数为:

$$J(\mathbf{W}, \mathbf{b}) = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{2} \| h_{\mathbf{W}, \mathbf{b}}(\mathbf{x}^{(i)}) - \mathbf{y}^{(i)} \|^2 \right) \right] + \frac{\lambda}{2} \sum_{l=1}^{n_l-1} \sum_{i=1}^{s_i} \sum_{j=1}^{s_{i+1}} (W_{ji}^{(l)})^2 \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}^{(i)}$ 和 $\mathbf{y}^{(i)}$ 分别代表第*i*个样本的输入和(目标)输出, $W_{ji}^{(l)}$ 表示第*l*层第*i*单元与第*l+1*层第*j*单元之间的连接参数, \mathbf{b} 表示偏置项。为了方便表达,令 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} 分别表示全部的输入数据和输出数据。在前向传播过程中,对于给定第*l*层的激活值 $\mathbf{a}^{(l)}$ 后,第*l+1*层的激活值 $\mathbf{a}^{(l+1)}$ 可以按照以下步骤计算得到:

$$\mathbf{z}^{(l+1)} = \mathbf{w}^{(l)} \mathbf{a}^{(l)} + \mathbf{b}^{(l)} \quad (2)$$

$$\mathbf{a}^{(l+1)} = f(\mathbf{z}^{(l+1)}) \quad (3)$$

当隐藏层神经元的数量较大,仍可通过给隐藏层神经元加入稀疏性限制来发现输入数据中的结构。稀疏性限制是指神经元大部分的时间是被抑制的限制,在自动编码器的基础上加入该约束条件,则形成稀疏自动编码器,稀疏的表达往往比其他的表达要有效。 $a_j^{(2)}(\mathbf{x})$ 表示在给定输入为 \mathbf{x} 的情况下,自编码神经网络隐藏神经元*j*的激活度,则隐藏层神经元*j*的平均活跃度表示为:

$$\hat{\rho}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [a_j^{(2)}(\mathbf{x}^{(i)})] \quad (4)$$

加一条限制使得 $\hat{\rho} = \rho$,其中, ρ 是稀疏性参数,通常是一个接近于0的较小的值。为了实现这一限制,在优化目标函数中加入一个额外的惩罚因子,这一惩罚因子将惩罚那些 $\hat{\rho}_j$ 和 ρ 有显著不同的情况,从而使得隐藏神经元的平均活跃度保持在较小范围内。惩罚因子可以表示为 $\sum_{j=1}^{s_2} KL(\rho \parallel \hat{\rho}_j)$,其中 $KL(\rho \parallel \hat{\rho}_j) = \rho \ln \frac{\rho}{\hat{\rho}_j} + (1 - \rho) \ln \frac{1 - \rho}{1 - \hat{\rho}_j}$ 是一个以 ρ 为均值和一个以 $\hat{\rho}_j$ 为均值的两个伯努利随机变量之间的相对熵。相对

熵是用来测量两个分布之间差异的方法,最小化这一惩罚因子具有使得 $\hat{\rho}_j$ 靠近 ρ 的效果。现在,总体代价函数可以表示为:

$$J_{\text{sparse}}(\mathbf{W}, \mathbf{b}) = J(\mathbf{W}, \mathbf{b}) + \beta \sum_{j=1}^{s_2} KL(\rho \parallel \hat{\rho}_j) \quad (5)$$

其中: β 是控制稀疏性惩罚因子的权重。在求得代价函数之后,可以使用反向传播算法计算代价函数的偏导数。对于三层稀疏自编码而言,其网络的输出层和隐藏层每个节点的误差表达式为:

$$\delta_i^{(3)} = -(y_i - a_i^{(3)}) f'(z_i^{(3)}) \quad (6)$$

$$\delta_i^{(2)} = \left[\left(\sum_{j=1}^{s_2} W_{ji}^{(2)} \delta_j^{(3)} \right) + \beta \left(-\frac{\rho}{\hat{\rho}_i} + \frac{1 - \rho}{1 - \hat{\rho}_i} \right) \right] f'(z_i^{(2)}) \quad (7)$$

计算最终需要的偏导数,公式如下:

$$\nabla_{\mathbf{w}^{(l)}} J(\mathbf{W}, \mathbf{b}; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \delta^{(l+1)} (\mathbf{a}^{(l)})^T \quad (8)$$

$$\nabla_{\mathbf{b}^{(l)}} J(\mathbf{W}, \mathbf{b}; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \delta^{(l+1)} \quad (9)$$

最后采用批量梯度下降法迭代更新参数 \mathbf{w} 和 \mathbf{b} 来求解模型的最优解。

1.2 softmax 分类器

softmax 回归模型是 logistic 回归模型的一种拓展形式,可以用来解决多分类问题,是一种监督学习算法,本文采用 softmax 回归构建分类器来对 SAE 学习到的特征进行分类。softmax 模型如下:

$$h'_{\theta}(\mathbf{x}'^{(i)}) = \begin{bmatrix} p(y'^{(i)} = 1 \mid \mathbf{x}'^{(i)}; \theta) \\ p(y'^{(i)} = 2 \mid \mathbf{x}'^{(i)}; \theta) \\ \vdots \\ p(y'^{(i)} = k \mid \mathbf{x}'^{(i)}; \theta) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k e^{\theta_j^T \mathbf{x}'^{(i)}}} \begin{bmatrix} e^{\theta_1^T \mathbf{x}'^{(i)}} \\ e^{\theta_2^T \mathbf{x}'^{(i)}} \\ \vdots \\ e^{\theta_k^T \mathbf{x}'^{(i)}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中: θ 表示模型的参数,本文水体提取是对遥感图像进行二分类,则类别数 $k = 2$,其代价采用最大熵模型,为了降低过拟合风险,在代价函数中加入权重衰减项,则总的代价函数为:

$$J'(\theta) = -\frac{1}{m'} \left[\sum_{i=1}^{m'} \sum_{j=1}^k 1\{y'^{(i)} = j\} \ln \frac{e^{\theta_j^T \mathbf{x}'^{(i)}}}{\sum_{l=1}^k e^{\theta_l^T \mathbf{x}'^{(i)}}} \right] + \frac{\lambda'}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^n \theta_j^2 \quad (11)$$

其中: $1\{\cdot\}$ 是示性函数,其取值规则为 $1\{\text{值为真的表达式}\} = 1$ 。加入权重衰减项($\lambda' > 0$)以后,代价函数变成严格的凸函数,借助梯度下降法或者 L-BFGS(Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 等算法可以保证 $J'(\theta)$ 收敛到全局最优解。

1.3 SAE 模型

SAE 神经网络是一个由多层稀疏自编码器组成的神经网络,本文将多个稀疏自编码器与 softmax 分类器结合,构建一个包含多隐藏层与一个最终 softmax 分类器的 SAE 网络,其训练步骤如下:

步骤1 将原始数据作为 SAE 的输入,训练第一个隐藏层的网络参数,并用训练好的参数算出第一个隐藏层的输出;

步骤2 把上一层网络的输出作为其下一层网络的输入,用同样的方法训练该层网络的参数;重复这一步骤,直到

训练完最后一个隐藏层;

步骤 3 将步骤 2 中的输出作为 softmax 分类器的输入,结合原始数据的标签来训练 softmax 分类器的网络参数;

步骤 4 计算整个网络(包括所有隐藏层和一个 softmax 分类器)的代价函数以及该网络对每个参数的偏导函数值;

步骤 5 用步骤 1、步骤 2 和步骤 3 的网络参数作为整个深度网络的初始化参数值,然后用优化算法迭代求出代价函数最小值附近的参数值,并作为整个网络最后的最优参数值。

SAE 采用的是无监督学习特征的方式,而 softmax 是一种监督式的学习算法,二者结合构建的 SAE 模型结合了无监督与有监督的优点,能够对遥感图像进行有效的分类,进而得到所需要的水体信息。

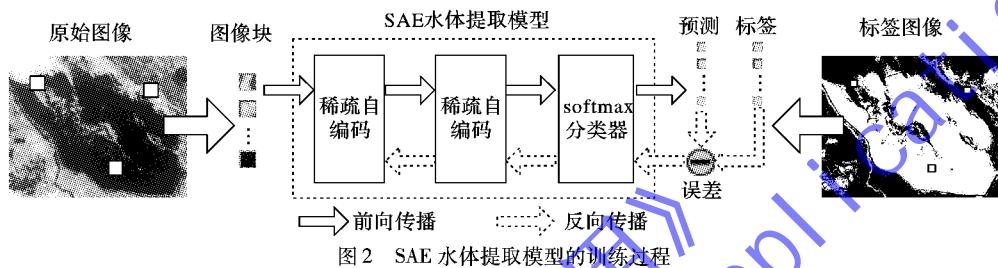


图 2 SAE 水体提取模型的训练过程

在训练时,采用逐层贪婪训练法依次训练网络的每一层,即将前层的输出作为下一层的输入依次训练每层网络,通过这种逐层训练的方式,数据的特性和相关性被依次映射到各隐藏层网络中,最终被抽象表示为最深层隐藏单元的激活值 $a^{(l)}$;将 $a^{(l)}$ 作为 softmax 分类器的输入,通过有监督训练使其具有将 $a^{(l)}$ 映射到数字标签的能力;比较分类输出值与样本标签实际值,把分类错误的梯度值反向传播给编码层,进而迭代优化整个网络的参数;最终得到一个具有分类能力的 SAE 水体提取模型,利用该模型来进行水体信息提取。

3 实验和分析

3.1 实验数据

实验以新疆塔里木河流域为研究区,塔里木河是中国第一大内陆河,其地理坐标为东经 $71^{\circ}39' - 93^{\circ}45'$ 、北纬 $34^{\circ}20' - 43^{\circ}39'$,采用塔里木河流域 Landsat ETM+ 部分影像作为样本,无标签样本用于无监督的特征学习,共有 819 145 个已标记像素点,其中的 20% 被均匀地选取用以测试分类的准确性。实验前已对影像进行了辐射校正和大气校正等预处理。

3.2 实验结果及分析

目前,关于 SAE 结构的选取尚没有完善的理论依据,且往往与具体的应用和数据集有关,本文通过实验来确定 SAE 的网络层数。为了尽量避免实验结果的随机性和偶然性对实验判别的影响,本文实验均采用 5 倍交叉法进行。另外,网络的其他参数也会影响分类的效果,本文经过多次实验确定网络的参数如表 1 所示。

表 1 参数设置

参数	值	参数	值
权重衰减系数 λ	0.000 01	权重 β	3
稀疏性参数 ρ	0.1	迭代次数	400

2 基于 SAE 的水体提取方法

遥感图像分类需要对每个像素点进行相应的类别判断,考虑到每个像素与其周围领域像素存在空间上的纹理、形状和上下文信息等方面的相关性,本文选取以该点为中心的邻域小块图像作为 SAE 的输入数据。所选图像块越大,SAE 就能捕获更多的空间等方面的信息,准确率也就越高;但同时加大了网络的规模和计算量,增加了网络的训练以及检测时间,故本文从遥感图像中选取大小为 5×5 图像块的灰度值作为输入来学习特征。输出层节点数为 2,分别代表水体和非水体。

3.2.1 网络层数的确定

网络深度的确定对于深度模型最终的分类效果十分重要。自编码器倾向于学习得到更好地表示输入数据的特征,在合理范围内 SAE 神经网络的更高层会学习到数据更高阶更抽象的特征,这些特征能够对数据有更加本质的描述。但是网络层数过多也可能会降低 SAE 的性能,容易导致过拟合。

在 SAE 网络中,隐藏层节点数也会影响分类的效果,当隐藏层节点数较少时,可能不能充分学习到数据的特征;隐藏层节点数过多,特征向量太稀疏同样无法有效描述数据的特征,并且会增加网络学习的负担,导致训练时间过长。经多次实验选定各隐藏层最佳节点数为 30,在此基础上改变 SAE 的隐藏层层数进行实验,实验结果如图 3 所示。可以看到当 SAE 隐藏层层数为 2 时,水体提取的准确率最高。

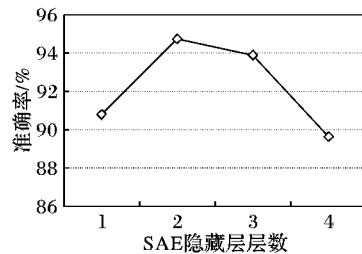


图 3 SAE 隐藏层层数对准确率的影响

3.2.2 与其他水体提取方法比较

为说明本文方法的有效性,将本文方法与 SVM 和 BP 神经网络方法进行比较。采用开源工具 LIBSVM 建立 SVM 提取模型。BP 神经网络采用 3 层结构,隐藏层和输出层的激励函数分别采用 tansig 和 purelin,利用 Levenberg-Marquardt 优化算法来提高收敛速度,经实验确定采用 25-30-2 的网络拓扑结构。

经过实验得到的结果为:SVM 和 BP 神经网络提取水体的准确率分别是 91.45% 和 90.69%,SAE 的准确率在三者中最高,达到 94.73%。这是因为 SAE 是一种深层模型,多层次

线性结构使其具有强大的特征表达能力和对复杂任务的建模能力;基于 SAE 的水体提取模型通过无监督逐层训练为网络提供了更为合适的初始值,通过隐藏层对原始输入的一步步抽象表示,来学习原始输入的数据结构,找到更有用的特征,充分发掘遥感图像空间等方面的规律,并且通过有监督微调进一步确定了较优的网络模型,从而最终提高了水体提取的准确率。

4 结语

本文通过堆叠稀疏自编码器来构建 SAE 深度网络模型,自编码器设定网络的输出值与输入值相同,通过捕捉可以代表输入数据的最重要的因素来尽可能复现输入信号,从而找到可以代表原信息的主要成分。本文使用的基于 SAE 的水体提取模型能自动发掘遥感数据所蕴含的空间等方面规律,无需进行复杂的光谱特征分析与特征选取,进而提高水体提取的准确率和自动化程度。但是利用 SAE 模型提取水体时耗时较长,提取效率有待提高,下一步尝试构建深层模型的并行化框架和寻找训练加速的方法。

参考文献:

- [1] LU J, LI S. Improvement of the techniques for distinguishing water bodies from TM data [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1992, 7(1): 17–23. (陆家驹, 李士鸿. TM 资料水体识别技术的改进 [J]. 环境遥感, 1992, 7(1): 17–23.)
- [2] ZHANG M. Extracting water body information with improved model of spectral relationship in a higher mountain area [J]. *Geography and Geo-Information Science*, 2008, 24(2): 14–16. (张明华. 用改进的谱间关系模型提取极高山地区水体信息 [J]. 地理与地理信息科学, 2008, 24(2): 14–16.)
- [3] YANG S, XUE C, LIU T, et al. A method of small water information automatic extraction from TM remote sensing images [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2010, 39(6): 611–617. (杨树文, 薛重生, 刘涛, 等. 一种利用 TM 影像自动提取细小水体的方法 [J]. 测绘学报, 2010, 39(6): 611–617.)
- [4] DENG J, WANG K, LI J, et al. Study on the automatic extraction of water body information from SPOT-5 images using decision tree [J]. *Journal of Zhejiang University: Agriculture and Life Sciences*, 2005, 31(2): 171–174. (邓劲松, 王珂, 李君, 等. 决策树方法从 SPOT-5 卫星影像中自动提取水体信息研究 [J]. 浙江大学学报: 农业与生命科学版, 2005, 31(2): 171–174.)
- [5] Mc FEETERS S K. The use of the Normalized Difference Water Index (NDWI) in the delineation of open water feature [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 1996, 17(7): 1425–1432.
- [6] XU H. A study on Information extraction of water body with the Modified Normalized Difference Water Index (MNDWI) [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2005, 9(5): 589–595. (徐涵秋. 利用改进的归一化差异水体指数(MNDWI)提取水体信息的研究 [J]. 遥感学报, 2005, 9(5): 589–595.)
- [7] YANG B, LIU Z, XING Y, et al. Remote sensing image classification based on improved BP neural network [C]// Proceedings of the 2011 International Symposium on Image and Data Fusion. Piscataway: IEEE, 2011: 1–4.
- [8] WANG J, HE J. New algorithm of remote sensing image classification based on K-type support vector machine [J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 32(10): 2832–2835. (王静, 何建农. 基于 K 型支持向量机的遥感图像分类新算法 [J]. 计算机应用, 2012, 32(10): 2832–2835.)
- [9] YANG Y, XU L. Remote sensing image classification using layer-to-layer feature associative conditional random field [J]. *Journal of Computer Applications*, 2014, 34(6): 1741–1745. (杨耘, 徐丽. 基于分层条件特征关联条件随机场的遥感图像分类 [J]. 计算机应用, 2014, 34(6): 1741–1745.)
- [10] YANG W, YANG M, QI H. Water body extracting from TM image based on BPNN [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2012, 37(1): 148–150. (杨文亮, 杨敏华, 邱洪霞. 利用 BP 神经网络提取 TM 影像水体 [J]. 测绘科学, 2012, 37(1): 148–150.)
- [11] CHENG C, WEI Y, NIU Z. Water body extraction based on decision tree and ETM+ imagery: a case study of Poyang lake region [J]. *Remote Sensing Information*, 2012, 27(6): 49–56. (程晨, 韦玉春, 牛志春. 基于 ETM+ 图像和决策树的水体信息提取——以鄱阳湖周边区域为例 [J]. 遥感信息, 2012, 27(6): 49–56.)
- [12] CHEN J, LIU S, WANG C, et al. Research on urban water body extraction using knowledge-based decision tree [J]. *Remote Sensing Information*, 2013, 28(1): 29–33. (陈静波, 刘顺喜, 汪承义, 等. 基于知识决策树的城市水体提取方法研究 [J]. 遥感信息, 2013, 28(1): 29–33.)
- [13] YU K, JIA L, CHEN Y, et al. Deep learning: today, and tomorrow [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2013, 50(9): 1799–1804. (余凯, 贾磊, 陈雨强, 等. 深度学习的昨天、今天和明天 [J]. 计算机研究与发展, 2013, 50(9): 1799–1804.)
- [14] LYU Q, DOU Y, NIU X, et al. Remote sensing image classification based on DBN model [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2014, 51(9): 1911–1918. (吕启, 窦勇, 牛新, 等. 基于 DBN 模型的遥感图像分类 [J]. 计算机研究与发展, 2014, 51(9): 1911–1918.)

(上接第 2705 页)

- [17] SKURICHINA M, DUIN R P W. Bagging, boosting and the random subspace method for linear classifiers [J]. *Pattern Analysis & Applications*, 2002, 5(2): 121–135.
- [18] KANNATHAL N, CHOO M L, ACHARYA R U R, et al. Entropies for detection of epilepsy in EEG [J]. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 2005, 80(3): 187–194.
- [19] GUO L, RIVERO D, SEOANE J A, et al. Classification of EEG signals using relative wavelet energy and artificial neural networks [C]// CEC'09: Proceedings of the first ACM/SIGEVO Summit on Genetic and Evolutionary Computation. New York: ACM, 2009: 177–184.
- [20] CHUA K C, CHANDRAN V, ACHARYA R, et al. Automatic identification of epilepsy by HOS and power spectrum parameters using EEG signals: a comparative study [C]// EMBS 2008: Proceedings of the 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Piscataway: IEEE, 2008: 3824–3827.
- [21] ÜEBEYLI E D. Analysis of EEG signals using Lyapunov exponents [J]. *Neural Network World*, 2006, 16(3): 257–273.