

文章编号:1001-9081(2016)01-0233-05

DOI:10.11772/j.issn.1001-9081.2016.01.0233

结合全变差与自适应低秩正则化的图像压缩感知重构

刘金龙^{1*}, 熊承义¹, 高志荣², 周城¹, 汪淑贤³

(1. 中南民族大学 电子信息工程学院, 武汉 430074; 2. 中南民族大学 计算机科学学院, 武汉 430074;

3. 桂林电子科技大学 信息科技学院, 广西 桂林 541004)

(*通信作者电子邮箱 ljlznmd@163.com)

摘要:针对基于固定变换基的协同稀疏图像压缩感知(CS)重构算法不能充分利用图像自相似性的问题,提出了一种改进的联合全变差与自适应低秩正则化的压缩感知重构方法。首先,通过图像块匹配法寻找结构相似块,并组成非局部相似块组;然后,以非局部相似块组加权低秩逼近替代协同稀疏表示中的三维小波变换域滤波;最后,结合梯度稀疏与非局部相似块组低秩先验构成重构模型的正则化项,并采用交替方向乘子法求解实现图像重构。实验结果表明,相比协同稀疏压缩感知重构(RCoS)算法,该方法重构图像的峰值信噪比平均可提升约2 dB,所提算法在准确描述图像非局部自相似结构特征的前提下显著提高了重构质量,更好地保留了图像的纹理细节信息。

关键词:压缩感知;全变差;非局部方法;低秩逼近;协同重构

中图分类号: TN911.72; TP391.413 **文献标志码:**A

Image compressive sensing reconstruction via total variation and adaptive low-rank regularization

LIU Jinlong^{1*}, XIONG Chengyi¹, GAO Zhirong², ZHOU Cheng¹, WANG Shuxian³

(1. College of Electronic and Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan Hubei 430074, China;

2. College of Computer Science, South-Central University for Nationalities, Wuhan Hubei 430074, China;

3. Institute of Information Technology, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

Abstract: Aiming at the problem that collaborative sparse image Compressive Sensing (CS) reconstruction based on fixed transform bases can not adequately exploit the self-similarity of images, an improved reconstruction algorithm combining the Total Variation (TV) with adaptive low-rank regularization was proposed in this paper. Firstly, the similar patches were found by using image block matching method and formed into nonlocal similar patch groups. Then, the weighted low-rank approximation for nonlocal similar patch groups was adopted to replace the 3D wavelet transform filtering used in collaborative sparse representation. Finally, the regularization term of combining the gradient sparsity with low-rank prior of nonlocal similarity patch groups was embedded to reconstruction model, which is solved by Alternating Direction Multiplier Method (ADMM) to obtain the reconstructed image. The experimental results show that, in comparison with the Collaborative Sparse Recovery (RCoS) algorithm, the proposed method can increase the Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR) of reconstructed images about 2 dB on average, and significantly improve the quality of reconstructed image with keeping texture details better for nonlocal self-similar structure is precisely described.

Key words: Compressive Sensing (CS); Total Variation (TV); nonlocal method; low-rank approximation; collaborative recovery

0 引言

压缩感知(Compressive Sensing, CS)理论^[1-2]作为一种新的信号采样理论认为,信号在具有稀疏性或可压缩性时,可由其降维采样的表示准确重构。压缩感知实现了信号压缩与采样的同时进行^[3],假设N维稀疏信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$,其CS的数学模型可表示如式(1):

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

其中: $\Phi \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ($M \ll N$)为测量矩阵; $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$ 是 \mathbf{x} 经由投影变换得到的M维采样值矢量。若信号非稀疏,则需首先对其

在 ψ 域进行稀疏表示 $\mathbf{x} = \psi \boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta}$ 为稀疏系数。此时 $\mathbf{y} = \Phi \psi \boldsymbol{\theta}$,当 $\mathbf{A} = \Phi \psi$ 满足等距约束性(Restricted Isometry Property, RIP)准则^[1]时,通过求解式(2)的优化问题重构原信号 \mathbf{x} ^[2]:

$$\arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\boldsymbol{\theta}\|_p; \quad p = 0 \text{ or } 1 \quad (2)$$

s. t. $\mathbf{y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}$

传统的求解式(2)的方法有贪婪算法^[4]、基追踪算法^[5]、阈值迭代算法^[6]等,稀疏变换域 ψ 的选择对于自然信号的高质量重构产生重要影响。

对于自然图像的压缩感知重构,由于图像信号具有的统

收稿日期:2015-07-16;修回日期:2015-10-09。基金项目:国家自然科学基金资助项目(61471400, 61201268);湖北省自然科学基金资助项目(2013CFC118);中央高校基本科研业务费专项(CZW14018)。

作者简介:刘金龙(1990-),男,湖北荆门人,硕士研究生,主要研究方向:压缩传感、图像处理;熊承义(1969-),男,湖南常德人,教授,博士,主要研究方向:图像与视频编码、压缩传感;高志荣(1972-),女,湖北仙桃人,副教授,博士研究生,主要研究方向:智能计算、模式识别;周城(1979-),男,湖北武汉人,讲师,博士,主要研究方向:视频信号处理与传输;汪淑贤(1987-),女,广西桂林人,硕士,主要研究方向:模式识别、图像处理。

计非平稳特性,因此采用固定基稀疏变换(如离散余弦变换、小波变换)将难以获得针对整幅图像的最佳稀疏表示,故此大大限制了压缩采样图像信号重建质量的提高。通过求解图像的全变差(Total Variation, TV),利用图像的梯度稀疏先验约束图像信号的CS重构^[7],能在去除噪声的同时更好地保留图像的纹理边缘信息,但是由于TV仅仅依赖于图像的平滑性先验知识,恢复图像过于平滑,在低采样率时恢复图像常常呈现油画效果。

近年来,基于图像自相似先验的图像复原模型得到了广泛关注。随着非局部相似性先验^[8-9]在图像去噪等领域的应用,许多的研究者也将其应用于CS重构。利用图像的非局部相似性先验,沈燕飞等^[10]提出了基于非局部相似块三维稀疏表示重构方法,恢复图像较好保留了原图的纹理结构信息。Dong等^[11]和Zhang等^[12]分别提出了以非局部相似先验构成冗余字典的图像稀疏表示方法,并应用在包括图像CS重构的图像复原领域,取得了很好的复原效果。文献[13]提出的协同稀疏CS重构(Compressed Sensing Recovery via Collaborative Sparsity, RCoS)算法将图像的局部梯度稀疏和非局部自相似稀疏统一在CS重构稀疏先验中,取得了比单一先验更好的重构效果,但RCoS通过对非局部相似块组在同一个小波基上作三维稀疏逼近获取图像自相似特征,忽略了块组的结构变化,因此无法获得每个相似块组的最优稀疏表示,对复杂图像重构质量仍然较差。

针对RCoS算法中非局部固定变换基稀疏滤波无法充分利用图像自相似特性的问题,本文在类似RCoS结合两种先验信息的基础上,采用加权奇异值阈值法(Re-weight Singular Value Thresholding, RSVT)对相似块组作低秩逼近,不仅提高了对不同图像块组滤波的自适应性,更好地刻画了图像的非局部自相似特征,也保留了组内图像块之间的细微差异。同时,针对本文算法的多约束优化模型,设计了相应交替方向乘子数值求解方法。实验结果表明,相比协同稀疏CS重构,改进的协同重构算法更好地保留了图像的纹理边缘等细节信息,提高了图像重构质量。

1 非局部低秩逼近模型

自然图像内部的不同位置往往出现形态结构相似的图像块,即使在图像纹理较丰富的区域或边缘区域此类结构相似性仍然广泛存在,这种图像本身所具有的特性通常被称为图像的非局部自相似性。利用图像本身的自相似结构特征,可以极大改善恢复图像的质量。

文献[13]提出的协同稀疏CS重构算法联合图像二维梯度稀疏与非局部相似块组在变换域的三维稀疏来重构图像,其非局部相似块组处理方法包含以下3步:1)找到图中相似块并组成一个三维相似块矩阵;2)用固定的小波稀疏基对相似块矩阵中的每个图像块进行稀疏表示;3)对得到的三维稀疏系数作阈值滤波并加权平均还原到图中位置。

这种变换域获取非局部相似性的方法虽然提高了图像稀疏表示的稀疏度,改善了重构质量,但当相似块组取自纹理复杂的图像区域时,三维稀疏表示的稀疏度仍然较低;同时固定的小波基无法刻画组内图像块的细微差异,对不同组间特征也缺乏自适应性,因此难以精确重构原图细节。

若将组中每个图像块转化为列向量构成新的数据矩阵,由于图像块的结构相似性,该矩阵应该是一个低秩矩阵,其奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)得到奇异值向量的稀疏性反映了矩阵的整体相似性,而左右特征向量则反映了组内相似块之间的差异^[14]。同时SVD相当于K-L(Karhunen-Loeve)变换的本质对不同相似块组也具有更好适应性。由此,本文提出改进的协同重构算法,采用基于非局部相似块组低秩逼近刻画图像的自相似结构特征,利用加权奇异值分解对非局部相似块组进行低秩逼近,更好保留组内块的结构差异,进一步提高了重构精度。

非局部相似块组低秩逼近模型主要由两个部分组成:
1)构建非局部相似块组;2)对每个组的加权低秩逼近。

在非局部相似块组的构建中,采用类似于文献[9]中的块匹配方法。假设估计图像 \hat{x} ,首先从 \hat{x} 中得到 n 个参考块, \hat{x}_i ($1 \leq i \leq n$)表示位置*i*处的参考块,其大小为 $\sqrt{d} \times \sqrt{d}$ (例如: $6 \times 6, d = 36$),以 \hat{x}_i 为中心在其周围 $a \times a$ (例如: 64×64)的空间范围内寻找 m 个与其最相似的图像块,块与块之间的相似度可以采用欧氏距离度量:

$$G_i = \{j | \| \hat{x}_i - \hat{x}_j \|_2 < T\} \quad (3)$$

其中: T 是一个经验阈值; G_i 表示相似块的位置的集合;将每个相似块转为列向量并按其与参考块相似度大小排列,可得 \hat{x}_i 的相似块组 $X_i = [\hat{x}_{i_0}, \hat{x}_{i_1}, \dots, \hat{x}_{i_m}]$,其中 $\hat{x}_{i_0} = \hat{x}_i, X_i \in \mathbb{C}^{d \times (m+1)}$ 。组中每个块的结构相似性使 X_i 是一个具有低秩特性的矩阵。在实际情况中, X_i 通常会被噪声污染,将被污染的相似块组表示为 $X_i = L_i + W_i$, L_i 和 W_i 分别表示低秩矩阵和高斯噪声矩阵。低秩矩阵 L_i 的求解可以表示为如下的优化问题:

$$\min_{L_i} \| X_i - L_i \|_F^2 \quad (4)$$

s. t. $\text{rank}(L_i) \leq r$

其中: $\| \cdot \|_F$ 表示 F 范数; r 表示秩的大小,通常是未知的。由于 rank 算子的非凸和非连续性,求解式(4)中的 rank 最小是一个NP-hard问题。Recht等^[15]将约束条件放宽到矩阵核范数,选择合适的正则化参数式(4)等价于如下:

$$L_i = \arg \min_{L_i} \| X_i - L_i \|_F^2 + \lambda \| L_i \|_* \quad (5)$$

Cai等^[16]证明以 F 范数作为数值保真项,基于低秩矩阵逼近的核范数最小化问题可以通过奇异值阈值(Singular Value Thresholding, SVT)法来求解,由此可以得出:

$$L_i = US_\lambda(\Sigma)V^T \quad (6)$$

其中: $X_i = U\Sigma V^T$ 是 X_i 的奇异值分解; $S_\lambda(\Sigma)$ 为奇异值对角矩阵 Σ 的阈值操作, $S_\lambda(\Sigma) = \max(\Sigma - \lambda, 0)$,但是该方法将分解得到的奇异值都平等看待,对每个奇异值的阈值收缩采用了固定的参数 λ 。然而,在矩阵的奇异值中,较大的奇异值一般都对应着矩阵特征向量的主投影方向,因此在进行阈值收缩时,对较大的奇异值,应当适当减小收缩阈值,以保留主要数据。显然传统的SVT方法并不能较好利用奇异值的大小这一重要信息。

文献[17]提出基于加权核范数的秩最小化问题求解法,通过RSVT很好弥补了传统SVT的不足,提高了核范数求解低秩矩阵的精度。由此将式(5)改写为下述加权核范数最小化问题:

$$\mathbf{L}_i = \arg \min_{\mathbf{L}_i} \|\mathbf{X}_i - \mathbf{L}_i\|_F^2 + \|\mathbf{L}_i\|_{\omega,*} \quad (7)$$

$\|\mathbf{L}_i\|_{\omega,*}$ 表示 \mathbf{L}_i 的加权核范数, $\boldsymbol{\omega} = [\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \dots, \boldsymbol{\omega}_{\omega}]$ 对应 \mathbf{X}_i 的奇异值 $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\omega}]$ ($d0 = \min(d, m+1)$) 的非负权重, $\boldsymbol{\omega}_v = \gamma \times 1 / (\sigma_v + \varepsilon)$ ($1 \leq v \leq d0$), γ 取常数作为权重系数, ε 是为了避免分母为零而取的极小数。此时

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{U}\mathbf{S}_{\omega}(\boldsymbol{\Sigma})\mathbf{V}^T \quad (8)$$

其中 $\mathbf{S}_{\omega}(\boldsymbol{\Sigma}) = \max(\boldsymbol{\Sigma} - \text{diag}(\boldsymbol{\omega}), 0)$ 。这种非局部相似块组的加权低秩逼近方法很好保留了组内块的细微差异, 提高了对组间不同结构相似块组的自适应性。

2 本文的压缩感知重构

在图像压缩感知重构中, 合理的先验知识能极大提高重构效果。目前的图像重构通常基于单一稀疏先验, 由于图像信号的复杂多变, 单一先验难以准确重构图像的纹理细节特征。本文结合图像的全变差稀疏先验和非局部自相似先验, 提出一种改进的图像压缩感知协同重构算法。其协同重构模型如下:

$$\min_I TV(I) + \eta NL(I) \quad (9)$$

s. t. $\Phi I = \mathbf{B}$

其中 \mathbf{B} 为图像 I 的初始采样, $TV(I)$ 表示图像 I 的全变差约束。

$$TV(I) = \|\mathbf{D}_1 I\|_1 + \|\mathbf{D}_2 I\|_1 \quad (10)$$

其中 $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ 分别表示二维图像水平方向和垂直方向的梯度算子, $NL(I)$ 是图像 I 的非局部相似块组低秩约束项:

$$NL(I) = \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{P}_i I - \mathbf{L}_i\|_F^2 + \|\mathbf{L}_i\|_{\omega,*}) \quad (11)$$

其中 \mathbf{P} 为图像 I 的相似块匹配操作符。

将式(10)、(11) 分别代入协同重构模型中, 则式(9) 可以改写为式(12) 形式, 为了提高计算效率, 采用文献[18] 中提到的循环采样方法 $\Phi = SC$, S 和 C 分别表示随机采样矩阵和循环矩阵:

$$\min_I \sum_{l=1}^2 \|\mathbf{D}_l I\|_1 + \eta \sum_{i=1}^n (\|\mathbf{P}_i I - \mathbf{L}_i\|_F^2 + \|\mathbf{L}_i\|_{\omega,*}) \quad (12)$$

s. t. $SCI = \mathbf{B}$

直接求解上述多约束优化问题非常困难, 因此采用交替方向乘子算法^[19], 引入辅助变量将式(12) 中的复杂优化问题分解为多个简单的子问题来求解。对式(12) 引入变量集 $\chi = \{\mathbf{g}_l, \mathbf{Z}, \mathbf{R}\}$, 其中 $\mathbf{g}_l (l = 1, 2)$ 是关于梯度算子的辅助变量, \mathbf{Z} 是关于相似块组低秩逼近的辅助变量, \mathbf{R} 是关于图像采样的辅助变量。上述优化问题等价于如下形式:

$$\min_{\mathbf{g}_l, \mathbf{Z}_i} \sum_{l=1}^2 \|\mathbf{g}_l\|_1 + \eta \sum_i^n \|\mathbf{Z}_i\|_{\omega,*} \quad (13)$$

s. t. $\mathbf{R} = \mathbf{C}\mathbf{I}, \mathbf{SR} = \mathbf{B}, \mathbf{g}_l = \mathbf{D}_l \mathbf{I}, \mathbf{Z}_i = RSVT(\mathbf{P}_i \mathbf{I})$

其中 $RSVT(\mathbf{P}_i \mathbf{I})$ 表示对每个相似块组的加权低秩逼近, 设关于辅助变量的拉格朗日乘子集为 $\rho = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{f}_i, \mathbf{e}\}$, 将式(13) 改写为如下形式:

$$L(\mathbf{I}, \chi, \rho) = \sum_{l=1}^2 \|\mathbf{g}_l\|_1 + \frac{\beta_1}{2} \sum_{l=1}^2 \|\mathbf{D}_l \mathbf{I} - \mathbf{g}_l + \mathbf{b}_l / \beta_1\|_2^2 + \eta \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i\|_{\omega,*} + \frac{\beta_2}{2} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{P}_i \mathbf{I} - \mathbf{Z}_i + \mathbf{f}_i / \beta_2\|_F^2 +$$

$$\frac{\beta_3}{2} \|\mathbf{CI} - \mathbf{R} + \mathbf{e} / \beta_3\|_2^2 \quad (14)$$

其中 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 分别为各保真项的正则化参数。对式(14) 采用交替方向乘子法分别对辅助变量集 χ 和 \mathbf{I} 交替求解。

2.1 辅助变量集 χ 子问题的求解

辅助变量集 χ 包含 3 个辅助变量, 分别是梯度算子辅助变量 $\mathbf{g}_l (l = 1, 2)$, 低秩逼近辅助变量 \mathbf{Z} 以及图像采样辅助变量 \mathbf{R} , 因此对 χ 的求解由 3 个部分组成。假设第 k 次迭代得到 \mathbf{I} 的解为 \mathbf{I}^k 。由 ℓ_1 范数的最小化问题求解方法, χ 中 \mathbf{g}_l^{k+1} 的解可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_l^{k+1} = & \max \{ |\mathbf{D}_l \mathbf{I}^k + \mathbf{b}_l^k / \beta_1| - 1 / \beta_1, 0 \} \cdot \\ & \text{sign}(\mathbf{D}_l \mathbf{I}^k + \mathbf{b}_l^k / \beta_1) \end{aligned} \quad (15)$$

每个非局部相似块组的辅助变量 \mathbf{Z}_i , 则可由第 1 章的加权低秩逼近法来求解:

$$\mathbf{Z}_i^{k+1} = RSVT(\mathbf{P}_i \mathbf{I}^k + \mathbf{f}_i^k / \beta_2) \quad (16)$$

其中 $RSVT(\cdot)$ 表示对其加权低秩逼近。为了保证算法的收敛性, 这种加权低秩逼近通常需要执行多次, 然而为了提高计算效率, 实际情况下, 仅在每次交替迭代中对非局部相似块组作一次加权低秩逼近, 也同样能得到较精确的低秩解。

对于循环采样辅助变量 \mathbf{R} , 通过对 \mathbf{I}^k 循环采样来获得其数值, 在采样后将其内部与采样矩阵 \mathbf{S} 相同的坐标点置为初始采样值 \mathbf{B} :

$$\mathbf{R}^{k+1} = \mathbf{C}\mathbf{I}^k - \mathbf{e}^k / \beta_3 \quad (17)$$

$$\mathbf{R}^{k+1}[\mathbf{S}] = \mathbf{B} \quad (18)$$

2.2 \mathbf{I} 子问题的求解

假设 χ^{k+1} 已经求出, 此时固定 χ^{k+1} 求解 \mathbf{I} 子问题。当式(19) 导数为零时的 \mathbf{I} 值即为 \mathbf{I}^{k+1} 的解:

$$\begin{aligned} \beta_1 \sum_{l=1}^2 \mathbf{D}_l^T (\mathbf{D}_l \mathbf{I}^{k+1} - \mathbf{g}_l^{k+1} + \mathbf{b}_l^k / \beta_1) + \beta_2 (\mathbf{I}^{k+1} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{P}_i^T \mathbf{Z}_i^{k+1} - \mathbf{f}_i^k / \beta_2}{\mathbf{P}_i^T \mathbf{P}}) + \beta_3 \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{I}^{k+1} - \mathbf{R}^{k+1} + \mathbf{e}^k / \beta_3) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

其中: \mathbf{P}_i^T 表示将相似块还原到图像中的原位置, 由于每个相似块被选取次数不同, 需要对其进行均值处理; $\mathbf{D}_1^T \mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2$ 及 $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$ 都是循环矩阵, 其与 \mathbf{I} 的乘积相当于对 \mathbf{I} 作卷积, 因此采用快速傅里叶变换就能有效地由式(19) 求解 \mathbf{I}^{k+1} 。

求得 \mathbf{I}^{k+1} 后, 需要更新拉格朗日乘子集, 进入下一次迭代。当 $\|\mathbf{I}^{k+1} - \mathbf{I}^k\|_F / \|\mathbf{I}^k\|_F < tol$ 时终止迭代, 这时的 \mathbf{I} 就是所求得的重构图像。详细的算法流程如下所示。

算法 1 结合全变差与非局部低秩正则化的图像 CS 重构。

输入采样矩阵 \mathbf{C}, \mathbf{S} , 测量值 \mathbf{B} ;

初始化: $\chi, \rho = 0, \mathbf{I}^0 = \mathbf{0}$;

估计初始图像 \mathbf{I}^0 , 并对其进行相似块匹配;

while 不满足停止条件 do;

通过式(15) ~ (18) 估计辅助变量集 χ^{k+1} ;

基于 χ^{k+1} 通过式(19) 求解子问题 \mathbf{I}^{k+1} ;

更新拉格朗日乘子集 ρ :

$\mathbf{b}_l^{k+1} \leftarrow \mathbf{b}_l^k - \tau \beta_1 (\mathbf{g}_l^{k+1} - \mathbf{D}_l \mathbf{I}^{k+1})$;

$\mathbf{f}_i^{k+1} \leftarrow \mathbf{f}_i^k - \tau \beta_2 (\mathbf{P}_i \mathbf{I}^{k+1} - \mathbf{P}_i \mathbf{I}^k)$;

$\mathbf{e}^{k+1} \leftarrow \mathbf{e}^k - \tau \beta_3 (\mathbf{C}\mathbf{I}^{k+1} - \mathbf{R}^{k+1})$;

$k \leftarrow k + 1$;

End while;

输出重构图像 \mathbf{I} 。

3 实验结果与结论分析

为了验证本文改进的协同重构算法的效果,采用压缩感知重构中常用的测试图像进行了仿真实验,并与一些经典的CS重构算法进行了对比,分别是全变差法(TV)^[7]、多假设法(MultiHypothesis, MH)^[20]、协同稀疏法(RCoS)^[13]和三维块匹配滤波法(Block-Matching and 3D filtering, BM3D)^[21]。前3种方法分别利用图像的梯度稀疏、冗余残差稀疏和空间变换混合域中的局部、非局部稀疏,采用交替方向乘子数值求解法进行重构的。BM3D-CS 算法的重构思想是对三维相似块组人为加入噪声,然后通过联合滤波来重构图像。

对重构效果,采用峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR)来衡量。PSNR 越高,重构的效果越好。实验中本算法通过对图像傅里叶变换系数的随机采样得到采样数据,非局部块组中块的大小为 8×8 ,块间距 $s = 4$,每组由 10 个最佳相似块组成。正则化参数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3 = 100$,拉格朗日乘子的更新步长 $\tau = 1$ 。算法性能比较如表 1 所示。采样率分别取 0.2, 0.3。

表 1 不同采样率时各种算法的 PSNR 结果比较 dB

图像	采样率	TV 算法	MH 算法	BM3D 算法	RCoS 算法	本文 算法
House	0.2	30.58	33.60	33.89	35.26	37.95
	0.3	33.15	35.54	36.73	36.88	39.77
Leaves	0.2	21.18	24.54	29.29	27.01	30.31
	0.3	24.65	27.01	31.88	30.93	33.39
Parrots	0.2	25.76	28.85	31.51	28.74	32.91
	0.3	28.15	30.51	33.81	30.65	35.57
Barbara	0.2	23.67	29.99	25.29	27.94	32.33
	0.3	25.28	32.42	30.41	30.12	34.88
Cameraman	0.2	24.62	25.78	28.24	27.82	30.88
	0.3	26.87	28.07	30.25	29.58	33.59
平均值	0.2	25.16	28.55	29.64	29.35	32.87
	0.3	27.62	30.71	32.44	31.63	35.84

从表 1 看出,对于所有的测试图像,本文研究的协同重构算法都取得了最好的效果,相比其他算法平均至少有 2 dB 的提升,尤其在重复结构较多的 House 图像中,本文算法的优势更明显。这是由于本文算法中非局部相似图像块组的低秩稀疏性能很好地描述图像自相似性。全变差方法重构方法由于仅采用了图像的局部梯度稀疏先验,因此重构的效果最差。

为了更直观地表现几种重构算法重构效果的优劣,图 1 和图 2 分别给出 House 图像在采样率为 0.3 时的重构图像及其局部放大图。

从图 1 和图 2 可以看出,相比 TV 和 MH 重构,结合图像非局部相似性的重构方法均取得了较好重构效果。由 TV 重构图像的局部放大(图 2(b))可以明显观察到过平滑现象,而 MH 重构由于利用图像块邻域来估计当前的局部像素块,这种估计方法会带来振铃效应,因此重构图像(图 1(c)和图 2(c))的边缘纹理较模糊。在几种采用了非局部相似性的重构方法中,BM3D 重构在每次迭代过程中引入噪声,这使得其重构图像(图 1(d)和图 2(d))会引入轻微的结构失真。而 RCoS 算法(图 1(e)和图 2(e))结合了图像局部平滑和非局

部自相似先验,虽然重构效果较好,但仍不能精确重构原图(图 1(a))的墙面纹理细节。本文算法采用改进的非局部自相似块组的处理方法,重构图像(图 1(f)和图 2(f))不仅具有很好的主观视觉效果;同时也精确重构了图像边缘和纹理细节。图 3(a)和(b)分别给出了各算法对 5 幅测试图在不同采样率情况下重构图像的 PSNR 和结构相似度(Structural Similarity, SSIM)平均值对比,进一步验证了本文算法性能的优越性。从图 3 中可以看出:本文算法不仅清晰度最高,在低采样率情况下的结构相似度也明显优于其他算法。

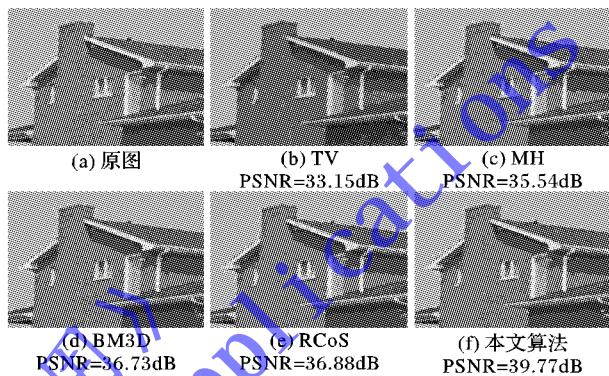


图 1 采样率为 0.3 时不同重构算法 House 重构效果

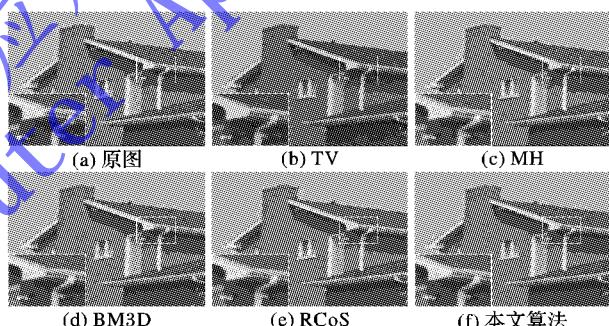
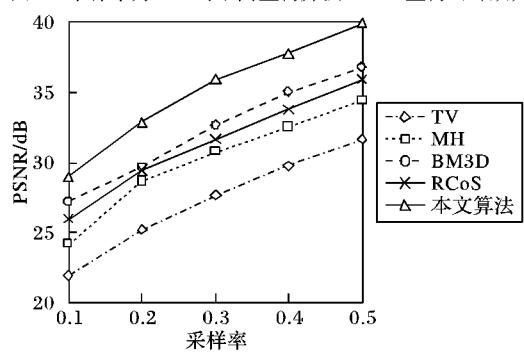
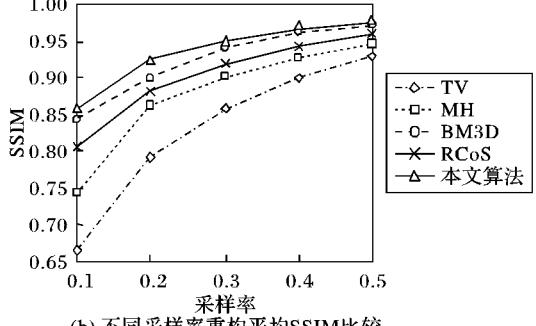


图 2 采样率为 0.3 时不同重构算法 House 重构局部放大



(a) 不同采样率重构平均PSNR比较



(b) 不同采样率重构平均SSIM比较

图 3 不同算法重建性能比较

4 结语

针对基于固定稀疏基的CS协同稀疏重构算法不能很好刻画图像非局部自相似特征的问题,提出了一种改进的结合梯度稀疏与非局部低秩稀疏的图像CS协同重构算法。该算法利用非局部相似块组的加权低秩逼近替代传统的相似块组稀疏分解获得图像自相似结构特征,较好地保留组内图像块差异,提高了算法对不同相似块组的自适应性,并采用交替方向乘子法将多约束优化问题分解为多个简单的子问题,使求解更加高效。实验结果表明,改进算法重构图像的峰值信噪比和结构相似度均优于单一稀疏约束的重构算法和同类的协同稀疏重构算法。下一步工作将考虑对非局部低秩重构方法作进一步改进,降低其计算复杂度,提高算法的重构效率。

参考文献:

- [1] DONOHO D. Compressed sensing [J]. IEEE transactions on information theory, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [2] CANDES E, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE transactions on information theory, 2006, 52(12): 5406 – 5425.
- [3] 戴琼海,付长军,季向阳.压缩感知研究[J].计算机学报,2011,34(3):3425 – 3434. (DAI Q H, FU C J, JI X Y. Research on compressed sensing [J]. Chinese journal of computers, 2011, 34 (3): 3425 – 3434.)
- [4] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE transactions on signal processing, 1993, 41 (12): 3397 – 3415.
- [5] CHEN S, DONOHO D, SAUNDERS M. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM journal on scientific computing, 1998, 20 (1): 33 – 61.
- [6] 张宗念,李金徽,黄仁泰.迭代硬阈值压缩感知重构算法——IIHT[J].计算机应用,2011,31(8):2123 – 2125. (ZHANG Z N, LI J H, HUANG R T. IIHT: new improved iterative hard thresholding algorithm for compressive sensing [J]. Journal of computer applications, 2011, 31(8): 2123 – 2125.)
- [7] LI C, YIN W, ZHANG Y. TVAL3: TV minimization by augmented Lagrangian and alternating direction algorithms [EB/OL]. [2014-11-07]. <http://www.caam.rice.edu/~optimization/L1/TVL3/>.
- [8] BUADES A, COLL B, MOREL J. A non-local algorithm for image denoising [C]// CVPR 2005: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE, 2005, 2: 60 – 65.
- [9] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. IEEE transactions on image processing, 2007, 16(8): 2080 – 2095.
- [10] 沈燕飞,李锦涛,朱珍民,等.基于非局部相似模型的压缩感知图像恢复算法[J].自动化学报,2015,41(2):261 – 272. (SHEN Y F, LI J T, ZHU Z M, et al. Image reconstruction algorithm of compressed sensing based on nonlocal similarity model [J]. Acta automatica sinica, 2015, 41(2): 261 – 272.)
- [11] DONG W, ZHANG L, SHI G, et al. Nonlocal centralized sparse representation for image restoration [J]. IEEE transactions on image processing, 2013, 4(22): 1620 – 1630.
- [12] ZHANG J, ZHAO D, GAO W. Group-based sparse representation for image restoration [J]. IEEE transactions on image processing, 2014, 8(23): 3336 – 3351.
- [13] ZHANG J, ZHAO D, ZHAO C, et al. Image compressive sensing recovery via collaborative sparsity [J]. IEEE journal on emerging and selected topics in circuits and systems, 2012, 2 (3): 380 – 391.
- [14] 张选德,冯象初,王卫卫,等.求同存异的非局部图像去噪[J].中国科学:信息科学,2013,43(7):907 – 919. (ZHANG X D, FENG X C, WANG W W, et al. Exploit the similarity while preserving the difference for nonlocal image denoising [J]. Scientia sinica: informationis, 2013, 43(7): 907 – 919.)
- [15] RECHT B, FAZEL M, PARRILLO P. Guaranteed minimum rank solutions of linear matrix equations via nuclear norm minimization [J]. SIAM review, 2010, 52(3): 471 – 501.
- [16] CAI J, CANDES E, SHEN Z, et al. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. SIAM journal of optimization, 2010, 20(4): 1956 – 1982.
- [17] GU S, ZHANG L, FENG X, et al. Weighted nuclear norm minimization with application to image denoising [C]// CVPR 2014: Proceedings of the 2014 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway, NJ: IEEE, 2014: 2862 – 2869.
- [18] JUSTIN R. Compressive sensing by random convolution [J]. SIAM journal on imaging sciences, 2009, 2(4): 1098 – 1128.
- [19] LIN Z, CHEN M, MA Y. The augmented Lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices [EB/OL]. [2014-10-18]. <http://arxiv.org/abs/1009.5055>.
- [20] CHEN C, TRAMEL E, FOWLER J. Compressed sensing recovery of images and video using multi-hypothesis predictions [C]// Proceedings of the 45th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Piscataway, NJ: IEEE, 2011: 1193 – 1198.
- [21] EGIAZARIAN K, FOI A, KATKOVNIK V. Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering [C]// ICIP 2007: Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Image Processing. Washington, D. C.: IEEE Computer Society, 2007: 549 – 552.

Background

This work is partially supported by the National Natural Science Foundation of China (61471400, 61201268), the Natural Science Foundation of Hubei Province (2013CFC118) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (CZW14018).

LIU Jinlong, born in 1990, M. S. candidate. His research interests include compressive sensing, image processing.

XIONG Chengyi, born in 1969, Ph. D., professor. His research interests include image and video encoding, compressive sensing.

GAO Zhirong, born in 1972, Ph. D. candidate. associate professor. Her research interests include intelligent computing, pattern recognition.

ZHOU Cheng, born in 1979, Ph. D., lecturer. His research interests include video signal processing and transmission.

WANG Shuxian, born in 1969, M. S. Her research interests include pattern recognition, image processing.