



文章编号:1001-9081(2018)01-0233-05

DOI:10.11772/j.issn.1001-9081.2017061394

具有普适性的改进非负矩阵分解图像特征提取方法

贾旭^{1*}, 孙福明¹, 李豪杰², 曹玉东¹

(1. 辽宁工业大学 电子与信息工程学院, 辽宁 锦州 121001; 2. 大连理工大学 软件学院, 辽宁 大连 116024)

(*通信作者电子邮箱 gbjdjiexu@163.com)

摘要:为提高图像特征提取的普适性,提出了一种基于改进非负矩阵分解(NMF)的图像特征提取方法。首先,考虑到提取的图像特征的实际意义,选用非负矩阵分解模型进行图像特征的降维处理;其次,为实现用较小数量系数来描述图像特征,将稀疏约束作为非负矩阵分解模型的正则项之一;然后,为使降维后优化得到的特征具有较好的类间区分性,将聚类属性作为非负矩阵分解的另一个正则项;最后,通过对模型的梯度下降优化求解,获得最优的特征基向量与图像特征向量。实验结果表明,针对3种图像数据库,所提的图像特征更有利于图像正确分类或识别,错误接受率(FAR)与错误拒绝率(FRR)分别可以降低到0.021与0.025。

关键词:非负矩阵分解;特征提取;稀疏表示;梯度下降法;特征降维

中图分类号: TP391.413 **文献标志码:**A

Image feature extraction method based on improved nonnegative matrix factorization with universality

JIA Xu^{1*}, SUN Fuming¹, LI Haojie², CAO Yudong¹

(1. School of Electronics and Information Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou Liaoning 121001, China;

2. School of Software Technology, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

Abstract: To improve the universality of image feature extraction, an image feature extraction method based on improved Nonnegative Matrix Factorization (NMF) was proposed. Firstly, considering the practical significance of extracted image features, NMF model was used to reduce the dimension of image feature vector. Secondly, in order to represent the image by a small number of coefficients, a sparse constraint was added to the NMF model as one of the regular terms. Then, to make the optimized feature have better inter-class differentiation, the clustering property constraint would be another regular term of the NMF model. Finally, through optimizing the model by using gradient descent method, the best feature basis vector and image feature vector could be acquired. The experimental results show that for three image databases, the acquired features extracted by the improved NMF model are more conducive to correct image classification or identification, and the False Accept Rate (FAR) and False Reject Rate (FRR) are reduced to 0.021 and 0.025 respectively.

Key words: Nonnegative Matrix Factorization (NMF); feature extraction; sparse representation; gradient descent method; feature dimension reduction

0 引言

特征提取是模式识别的关键问题之一,其提取特征的有效性将对识别效果产生重要影响。一般来说,直接对图像进行特征提取后将得到较高维度的特征向量,而通常这些高维特征向量存在较大的冗余,并且很难知道该特征是否有利于识别与分类,从而影响识别的效率与普适性,因此,关于如何获得一种低维有效并具有普适性的图像特征的研究具有重要意义。

目前,特征降维可分为无监督降维方法和有监督降维方法。其中,无监督降维方法包括主成分分析法(Principal Component Analysis, PCA)、局部保持投影法(Locality Preserving Projection, LPP)、稀疏表示法(Sparse Representation, SP)等^[1];而有监督降维方法包括离散判别分

析(Linear Discriminant Analysis, LDA)、最大边缘准则法(Maximum Margin Criterion, MMC)等^[2]。在图像特征提取过程中,基于以上方法可以获得新的特征基与分解系数,而分解系数将作为新的图像特征。从数学的角度来说,新的特征基与分解系数可以是负值,也可以是正值或0,但对于一些特定的应用背景,负值将很难被赋予实际的意义,如图像像素值都是非负的,因此分解得到的基图像中的负值难以被解释和表达。1999年,Lee等^[3]提出了一种非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)的数据降维方法,从而使降维后数据的意义得到了更好的诠释。而后,一些学者将其进行了改进,并应用在了图像识别或分类上,其中包括:从特征的稀疏性考虑,提出了稀疏约束的NMF^[4-5];从特征基的相关性考虑,提出了正交约束的NMF^[6-7];从不同类别特征的区分性考虑,提出了离散判别约束的NMF^[8-9];从特征的非线性特

收稿日期:2017-06-07;修回日期:2017-08-05。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61502216, 61572244)。

作者简介:贾旭(1983—),男,辽宁开原人,副教授,博士,CCF会员,主要研究方向:模式识别、机器学习;孙福明(1972—),男,辽宁大连人,教授,博士,主要研究方向:多媒体处理、机器学习;李豪杰(1973—),男,辽宁大连人,教授,博士,主要研究方向:多媒体处理、计算机视觉;曹玉东(1971—),男,辽宁昌图人,副教授,博士,主要研究方向:模式识别、图像处理。



性考虑,提出了流形约束的 NMF^[10];从特征匹配策略考虑,提出了匹配测量约束的 NMF^[11~12];从特征向量结构考虑,提出了图正则化约束的 NMF^[13]等。以上方法分别从不同的角度考虑,采用了不同的约束条件进行非负矩阵分解,从而获得满足各自需求的新的特征基与特征向量。

特征提取与分类器设计是模式识别的两个关键问题,提取出有效的图像特征将会大幅度降低分类器的分类压力。现有的算法虽然可以取得一定的分类效果,但并未针对特征提取方法的普适性进行分析,为此,本文提出了一种具有普适性的基于改进 NMF 的图像特征提取方法。该方法同时考虑了图像特征的低维性、稀疏性、类间区分性,在原始 NMF 模型基础上,加入了稀疏正则项与聚类属性正则项,形成了改进的 NMF 模型,并通过梯度下降法对其进行求解,从而获得新的图像特征。实验表明,在几种常用分类器下,提出的算法获得的图像特征更有利于图像的正确识别或分类。

1 改进 NMF 模型的建立

给定 N 幅训练样本图像,首先需提取它们的初始特征, $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_N, \mathbf{Y}_i = [y_{11} \ y_{12} \ \dots \ y_{in}]^T$, 从而形成初始特征矩阵 $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1 \ \mathbf{Y}_2 \ \dots \ \mathbf{Y}_N]$ 。获取图像的初始特征向量后,需对其进行降维处理,获得新的特征基和分解系数。这里,原始图像可以理解为是由不同权重下的基图像叠加而成,因此,原始图像特征向量矩阵 \mathbf{Y} ,降维后的基向量矩阵 \mathbf{U} 与系数向量矩阵 \mathbf{V} 均应该是非负的,且满足式(1):

$$\mathbf{Y} \approx \mathbf{UV}$$

$$\text{s.t. } u_{ij}, v_{jk} \geq 0$$

$$\text{其中 } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1r} \\ u_{21} & u_{22} & \cdots & u_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & \cdots & u_{nr} \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1N} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{r1} & v_{r2} & \cdots & v_{rN} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$0 < i \leq n, 0 < j \leq r, 0 < k \leq N.$$

然而,若想获得有效的图像特征,仅仅满足基向量与系数向量非负性是不够的,应对 NMF 模型增加约束条件,使获得的新的特征向量,即系数向量更有利于图像的分类或识别。以下将从两方面对模型约束条件进行分析:

1) 稀疏性。信号稀疏表示的目的就是在超完备字典中用尽可能少的原子来表示信号,获得信号更为简洁的表示方式^[14]。而在基于 NMF 的图像特征提取过程中,则希望在 NMF 分解得到的基图像中用尽可能少的组合来表示原始图像,从而更容易地获取图像中所蕴含的信息,因此,NMF 模型需增加稀疏性约束,如式(2) 所示:

$$\min J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV}\|_2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{V}\|_0 \right\} \quad (2)$$

其中 α 为平衡因子。

根据压缩感知理论,求解 \mathbf{V} 的 0 范数是一个 NP 难问题,为求解方便,可以将求解 \mathbf{V} 的 0 范数转化为求解 2 范数,如式(3) 所示:

$$\min J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV}\|_2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{V}\|_2 \right\} \quad (3)$$

2) 聚类属性。对图像进行特征提取时,好的图像特征应满足以下属性,即不同类的图像特征应具有较大的可区分性,这样的特征将更利于正确识别或分类。这里,选用欧氏距离作

为特征间相似性的测度函数,那么特征类间区分性可分别用式(4) 来表示:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^c \|\bar{\mathbf{V}}^{(i)} - \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}\|_2 \right\} \quad (4)$$

其中: c 表示训练图像样本中的类别数目; $\bar{\mathbf{V}}^{(i)}$ 表示第 i 类样本特征向量的平均向量; $\bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}$ 表示所有样本特征向量的平均向量。

因此,需对 NMF 模型作进一步的改进,即添加聚类属性约束项,如式(5) 所示:

$$\min J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{UV}\|_2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{V}\|_2 - \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^c \|\bar{\mathbf{V}}^{(i)} - \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}\|_2 \right\} \quad (5)$$

其中: β 为平衡因子。

为方便模型求解,需将式(4) 转化为矩阵表达形式。

令 $\mathbf{A} = [1/s \ 1/s \ \dots \ 1/s]_{s \times 1}^T$, s 为训练样本中每一类样本图像的数目,即 $N = s \times c$,每一类样本特征向量平均值可由式(6) 表示:

$$\bar{\mathbf{V}}^{(i)} = [\mathbf{V}^{(i)}(1) \ \mathbf{V}^{(i)}(2) \ \dots \ \mathbf{V}^{(i)}(s)]\mathbf{A} \quad (6)$$

所有类的均值向量形成矩阵 $\bar{\mathbf{V}}$,如式(7) :

$$\bar{\mathbf{V}} = [\bar{\mathbf{V}}^{(1)} \ \bar{\mathbf{V}}^{(2)} \ \dots \ \bar{\mathbf{V}}^{(c)}] = \mathbf{VA}_Z \quad (7)$$

这里

$$\mathbf{A}_Z = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 & & \\ 0 & \mathbf{A} & 0 & \\ & & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & & \mathbf{A} \end{bmatrix}_{N \times c}$$

再将类间平均特征向量差异转化为矩阵形式。

令

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/N & 1/N & \cdots & 1/N \\ 1/N & 1/N & \cdots & 1/N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1/N & 1/N & \cdots & 1/N \end{bmatrix}_{N \times c}$$

可得式(8):

$$[\bar{\mathbf{V}}_{\text{all}} \ \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}} \ \dots \ \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}]_{r \times c} = \mathbf{VB} \quad (8)$$

可推出约束项 $\sum_{i=1}^c \|\bar{\mathbf{V}}^{(i)} - \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}\|_2$ 可由式(9) 表示:

$$\sum_{i=1}^c \|\bar{\mathbf{V}}^{(i)} - \bar{\mathbf{V}}_{\text{all}}\|_2 = \text{tr}((\mathbf{VA}_Z - \mathbf{VB})^T (\mathbf{VA}_Z - \mathbf{VB})) \quad (9)$$

另外,稀疏约束项可由式(10) 表示:

$$\|\mathbf{V}\|_2 = \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{V}) \quad (10)$$

至此,改进的 NMF 模型可转化为式(11):

$$\min J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \min_{\mathbf{U}, \mathbf{V}} \left\{ \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{Y} - \mathbf{UV})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{UV})) + \frac{\alpha}{2} \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{V}) - \frac{\beta}{2} \text{tr}((\mathbf{VA}_Z - \mathbf{VB})^T (\mathbf{VA}_Z - \mathbf{VB})) \right\} \quad (11)$$

2 基于梯度下降的模型求解

建立模型后,将采用梯度下降法对该模型进行优化求解,最终求得全局或局部极小值。

经过化简,目标函数式(11) 可以转化为式(12):

$$J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{YY}^T) - \text{tr}(\mathbf{YV}^T \mathbf{U}^T) + \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{UVV}^T \mathbf{U}^T) +$$



$$\begin{aligned} & \frac{\alpha}{2}\text{tr}(\mathbf{VV}^T) - \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{A}_Z^T\mathbf{V}^T\mathbf{VA}_Z) + \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{B}^T\mathbf{V}^T\mathbf{VA}_Z) + \\ & \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{A}_Z^T\mathbf{V}^T\mathbf{VB}) - \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{B}^T\mathbf{V}^T\mathbf{VB}) \end{aligned} \quad (12)$$

根据 $\text{tr}(\mathbf{PQ}) = \text{tr}(\mathbf{QP})$, 式(12) 可转化为式(13):

$$\begin{aligned} J(\mathbf{U}, \mathbf{V}) &= \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{YY}^T) - \text{tr}(\mathbf{YV}^T\mathbf{U}^T) + \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{UVV}^T\mathbf{U}^T) + \\ & \frac{\alpha}{2}\text{tr}(\mathbf{VV}^T) - \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{VA}_Z\mathbf{A}_Z^T\mathbf{V}^T) + \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{VA}_Z\mathbf{B}^T\mathbf{V}^T) + \\ & \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{VBA}_Z^T\mathbf{V}^T) - \frac{\beta}{2}\text{tr}(\mathbf{VBB}^T\mathbf{V}^T) \end{aligned} \quad (13)$$

而后, 求解式(13) 对 \mathbf{U} 与 \mathbf{V} 的偏导数, 如式(14)、式(15):

$$\frac{\partial J(\mathbf{U}, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{U}} = -\mathbf{YV}^T + \mathbf{UVV}^T \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{U}, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} &= -\mathbf{U}^T\mathbf{Y} + \mathbf{U}^T\mathbf{UV} + \alpha\mathbf{V} - \beta\mathbf{VA}_Z\mathbf{A}_Z^T + \\ & \beta\mathbf{VA}_Z\mathbf{B}^T + \beta\mathbf{VBA}_Z^T - \beta\mathbf{VBB}^T \end{aligned} \quad (15)$$

给定 \mathbf{U} 与 \mathbf{V} 的初始值后, 将按照以下迭代规则式(16) 与式(17) 迭代, 直至满足停止条件。

$$u_{ij,(t+1)} \leftarrow u_{ij,(t)} - \frac{(\mathbf{YV}^T)_{ij}}{(\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)}^T)_{ij}} \quad (16)$$

$$v_{ij,(t+1)} \leftarrow v_{ij,(t)} - \frac{(\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{Y} + \beta\mathbf{V}_{(t)}(\mathbf{A}_Z\mathbf{A}_Z^T + \mathbf{BB}^T))_{ij}}{(\mathbf{U}_{(t)}^T\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)} + \alpha\mathbf{V}_{(t)} + \beta\mathbf{V}_{(t)}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T))_{ij}} \quad (17)$$

梯度下降具体计算过程如下。

输入量: 初始特征矩阵 \mathbf{Y} , 平衡因子 α 与 β 。

步骤 1 给定初始化矩阵 $\mathbf{U}_{(0)}$ 与 $\mathbf{V}_{(0)}$, 矩阵所有元素均在 0 与 1 之间, 设置最大迭代次数 n_{\max} , 迭代误差阈值 ϵ , 计数器初始化 $t = 0$ 。

步骤 2 计数器自增 $t = t + 1$ 。

步骤 3 求解式(12) 的值 $J(\mathbf{U}_{(t)}, \mathbf{V}_{(t)})$ 。

如果 $J(\mathbf{U}_{(t)}, \mathbf{V}_{(t)}) < \epsilon$ 或 $t > n_{\max}$, 则进入步骤 5; 否则进入步骤 4。

步骤 4 对 \mathbf{U} 与 \mathbf{V} 中所有元素按以下规则进行迭代;

$$\begin{aligned} u_{ij,(t+1)} &\leftarrow u_{ij,(t)} - \frac{(\mathbf{YV}^T)_{ij}}{(\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)}^T)_{ij}} \\ v_{ij,(t+1)} &\leftarrow v_{ij,(t)} - \frac{(\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{Y} + \beta\mathbf{V}_{(t)}(\mathbf{A}_Z\mathbf{A}_Z^T + \mathbf{BB}^T))_{ij}}{(\mathbf{U}_{(t)}^T\mathbf{U}_{(t)}\mathbf{V}_{(t)} + \alpha\mathbf{V}_{(t)} + \beta\mathbf{V}_{(t)}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T))_{ij}} \end{aligned}$$

迭代后进入步骤 2。

步骤 5 迭代结束, 得到最优解 $\mathbf{U}_{(t)}$ 与 $\mathbf{V}_{(t)}$ 。

3 收敛性证明

为证明式(16) 与式(17) 收敛性, 需要引入一个辅助函数。

定义 1 如式(18) 与式(19) 成立, 定义 $G(h, h')$ 是 $F(h)$ 辅助函数:

$$G(h, h') \geq F(h) \quad (18)$$

$$G(h, h) = F(h) \quad (19)$$

引理 1 如果 G 是一个辅助函数, 则函数 F 在式(20) 迭代更新规则是非增的:

$$h^{t+1} = \arg \min_h G(h, h^t) \quad (20)$$

证明 $F(h^{t+1}) \leq G(h^{t+1}, h^t) \leq G(h^t, h^t) = F(h^t)$ 。

根据文献[3], 可得收敛到 $h_{\min}^t = \arg \min_h F(h)$ 的序列:

$$F(h_{\min}^t) \leq F(h_{\min}^{t-1}) \leq \dots \leq F(h^1) \leq F(h^0) \quad (21)$$

因此, 通过定义辅助函数, 可证明式(16) 与式(17) 收敛性。

对于目标函数式(11), 假设 \mathbf{U} 为独立的变量, 可得:

$$J'_{u_{ij}} = (-\mathbf{YV}^T + \mathbf{UVV}^T)_{ij} \quad (22)$$

$$J'_{v_{ij}} = (\mathbf{VV}^T)_{ij} \quad (23)$$

这里, $F(u) = J(u)$, $0 < i \leq n, 0 < j \leq r$ 。

引理 2 假设 \mathbf{U} 为独立变量, 可定义式(24) 为辅助函数:

$$G(u, u_{ij}) = F(u_{ij}) + F'(u_{ij})(u - u_{ij}) + \frac{(\mathbf{UVV}^T)_{ij}}{2u_{ij}}(u - u_{ij})^2 \quad (24)$$

证明 由 $G(u, u) = F(u)$, 只需证明 $G(u, u_{ij}) \geq F(u_{ij})$ 。

将目标函数(11) 进行泰勒级数展开, 得到式(25):

$$F(u_{ij}) = F(u_{ij}) + F'(u_{ij})(u - u_{ij}) + \frac{1}{2}F''(u_{ij})(u - u_{ij})^2 = F(u_{ij}) + F'(u_{ij})(u - u_{ij}) + \frac{(\mathbf{VV}^T)_{ij}}{2}(u - u_{ij})^2 \quad (25)$$

$$(\mathbf{UVV}^T)_{ij} = \sum_{k=1}^r u_{ik}(\mathbf{VV}^T)_{kj} = \sum_{k=1, k \neq j}^r u_{ik}(\mathbf{VV}^T)_{kj} + u_{ij}(\mathbf{VV}^T)_{jj} \geq u_{ij}(\mathbf{VV}^T)_{jj} \quad (26)$$

因此, 引理 2 证毕。

对于目标函数式(11), 假设 \mathbf{V} 为独立的变量, 可得:

$$J'_{v_{ij}} = (-\mathbf{U}^T\mathbf{Y} + \mathbf{U}^T\mathbf{UV} + \alpha\mathbf{V} - \beta\mathbf{VA}_Z\mathbf{A}_Z^T + \beta\mathbf{VA}_Z\mathbf{B}^T + \beta\mathbf{VBA}_Z^T - \beta\mathbf{VBB}^T)_{ij} \quad (27)$$

$$J''_{v_{ij}} = (\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ii} + \alpha_{ij} - \beta(\mathbf{A}_Z\mathbf{A}_Z^T - \mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T - \mathbf{BA}_Z^T + \mathbf{BB}^T)_{ij} \quad (28)$$

这里, $F(u) = J(u)$, $0 < i \leq r, 0 < j \leq N$ 。

引理 3 假设 \mathbf{V} 为独立变量时, 可定义式(29) 为辅助函数:

$$G(v, v_{ij}) = F(v_{ij}) + F'(v_{ij})(v - v_{ij}) + \frac{(\mathbf{U}^T\mathbf{UV} + \alpha\mathbf{V} + \beta\mathbf{V}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T))_{ij}}{2v_{ij}}(v - v_{ij})^2 \quad (29)$$

证明 由 $G(v, v) = F(v)$, 只需证明 $G(v, v_{ij}) \geq F(v_{ij})$ 。

将目标函数(11) 进行泰勒级数展开, 得到式(30):

$$\begin{aligned} F(v_{ij}) &= F(v_{ij}) + F'(v_{ij})(v - v_{ij}) + \frac{1}{2}F''(v_{ij})(v - v_{ij})^2 = \\ & F(v_{ij}) + F'(v_{ij})(v - v_{ij}) + \frac{(\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ii}}{2}(v - v_{ij})^2 + \frac{\alpha}{2}(v - v_{ij})^2 + \frac{\beta(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T - \mathbf{A}_Z\mathbf{A}_Z^T - \mathbf{BB}^T)_{ij}}{2}(v - v_{ij})^2 \end{aligned} \quad (30)$$

$$(\mathbf{U}^T\mathbf{UV})_{ij} = \sum_{k=1}^r (\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ik}v_{kj} = \sum_{k=1, k \neq i}^r (\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ik}v_{kj} + (\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ii}v_{ij} \geq (\mathbf{U}^T\mathbf{U})_{ii}v_{ij} \quad (31)$$

$$(\alpha\mathbf{V})_{ij} = \alpha v_{ij} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{V}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T))_{ij} &= \sum_{k=1}^m v_{ik}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T)_{kj} = \\ & \sum_{k=1, k \neq j}^m v_{ik}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T)_{kj} + v_{ij}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T)_{jj} \geq v_{ij}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T)_{jj} > v_{ij}(\mathbf{A}_Z\mathbf{B}^T + \mathbf{BA}_Z^T - \mathbf{A}_Z\mathbf{A}_Z^T - \mathbf{BB}^T)_{ij} \end{aligned} \quad (33)$$



因此,引理 3 证毕。

4 实验结果及分析

4.1 实验样本库及实验环境

本实验选择 3 个数据库,即人脸数据集^[15]、指静脉数据库^[16]、手背静脉数据库^[17],其中部分样本图像如图 1 所示。

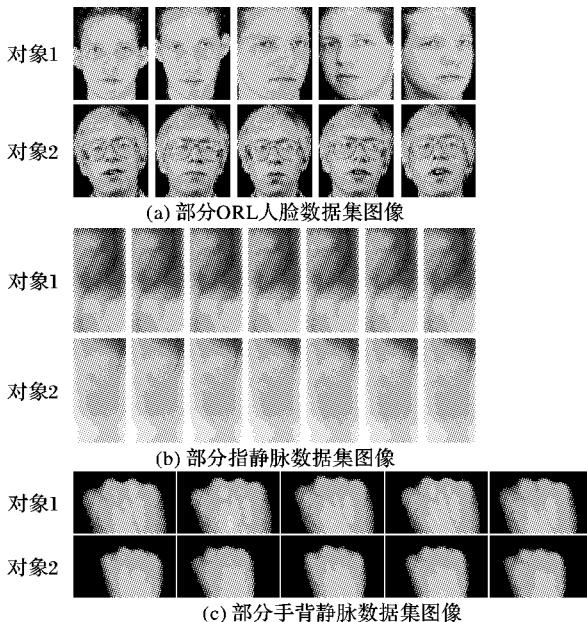


Fig. 1 Schematic diagram of part experiment samples

人脸数据库中含有 40 个对象,每个对象有 10 幅图像,共计 400 幅图像;指静脉数据库包含 64 个对象,每个对象有 10 幅图像,共计 640 幅图像;手背静脉数据库包含 38 个对象,每个对象包含 5 至 10 幅图像不等,共计 245 幅图像。

此外,实验软件环境为 Windows 7 操作系统,Matlab 2014b 编程工具;硬件为 PC,其中,处理器为 Intel Core i5-4460 3.2 GHz,8 GB 内存。

4.2 参数设定

改进的 NMF 模型中共包含 3 个可调参数,分别为降维后特征维数 r 、平衡因子 α 与 β 。这里,将分别在不同参数组合的条件下进行实验,从而选择最优的模型参数。本实验首先将图像进行分块处理,即每个图像块的大小为 32×32 像素,而相邻子图像块重叠 16 像素,并将其作为窗口逐行逐列进行滑动,如图 2 所示。



图 2 样本图像分块示意图

Fig. 2 Schematic diagram of sample image blocking

提取每一子图像 8 个方向的直方图 (Histogram of

Oriented Gradient, HOG) 特征^[18],而后逐行逐列融合所有子图像的特征,从而形成图像的初始特征。

当调整模型的参数时,最优的模型参数将可以获得最优的识别结果。这里,令平衡因子 α 与 β 分别依次取值 1, 0.1, 0.01;特征维数的取值分别为原特征维数的 30% 至 70%;识别时采用最近邻分类器;样本进行 5 次交叉检验,使得每一个的图像都有机会成为训练样本和测试样本;并利用错误接受率 (False Accept Rate, FAR) 与错误拒绝率 (False Reject Rate, FRR) 作为衡量识别效果的标准。

对于人脸图像数据库,当采用不同模型参数时,实验所得到的 FAR 值与 FRR 值分布如图 3 所示。

图 3 中的 FAR 与 FRR 值是针对不同数据集实验后加权求和得到的,如式(34) 与式(35) 所示:

$$FAR = \sum_{i=1}^w \frac{N_i * FAR_i}{N_{\text{sum}}} \quad (34)$$

$$FRR = \sum_{i=1}^w \frac{N_i * FRR_i}{N_{\text{sum}}} \quad (35)$$

其中: N_i 表示第 i 个样本集的训练样本数, w 表示样本集个数,

$$N_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^w N_i$$

由图 3 可知,对于选择的 3 种数据集,当平衡因子 $\alpha = 0.1$ 、 $\beta = 0.1$ 时,FAR 值为 0.021, FRR 值为 0.025, 进而在该参数下可获得最低的 FAR + FRR 值,即可获得最优的识别效果。因此,将改进的 NMF 模型中参数设定为 $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$ 。

4.3 方法比较及分析

同样针对应用的 3 种样本数据库,对图像按 4.2 节中方法进行初始特征提取,识别时采用最近邻分类器,通过 FAR-GAR 曲线来对改进的 NMF 特征降维方法与其他降维方法的性能进行比较,其中 GAR(Genuine Accept Rate) 为真实接受率。

首先,不考虑降维后图像特征的实际意义,仅仅从数学分析的角度出发,将提出的算法与几类经典的数据降维方法进行比较,即 PCA、LDA、LPP 降维方法,比较结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出,当 FAR 为 0.05 时,提出的改进 NMF 模型在识别过程中达到 0.96 的真实接受率 (GAR),高于其他算法 GAR 值 0.21 以上;此外,提出的改进 NMF 模型的 FAR-GAR 识别性能曲线整体上在其他降维方法的 FAR-GAR 曲线上,可说明提出的改进的 NMF 模型相对于 PCA、LDA、LPP 可获得更好的识别效果。

然后,考虑降维后图像特征的实际意义,即降维后特征具有非负性特点,将提出的算法与几类常用的 NMF 降维方法进行比较,这些 NMF 模型分别从不同的角度出发,对降维后特征分别赋予不同的约束条件,即 SNMF(Sparse Nonnegative Matrix Factorization) 模型、DNMF(Discriminate Nonnegative Matrix Factorization) 模型、匹配测量约束的 NMF 模型^[11]、半监督稀疏约束的 NMF 模型^[18],比较结果如图 5 所示。

同样,由图 5 可以看出,当 FAR 为 0.05 时,提出的改进 NMF 模型的 GAR 值高于其他算法 0.14 以上;此外,从不同方法的 FAR-GAR 曲线的位置来看,提出的改进 NMF 模型的 FAR-GAR 曲线明显高于 SNMF 模型、DNMF 模型、半监督



SNMF模型,略高于匹配测量约束的NMF模型,亦可说明改进的NMF模型在识别效果上的优势。

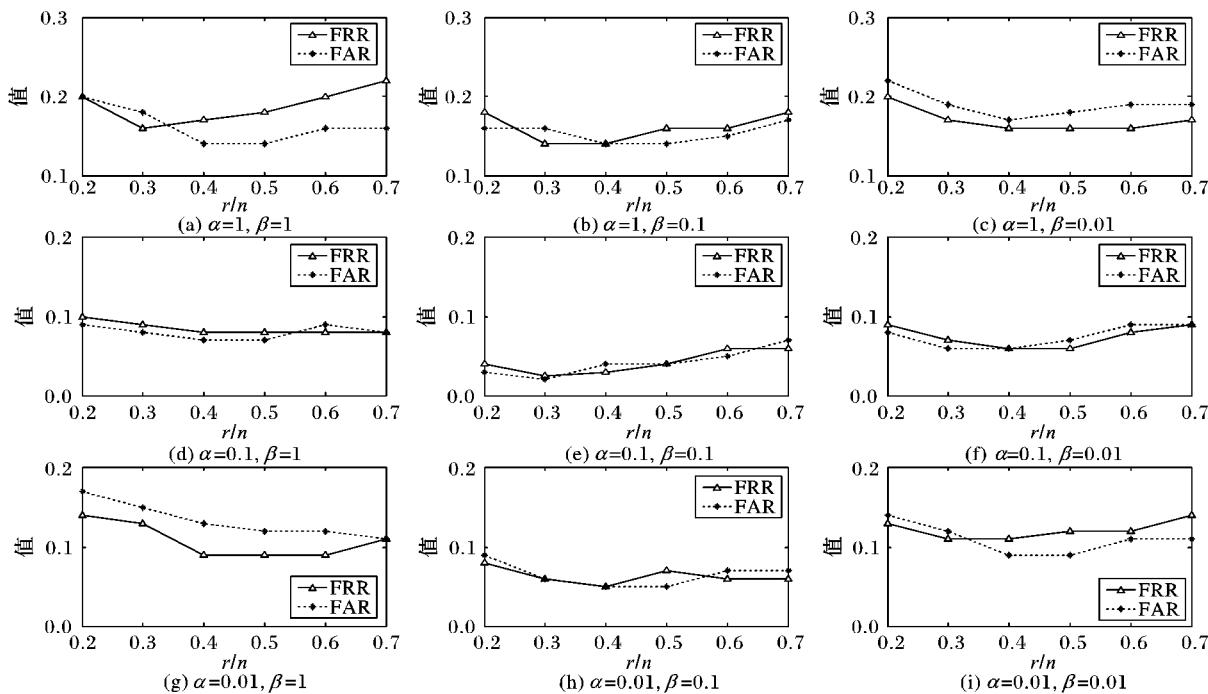


图3 不同参数下识别效果比较

Fig. 3 Comparison of recognition results under different parameters

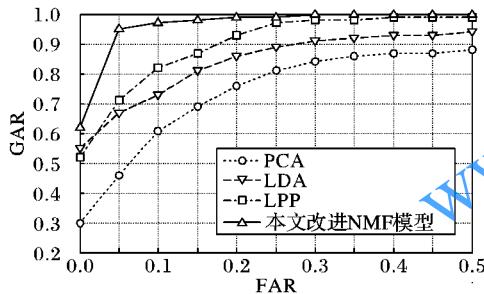


图4 本文模型与经典降维算法识别性能比较

Fig. 4 Recognition performance comparison between the proposed model and classical dimension reduction algorithms

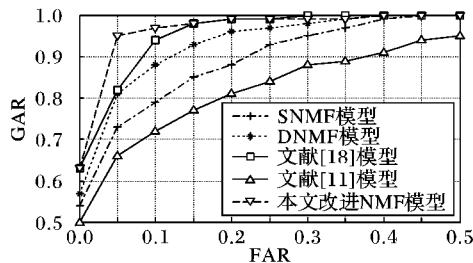


图5 多种改进NMF算法识别性能比较

Fig. 5 Recognition performance comparison of several improved NMF algorithms

5 结语

本文通过对NMF模型进行分析与改进,提出了一种更具普适性的特征降维与优化方法,其创新点在于考虑新特征稀疏性的同时,将特征的聚类属性也作为NMF的另一约束项,通过实验证明,提出的算法降维得到的特征更有利于图像的分类或识别。在取得一定效果的同时,仍存在一些问题有待解决,如选择的样本库种类及样本数还需增加,从而进一步提高方法的普适性。

参考文献 (References)

- [1] SHAN H, ZHANG J, KRUGER U. Learning linear representation of sparse partitioning trees based on unsupervised kernel dimension reduction [J]. IEEE Transaction on Cybernetics, 2016, 46(12): 3427–3438.
- [2] VLASSIS N, MOTOMURA Y, KROSE B. Supervised dimension reduction of intrinsically low-dimensional data [J]. Neural Computation, 2014, 14(1): 191–215.
- [3] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401(6755): 788–791.
- [4] HAN H, LIU S J, GAN L. Non-negativity and dependence constrained sparse coding for image classification [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2015, 26: 247–254.
- [5] WEN J H, TIAN Z, LIU X Z, et al. Neighborhood preserving orthogonal PNMF feature extraction for hyperspectral image classification [J]. IEEE Journal of Selected Topic in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2013, 6(2): 759–768.
- [6] POMPILIO F, GILLIS N, ABSIL P A, et al. Two algorithms for orthogonal nonnegative matrix factorization with application to clustering [J]. Neurocomputing, 2014, 141(2): 15–25.
- [7] KOTSIA I, ZAFEIRIOU S, PITAS I. A novel discriminant non-negative matrix factorization algorithm with applications to facial image characterization problems [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2007, 2(3): 588–595.
- [8] ZDUNEK R, PHAN A H, CICHOCKI A. Image classification with nonnegative matrix factorization based on spectral projected gradient [J]. Artificial Neural Networks, 2015, 4: 31–50.
- [9] JI Z, PANG Y, LI X. Relevance preserving projection and ranking based on one-class classification for Web image [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24(11): 4137–4147.

(下转第254页)



- [17] DONG C, CHEN C L, TANG X. Accelerating the super-resolution convolutional neural network [C]// ECCV 2016: Proceedings of the 2016 European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2016: 391–407.
- [18] SUN J, SHUM H Y. Image super-resolution using gradient profile prior: US9064476 [P]. 2015-06-23.
- [19] NAIR V, HINTON G E. Rectified linear units improve restricted boltzmann machines [C]// Proceedings of the 2010 International Conference on International Conference on Machine Learning. Madison, WI: Omnipress, 2010: 807–814.
- [20] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Deep residual learning for image recognition [C]// CVPR 2016: Proceedings of the 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2016: 770–778.
- [21] JOHNSON J, ALAHI A, LI F F. Perceptual losses for real-time style transfer and super-resolution [C]// Proceedings of the 2016 European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2016: 694–711.
- [22] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition [EB/OL]. [2017-03-21]. <https://arxiv.org/abs/1409.1556>.
- [23] REN S, HE K, GIRSHICK R, et al. Object detection networks on convolutional feature maps [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2017, 39(7): 1476–1481.
- [24] SRIVASTAVA R K, GREFF K, SCHMIDHUBER J. Training very deep networks [EB/OL]. [2017-03-20]. <https://arxiv.org/abs/1507.06228>.
- [25] SAXE A M, MCCLELLAND J L, GANGULI S. Exact solutions to the nonlinear dynamics of learning in deep linear neural networks [EB/OL]. [2017-03-12]. <http://arxiv.org/abs/1312.6120>.
- [26] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition [EB/OL]. [2017-03-10]. <https://arxiv.org/abs/1409.1556>.
- [27] BEVILACQUA M, ROUMY A, GUILLEMOT C, et al. Low-complexity single-image super-resolution based on nonnegative neighbor embedding [C]// Proceedings of the 2012 British Machine Vision Conference. [S. l.]: BMVC Press, 2012: 135-1 – 135-10.
- [28] ZEYDE R, ELAD M, PROTTER M. On single image scale-up using sparse-representations [C]// Proceedings of the 2010 International Conference on Curves and Surfaces. Berlin: Springer, 2010: 711–730.
- [29] JOHNSON J, ALAHI A, LI F F. Perceptual losses for real-time style transfer and super-resolution [C]// Proceedings of the 2016 European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2016: 694–711.

This work is partially supported by the Natural Science Foundation of Shanxi Province (2015011045).

WANG Yining, born in 1992, M. S. candidate. Her research interests include deep learning, machine vision, digital image processing.

QIN Pinle, born in 1978, Ph. D., associate professor. His research interests include big data, machine vision, three-dimensional reconstruction.

LI Chuanpeng, born in 1991, M. S. candidate. His research interests include deep learning, machine vision, digital image processing.

CUI Yuhao, born in 1996. His research interests include deep learning, digital image processing.

(上接第237页)

- [10] 汪金涛, 曹玉东, 孙福明. 稀疏约束图正则非负矩阵分解的增量学习算法[J]. 计算机应用, 2017, 37(4): 1071–1074. (WANG J T, CAO Y D, SUN F M. Incremental learning algorithm based on graph regularized non-negative matrix factorization with sparseness constraints [J]. Journal of Computer Applications, 2017, 37(4): 1071–1074.)
- [11] JIA X, SUN F M, LI H J, et al. Image multi-label annotation based on supervised nonnegative matrix factorization with new matching measurement [J]. Neurocomputing, 2017, 219 (C): 518–525.
- [12] LIU H, WU Z, CAI D, et al. Constrained nonnegative matrix factorization for image representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1299–1311.
- [13] CAI D, HE X, HAN J, et al. Graph regularized nonnegative matrix factorization for data representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2011, 33(8): 1548–1560.
- [14] LIU Q. Kernel local sparse representation based classifier [J]. Neural Processing Letters, 2016, 60(1): 1684–1695.
- [15] YIN Y L, LIU L L, SUN X W. SDUMLA-HMT: a multimodal biometric database [C]// Proceedings of the 6th Chinese Conference on Biometric Recognition. Beijing: [s. n.], 2011: 260–268.
- [16] CHUA T S, TANG J, HONG R, et al. NUSWIDE: a real-world Web image database from National University of Singapore [C]// Proceedings of the 2009 ACM International Conference on Image and Video Retrieval. New York: ACM, 2009: 48.

- [17] 范玮琦, 王燕, 孙书会. 基于2DFLD的手背静脉识别算法[J]. 计算机应用, 2010, 30(3): 646–649. (YUAN W Q, WANG R, SUN S H. Palm-dorsa vein recognition based on two-dimensional Fisher linear discriminant [J]. Journal of Computer Applications, 2010, 30(3): 646–649.)

- [18] 胡学考, 孙福明, 李豪杰. 基于稀疏约束的半监督非负矩阵分解算法[J]. 计算机科学, 2015, 42(7): 280–284. (HU X K, SUN F M, LI H J. Constrained nonnegative matrix factorization with sparseness for image representation [J]. Computer Science, 2015, 42(7): 280–284.)

This work is partially supported by the National Natural Science Foundation of China (61502216, 61572244).

JIA Xu, born in 1983, Ph. D., associate professor. His research interests include pattern recognition, machine learning.

SUN Fuming, born in 1972, Ph. D., professor. His research interests include multimedia processing, machine learning.

LI Haojie, born in 1973, Ph. D., professor. His research interests include multimedia processing, computer vision.

CAO Yudong, born in 1971, Ph. D., associate professor. His research interests include pattern recognition, image processing.