



文章编号:1001-9081(2018)08-2157-07

doi:10.11772/j.issn.1001-9081.2018010260

## 改进的排序变异多目标差分进化算法

刘 宝<sup>1,2</sup>, 董明刚<sup>1,2\*</sup>, 敬 超<sup>1,2</sup>

(1. 桂林理工大学 信息科学与工程学院, 广西 桂林 541004; 2. 广西嵌入式技术与智能系统重点实验室(桂林理工大学), 广西 桂林 541004)

(\*通信作者电子邮箱 d2015mg@qq.com)

**摘要:**针对多目标差分进化算法在求解问题时收敛速度慢和均匀性欠佳的问题,提出了一种改进的排序变异多目标差分进化算法(MODE-IRM)。该算法将参与变异的三个父代个体中的最优个体作为基向量,提高了排序变异算子的求解速度;另外,算法采用反向参数控制方法在不同的优化阶段动态调整参数值,进一步提高了算法的收敛速度;最后,引入了改进的拥挤距离计算公式进行排序操作,提高了解的均匀性。采用标准多目标优化问题ZDT1~ZDT4, ZDT6 和 DTLZ6 ~ DTLZ7 进行仿真实验: MODE-IRM 在总体性能上均优于 MODE-RMO 和 PlatEMO 平台上的 MOEA/D-DE、RM-MEDA 以及 IM-MOEA;在世代距离(GD)、反向世代距离(IGD)和间隔指标(SP)性能度量指标方面, MODE-IRM 在所有优化问题上的均值和方差均明显小于 MODE-RMO。实验结果表明 MODE-IRM 在收敛性和均匀性指标上明显优于对比算法。

**关键词:**多目标优化问题;差分进化算法;排序变异算子;反向参数控制;拥挤距离

**中图分类号:** TP18    **文献标志码:**A

## Multi-objective differential evolution algorithm with improved ranking-based mutation

LIU Bao<sup>1,2</sup>, DONG Minggang<sup>1,2\*</sup>, JING Chao<sup>1,2</sup>

(1. College of Information Science and Engineering, Guilin University of Technology, Guilin Guangxi 541004, China;

2. Guangxi Key Laboratory of Embedded Technology and Intelligent System (Guilin University of Technology), Guilin Guangxi 541004, China)

**Abstract:** Focusing on the slow convergence and the poor uniformity of multi-objective differential evolution algorithms when solving multi-objective optimization problems, a Multi-Objective Differential Evolution algorithm with Improved Ranking-based Mutation (MODE-IRM) was proposed. The optimal individual involved in the mutation was used as the base vector, which accelerated the resolving speed of the ranking-based mutation operator. In addition, a strategy of opposition-based parameter was adopted to dynamically adjust the values of parameters in different optimization stages, so the convergence rate was further accelerated. Finally, an improved crowding distance calculation formula was introduced in the sort operation, which improved the uniformity of solutions. Simulation experiments were conducted on the standard multi-objective optimization problems including ZDT1 ~ ZDT4, ZDT6 and DTLZ6 ~ DTLZ7. MODE-IRM's overall performance was much better than MODE-RMO and other three algorithms of the PlatEMO including MOEA/D-DE (Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition with Differential Evolution), RM-MEDA (Regularity Model-based Multi-objective Estimation of Distribution Algorithm) and IM-MOEA (Inverse Modeling Multi-objective Evolutionary Algorithm). Moreover, in terms of the performance metrics including GD (Generational Distance), IGD (Inverted Generational Distance) and SP (Spacing), the mean and variance of MODE-IRM on all problems were significantly less than those of MODE-RMO. The simulation results show that MODE-IRM has better performance in convergence and uniformity.

**Key words:** multi-objective optimization problem; Differential Evolution (DE) algorithm; ranking-based mutation operator; opposition-based parameter control; crowding distance

## 0 引言

现实生活中存在着大量的问题拥有两个或者更多的目标需要同时优化,这些目标之间相互联系,彼此制约,此类问题均可以描述为多目标优化问题。多目标差分进化算法采用实数编码,操作简单,具有较强的寻优能力,已被广泛应用于联盟运输调度<sup>[1]</sup>、电力系统<sup>[2]</sup>和生物医学<sup>[3]</sup>等多目标优化问题领域。

近年来,在多目标差分进化算法方面,Li 等<sup>[4]</sup>将差分进化算法与基于分解的多目标进化算法(Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition, MOEA/D)<sup>[5]</sup>中的分解思想相结合,提出了一种基于分解的多目标差分进化算法(Multiobjective Evolutionary Algorithm based on Decomposition with Differential Evolution, MOEA/D-DE),用以解决具有复杂 Pareto 集合的多目标优化问题。许玉龙等<sup>[6]</sup>通过结合一种快速非支配解排序策略和均匀拥挤距离计算方

收稿日期:2018-01-29;修回日期:2018-03-14;录用日期:2018-03-19。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61563012, 61203109);广西自然科学基金资助项目(2014GXNSFAA118371, 2015GXNSFBA139260);广西嵌入式技术与智能系统重点实验室基金。

**作者简介:**刘宝(1986—),男,安徽六安人,硕士研究生,主要研究方向:智能计算;董明刚(1977—),男,湖北安陆人,教授,博士,CCF 会员,主要研究方向:智能计算、机器学习;敬超(1983—),男,河南长葛人,讲师,博士,主要研究方向:云数据中心能耗管理。



法,提出了一种基于非支配解排序的快速多目标微分进化算法,用以解决基于 Pareto 非支配解排序的多目标进化算法高时间复杂度问题。魏文红等<sup>[7]</sup>采用基于泛化反向学习的机制,提出了一种基于泛化反向学习的多目标约束差分进化算法,用以解决多目标约束优化问题。Ali 等<sup>[8]</sup>提出了一种高效的多目标差分进化算法,依据最优基向量变异策略和一种新的选择方法,有效地提高了算法的收敛性能。Leung 等<sup>[9]</sup>提出了一种反向参数控制多目标差分进化算法,在算法运行的不同阶段通过调整参数值来提高算法的收敛速度。Zhao 等<sup>[10]</sup>采用一种改进的拥挤距离计算公式和非支配排序方法,有效地提高了多目标差分进化算法所求结果的多样性。Chen 等<sup>[11]</sup>在保持多目标差分进化算法框架简洁性的基础上,结合文献[12]中排序变异的思想,提出了一种基于排序变异的多目标差分进化算法(Multi-Objective Differential Evolution with Ranking-based Mutation Operator, MODE-RMO)。该算法将种群中的较优个体赋予更大的概率作为变异公式中的参与向量,较为有效地提高了算法的寻优性能。

总体而言,尽管近几年在多目标差分进化算法方面取得了很多重要进展,但是仍存在着收敛速度较慢和均匀性欠佳等问题。本文在 MODE-RMO 的基础上,通过将上述文献[8]中的最优基向量变异策略与排序变异算子相结合,有效地提高了算法的收敛速度;并采用文献[9]中反向参数控制方法和文献[10]中的改进的拥挤距离计算公式,提出了一种改进的排序变异多目标差分进化算法(Multi-Objective Differential Evolution algorithm with Improved Ranking-based Mutation, MODE-IRM)。将 MODE-IRM 与其他四种算法在七个函数上进行实验对比,结果表明该算法在收敛性和均匀性上均优于其他对比算法,从而验证了本文所提算法适合于求解多目标优化问题。

## 1 多目标优化问题和 MODE-RMO

### 1.1 多目标优化问题

不失一般性,一个包含  $n$  个决策变量和  $m$  个目标变量的多目标优化问题<sup>[13]</sup>可以描述为:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{y} &= F(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))^\top \\ \text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) &\leq 0, i = 1, 2, \dots, q \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0, j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $F(\mathbf{x})$  包含了  $m$  个子目标函数,它们共同构成了优化目标向量;  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$  为  $n$  维决策变量;  $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$  和  $h_j(\mathbf{x}) = 0$  为约束条件,分别包含了  $q$  个不等式和  $p$  个等式,所有满足约束条件的  $\mathbf{x}$  构成了可行解集合。多目标优化问题就是从可行解集合中求出优化目标向量值最佳的解集合。

### 1.2 MODE-RMO

MODE-RMO 与一般的多目标差分进化算法总体框架相同,不同之处在于增加了排序变异操作。其具体方法可以大致分为如下五步:

步骤 1 确定规模因子  $F$  和交叉概率  $CR$  的值,初始化一个规模为  $Np$  的种群,并计算每个个体的适应度值。

步骤 2 对于种群中的所有个体,执行排序变异操作。针对每一个体,利用排序方法,从种群中依次选择出变异公式(2)中的  $\mathbf{x}_{r1}$ 、 $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r3}$ 。

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_{r1} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3}) \quad (2)$$

首先利用 NSGA-II(Nondominated Sorting Genetic Algorithm

II)<sup>[14]</sup>中的非支配排序算法和拥挤距离计算公式将所有个体进行排序,此时适应度值较好的个体获得了较小的序列值  $i$ ;然后利用式(3)将排序后的个体赋予一个序号  $R_i$ 。

$$R_i = Np - i; i = 1, 2, \dots, Np \quad (3)$$

此时种群中适应度值较好的个体获得了较大的序号值  $R_i$ 。接下来根据式(4)计算出每个个体的选择概率  $p_i$ 。

$$p_i = R_i/Np; i = 1, 2, \dots, Np \quad (4)$$

这样种群中的所有个体都完成了选择概率的排序,适应度值较好的个体获得了较大的选择概率。接下来对种群中的所有个体进行变异操作。

对于变异公式(2)中  $\mathbf{x}_{r1}$  的选择,首先从种群中随机选出一个不同于  $\mathbf{x}_i$  的个体,然后从  $(0, 1)$  产生一个随机数,如果所选个体的概率值  $p_{r1}$  不小于随机数值,则选择成功,否则重新进行选择;  $\mathbf{x}_{r2}$  的选择与  $\mathbf{x}_{r1}$  相同,且保证  $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r1}$  互不相同;  $\mathbf{x}_{r3}$  只需要从种群中随机选择一个不同于  $\mathbf{x}_{r1}$  和  $\mathbf{x}_{r2}$  的个体即可。

步骤 3 将父代个体  $\mathbf{x}_i$  和变异向量  $\mathbf{v}_i$  按照式(5)进行交叉。其中,  $rand_j \in (0, 1)$ ,  $sn$  为  $\{1, 2, \dots, D\}$  中随机选择的一个数。

$$u_{ij} = \begin{cases} v_{ij}, & rand_j \leq CR \text{ or } j = sn \\ x_{ij}, & \text{其他} \end{cases}; j = 1, 2, \dots, D \quad (5)$$

步骤 4 根据父代个体  $\mathbf{x}_i$  和实验向量  $\mathbf{u}_i$  之间的支配关系,进行初步选择。若  $\mathbf{u}_i$  支配  $\mathbf{x}_i$ ,则用  $\mathbf{u}_i$  替代  $\mathbf{x}_i$ ;若  $\mathbf{x}_i$  支配  $\mathbf{u}_i$ ,则丢弃  $\mathbf{u}_i$ ;若  $\mathbf{u}_i$  和  $\mathbf{x}_i$  互不支配,则  $\mathbf{u}_i$  将加入到当前种群中。

步骤 5 此时种群规模为  $Np$  到  $2Np$  之间,再次利用 NSGA-II 中的非支配排序算法和拥挤距离计算公式将所有个体进行排序,取前  $Np$  个较好个体进入下一代继续优化,直到找到满足终止条件的解为止。

## 2 改进的多目标差分进化算法

### 2.1 最优基向量排序变异策略

在 MODE-RMO 的变异过程中,通过排序变异操作,使得较好的个体拥有较大的概率被选择作为变异公式(2)中的  $\mathbf{x}_{r1}$  和  $\mathbf{x}_{r2}$  参与变异操作,较为有效地提高了算法的收敛性。但是,与  $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r3}$  相比,  $\mathbf{x}_{r1}$  作为基向量在变异过程中发挥着更为关键的作用。在 MODE-RMO 中,  $\mathbf{x}_{r1}$ 、 $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r3}$  的选择仍然具有一定的随机性,没有对它们之间的优劣关系进行比较。

文献[8]在多目标差分进化算法的变异操作中,在随机选择  $\mathbf{x}_{r1}$ 、 $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r3}$  的基础上,通过比较三个个体之间的支配关系,进行再次分配。如果  $\mathbf{x}_{r1}$ 、 $\mathbf{x}_{r2}$  和  $\mathbf{x}_{r3}$  中存在一个个体支配其他两个个体,便将其作为  $\mathbf{x}_{r1}$ ;若不存在,  $\mathbf{x}_{r1}$  则从三个个体中随机选择。该方法的主要目的是从参与变异的三个个体中选取较好的一个作为基向量  $\mathbf{x}_{r1}$ ,从而提高算法的收敛速度。但是仅仅依靠支配关系进行比较,对于同一 Pareto 前沿上个体的选择,只能随机进行。

本文在排序变异和单纯依靠支配关系选取基向量的基础上,将两种方法的优势进行互补,提出了一种最优基向量排序变异策略。该变异策略主要包括以下两方面:

1) 依据 1.2 节中 MODE-RMO 的排序操作,通过非支配排序和拥挤距离计算,使得种群中的所有个体按其适应度值有序排列。再按照式(3)和(4)对所有个体依次进行计算,得到每一个体被选中作为变异操作中的参与个体的概率值,使得适应度值较好的个体获得了较大的选中概率。

2) 对初始种群中的所有个体依次进行变异操作。针对



每一个体,依据 MODE-RMO 中将随机个体选中概率值与随机数进行比较的方法,对变异公式(2)中的  $x_{i1}, x_{i2}$  和  $x_{i3}$  三个个体,依次从种群中进行初步选择。

在已经选择好  $x_{i1}, x_{i2}$  和  $x_{i3}$  的基础上,再将  $x_{i1}$  和  $x_{i2}$  依据式(6)进行比较,选择出较好的一个作为  $x_{i1}$ 。

$$x_{i1} = \begin{cases} x_{i1}, & x_{i1} < x_{i2} \text{ or} \\ & x_{i1} < x_{i2} \cap x_{i2} < x_{i1} \cap D_{x_{i1}} > D_{x_{i2}} \\ x_{i2}, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $x_{i1} < x_{i2}$  表示  $x_{i1}$  支配  $x_{i2}$ ,  $x_{i1} < x_{i2}$  表示  $x_{i1}$  不支配  $x_{i2}$ ,  $D_{x_{i1}}$  和  $D_{x_{i2}}$  分别表示  $x_{i1}$  和  $x_{i2}$  在整个种群中的拥挤距离。拥挤距离是一项重要的判断依据,但原始的拥挤距离计算公式存在着不足,因此在本文算法中采用了一种改进的拥挤距离计算公式,具体内容参见 2.3 节。

依据同样道理,将选择后的  $x_{i1}$  和  $x_{i3}$  进行对比,选择较好的一个作为  $x_{i1}$ 。此时完成了变异公式(2)中的  $x_{i1}, x_{i2}$  和  $x_{i3}$  的选择,从支配关系和拥挤程度两个方面来说,  $x_{i1}$  为三个个体中的最优。根据该种方法,将种群中的所有个体依次按照式(2)进行变异操作。

由于在第一部分已经将种群中的所有个体依据支配关系和拥挤距离进行了排序,所以在第二部分比较  $x_{i1}, x_{i2}$  和  $x_{i3}$  的优劣关系时,只需要将它们的序列值  $i$  进行比较,选择其中具有最小  $i$  值的个体作为基向量  $x_{i1}$  即可,从而保证了基向量  $x_{i1}$  为参与变异操作三个个体中的最优。

## 2.2 反向参数控制方法

在差分进化算法中,规模因子  $F$  和交叉概率  $CR$  发挥着重要的作用。在优化算法的整个搜索过程中,对于不同的优化阶段,适合当前寻优的参数值并不相同<sup>[9]</sup>。然而 MODE-RMO 在整个算法的运行过程中,  $F$  和  $CR$  的值始终保持不变。参数自适应策略已经被证明能够有效地提高多目标差分进化算法的寻优性能<sup>[15-16]</sup>,因此本文所提出的算法在 MODE-RMO 的基础上融入了参数自适应策略。

MODE-IRM 采用文献[9]中的反向参数控制方法,在算法优化的不同阶段动态调整参数值,以提高算法的寻优性能。当算法经过变异和交叉,来到选择操作这一步时,对于当前种群中的每个个体,它们各自的参数值将从保持、取反和重置三种操作中根据不同情况选择一种进行。保持即保持现有的参数值,取反则根据式(7)<sup>[17]</sup>求得其反向值,重置即在参数可行域内随机产生一个值。

$$\bar{w} = a + b - w \quad (7)$$

其中:  $w \in [a, b]$  是一个实数,  $\bar{w}$  是  $w$  的反向数字。

本文中规定,参数具有成功和失败两种状态。当  $u_i$  支配  $x_i$ , 或者  $u_i$  和  $x_i$  互不支配时,参数处于成功状态;反之,当  $x_i$  支配  $u_i$  时,参数处于失败状态。

若当前参数处于成功状态,则对参数进行保持操作,意味着此时该参数适合于当前阶段的种群优化;反之,当参数处于失败状态时,则说明该参数此时已不再适合当前阶段的种群优化,进而对当前的参数值进行调整。若当前参数值已经取反,则对其进行重置操作;若当前参数值未取反,则对其进行取反操作。具体步骤如图 1 所示。

## 2.3 改进的拥挤距离计算公式

MODE-RMO 采用 NSGA-II 中的非支配排序算法和拥挤距离计算公式对种群中的个体进行排序,用来进行变异和算法最后的选择操作,在整个算法运行中起着非常关键的作用。然而其中的拥挤距离计算公式有时候并不能精确反映出个体

的拥挤程度。当个体  $B$  和  $E$  拥有相同的两个邻居  $A$  和  $C$ ,且  $E$  更接近于邻居的中间位置时,通过计算得出相同的拥挤距离。但是通过图 2(a)和图 2(b)可以明显地看出,个体  $E$  的拥挤程度要好于  $B$ 。

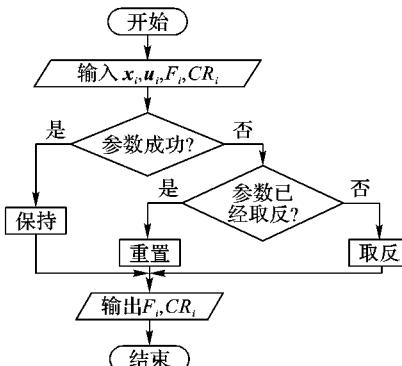
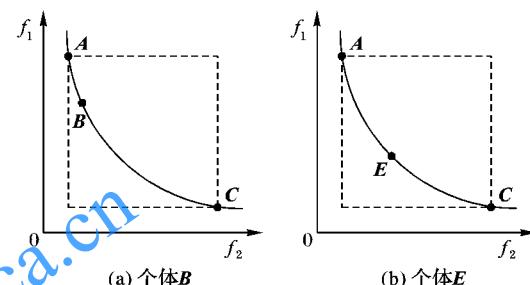


图 1 反向参数控制方法

Fig. 1 Opposition-based parameter control method



(a) 个体 B  
(b) 个体 E

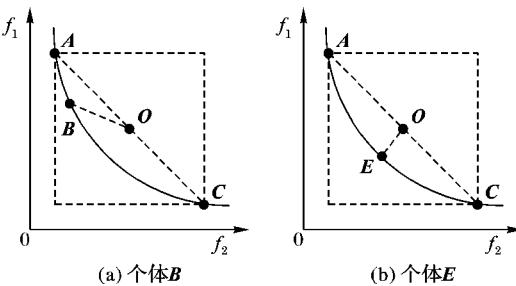
图 2 改进前的拥挤距离计算

Fig. 2 Crowding distance calculation before improvement

本文采用文献[10]中改进的拥挤距离计算公式,具体描述如下:

$$D_B = \sum_{i=1}^m (|f_i(A) - f_i(C)| - |f_i(B) - f_i(O)|) = \sum_{i=1}^m (|f_i(A) - f_i(C)| \times 0.5 + \min(|f_i(A) - f_i(B)|, |f_i(B) - f_i(C)|)) \quad (8)$$

其中:个体  $B$  的拥挤距离包括两个部分,其中一部分为两个邻居个体  $A$  和  $C$  在每个目标函数上的差值求和,其从总体上反映出个体  $B$  的拥挤程度;另外一部分为个体  $A$  和  $C$  的中点  $O$  与个体  $B$  在每个目标函数上的差值求和,其更为细致地反映出个体  $A$ 、 $B$  和  $C$  之间的分布比例。同样当个体  $B$  和  $E$  拥有相同的两个邻居,且  $E$  更接近于邻居的中间位置时,通过该公式的计算,可以正确地求解出个体  $E$  的拥挤距离要大于  $B$ 。如图 3(a)和图 3(b)所示,改进后的拥挤距离计算公式能够更好地反映出个体  $B$  和  $E$  的拥挤程度。



(a) 个体 B  
(b) 个体 E

图 3 改进后的拥挤距离计算

Fig. 3 Crowding distance calculation after improvement



## 2.4 MODE-IRM 总框架

本文算法步骤如下：

步骤1 输入具有 $m$ 个目标函数的多目标优化问题和相关参数,如种群规模 $N_p$ ,规模因子 $F$ 的最大值 $F_{\max}$ 和最小值 $F_{\min}$ ,交叉概率 $CR$ 的最大值 $CR_{\max}$ 和最小值 $CR_{\min}$ ,以及算法终止条件(最大函数评估次数或最大进化代数)。

步骤2 初始化一个规模为 $N_p$ 的种群,为种群中每个个体分配一个 $F_i$ 和 $CR_i$ 的随机值,且 $F_i \in (F_{\min}, F_{\max})$ , $CR_i \in (CR_{\min}, CR_{\max})$ 。同时为每个个体设置一个参数状态标记 $S_i$ ,用0和1分别表示未取反和已取反,初始时 $S_i = 0$ 。并计算每个个体 $x_i$ 的适应度值。

步骤3 对种群中的所有个体,根据2.1节的最优基向量排序变异策略进行变异操作,得到 $v_i$ 。再根据式(5)对所有个体进行交叉操作,求得 $u_i$ 。检查 $u_i$ 是否超出决策变量的取值范围,若不超出则继续;若超出,则在取值范围内产生一个随机向量取代 $u_i$ 。

步骤4 根据 $x_i$ 和 $u_i$ 之间的支配关系,进行初步选择。若 $u_i$ 支配 $x_i$ ,则用 $u_i$ 替代 $x_i$ ;若 $x_i$ 支配 $u_i$ ,则丢弃 $u_i$ ;若 $u_i$ 和 $x_i$ 互不支配,则 $u_i$ 将加入到当前种群中。同时根据2.2节中的反向参数控制方法更新 $F_i$ , $CR_i$ 和 $S_i$ 的值。

步骤5 此时种群规模为 $N_p$ 到 $2N_p$ 之间,需要进行裁剪操作。利用NSGA-II中的非支配排序算法和2.3节中改进的拥挤距离计算公式对种群中所有个体进行排序,选取前 $N_p$ 个较好的个体。

步骤6 终止条件判断。若不满足终止条件,返回至步骤3;否则,输出所求问题的近似Pareto最优解集并结束运行。

整个MODE-IRM的运行过程如图4所示。

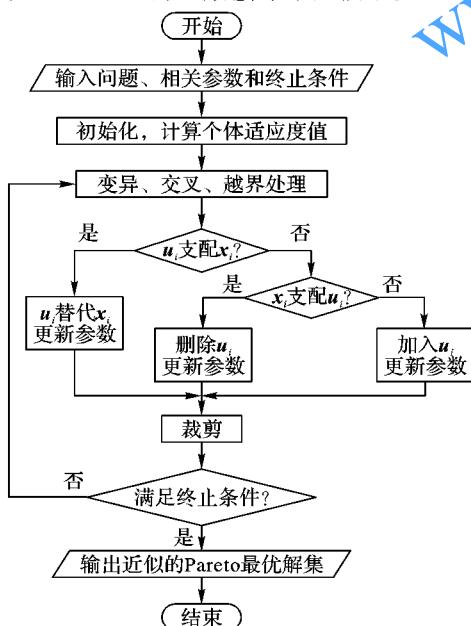


Fig. 4 Flow chart of MODE-IRM

## 3 算法复杂度分析

相比MODE-RMO,MODE-IRM虽然采用了一些改进方法,但却只是在原算法框架的基础上增加了少量的操作,因此MODE-IRM仍保持了多目标差分进化算法框架的简洁性。由于采用了最优基向量排序变异策略,MODE-IRM在第一次迭

代之前需要对种群进行一次额外的排序操作。但是从第二次迭代开始,由于前一代在算法末尾部分(步骤7),已经把种群进行了排序,所以可以直接用于变异操作中父代个体的选择,不需要额外的排序操作。对于反向参数控制方法和改进的拥挤距离计算公式,也只是增加了少量的计算量,所以MODE-IRM的时间复杂度并没有增加,与MODE-RMO和NSGA-II这两种算法相同,也就是 $O(T_{\max} \cdot m \cdot N_p^2)$ 。其中: $T_{\max}$ 是最大进化代数, $m$ 是目标函数的个数, $N_p$ 是种群规模。

## 4 实验分析

### 4.1 实验设计

为了验证MODE-IRM求解多目标问题的性能,本文选取标准双目标优化问题ZDT中的ZDT1~ZDT4和ZDT6以及标准三目标优化问题DTLZ中的DTLZ6和DTLZ7共七个测试函数进行实验,各函数的具体形式可参见文献[14]和[18],并选取MODE-RMO和PlatEMO(Matlab Platform for Evolutionary Multi-objective Optimization)<sup>[19]</sup>平台上的MOEA/D-DE、RM-MEDA(Regularity Model-based Multi-objective Estimation of Distribution Algorithm)、IM-MOEA(Inverse Modeling Multi-objective Evolutionary Algorithm)作为对比算法。

为了公平比较,所有参与比较算法的初始种群规模 $N_p$ 均设置为100。对于最大函数评估次数,ZDT系列函数均设置为25 000,DTLZ6设置为50 000,DTLZ7设置为20 000。关于算法自身参数的设置,针对本文算法, $F_{\max} = 1$ , $F_{\min} = 0$ , $CR_{\max} = 0.4$ , $CR_{\min} = 0$ 。四种对比算法均按照原文献和系统默认值设定。

### 4.2 算法性能度量指标

为了量化对比实验中算法的性能,本文采用世代距离(Generational Distance, GD)、反向世代距离(Invited Generational Distance, IGD)<sup>[19]</sup>和间隔指标(Spacing, SP)<sup>[20]</sup>作为度量指标。GD主要反映算法的收敛性,SP主要反映算法所求解的均匀性,IGD则能同时反映收敛性和均匀性两个方面。

GD如式(9)所定义:

$$GD(P, P^*) = \frac{1}{|P|} \sqrt{\sum_{z \in P^*} \min_{x \in P} dis(x, z)^2} \quad (9)$$

其中: $P$ 是算法求得的一组非支配解的目标函数值, $P^*$ 是真实Pareto前沿上的一组采样点, $|P|$ 代表 $P$ 的个数, $dis(x, z)$ 代表 $x$ 和 $z$ 之间的欧几里得距离。

IGD定义类似于GD,如式(10)所示,通过计算,IGD求得 $P^*$ 中的每个点到 $P$ 中离它最近点的距离的平均值。

$$IGD(P, P^*) = \frac{1}{|P^*|} \sum_{z \in P^*} \min_{x \in P} dis(x, z) \quad (10)$$

SP的定义如式(11)所示:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2} \quad (11)$$

其中: $n$ 是算法求得非支配解的个数; $d_i = \min_j \left( \sum_{k=1}^m |f_k^i(\mathbf{x}) - f_k^j(\mathbf{x})| \right)$ ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ); $\bar{d}$ 是所有 $d_i$ 的平均值。

### 4.3 实验结果与分析

所有实验的测试均在硬件配置为Pentium CPU 2.60 GHz和4 GB内存的个人计算机上运行,采用Matlab 2016a编写程



序。为了减少随机因素对算法有效性分析的影响,对于所有测试函数,本文中所比较的算法均独立运行 20 次,并对其结果取平均值。七种算法求解获得的性能指标的统计结果如表 1~3 所示。

对于本文所采用的 3 个度量指标,均是数值越小表示算法性能越好。为了便于观察,将表 1~3 中的最优结果值用加粗字体表示。在表 1 所代表的 GD 性能度量指标方面,除了 MOEA/D-DE 在 ZDT6 和 DTLZ6 上获得最优值外,MODE-IRM 在其他所有测试函数上均值和标准差均取得最优。在表 2 中,尽管 IM-MOEA 和 MOEA/D-DE 分别在 ZDT4、ZDT6 和 DTLZ6 上占有优势,但是 MODE-IRM 在剩余四个测试函数上 IGD 的均值和标准差都取得了最佳值。在 SP 性能度量指标方面,如表 3 所示,除了 MOEA/D-DE 和 RM-MEDA 分别在 DTLZ6 和 DTLZ7 上获得最优值外,MODE-IRM 在剩余五个测试函数上的均值和标准差均好于对比算法。因此,总体上来说,对于求解多目标优化问题,在最优解集的获得和算法的稳定性两个方

面,MODE-IRM 要好于对比算法。此外,对于三个性能度量指标,本文所提出的 MODE-IRM 在所有测试函数上的均值和标准差均优于 MODE-RMO,这说明 MODE-IRM 中的一系列策略可以有效地改进 MODE-RMO 的收敛性和均匀性。

为了更加清晰地反映 MODE-IRM 的有效性,将 MODE-IRM 和 MODE-RMO 分别独立运行 20 次,参数值保持不变,ZDT 系列函数的最大进化代数设为 250,DTLZ6 和 DTLZ7 的进化代数分别为 500 和 200。图 5(a)~(g) 分别描绘了 MODE-IRM 和 MODE-RMO 算法的整个运行过程中,分别在七个测试函数上  $\ln(GD)$  和  $\ln(IGD)$  的数值对比情况。从中可以观察出,对于所有测试函数,从算法的第 50 代开始直到结束,对于每一次迭代的  $\ln(GD)$  和  $\ln(IGD)$ ,MODE-IRM 均要明显小于 MODE-RMO。

综上所述,本文所提出的 MODE-IRM 相比其他四种对比算法,在收敛性和均匀性两个方面均相对较优,能够更好地收敛到真实的 Pareto 前沿。

表 1 GD 测试结果  
Tab. 1 Test results of GD

函数	MODE-IRM		MODE-RMO		MOEA/D-DE		RM-MEDA		IM-MOEA	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
ZDT1	<b>1.24E-03</b>	<b>1.09E-04</b>	3.82E-03	3.40E-04	2.95E-03	2.18E-03	4.97E-02	3.30E-02	1.41E-01	9.68E-02
ZDT2	<b>1.79E-03</b>	<b>1.54E-04</b>	7.02E-03	8.54E-04	3.89E-03	2.60E-03	1.99E-01	1.14E-01	2.47E-01	2.09E-01
ZDT3	<b>1.02E-03</b>	<b>1.34E-04</b>	4.82E-03	5.77E-04	9.25E-03	9.56E-03	8.35E-02	9.32E-02	1.63E-01	1.50E-01
ZDT4	<b>5.79E-03</b>	<b>6.31E-03</b>	2.34E-01	3.16E-01	7.55E-02	6.23E-02	1.34E+01	2.27E+00	4.06E-02	8.79E-02
ZDT6	1.11E-02	<b>8.12E-04</b>	2.71E-02	1.00E-02	<b>3.40E-03</b>	1.02E-02	8.93E-01	3.76E-01	7.61E-01	1.07E-01
DTLZ6	2.01E-01	1.36E-02	4.31E-01	2.91E-02	<b>8.24E-05</b>	<b>1.77E-06</b>	3.22E-01	3.12E-02	6.29E-01	1.79E-02
DTLZ7	<b>9.37E-03</b>	<b>1.60E-03</b>	2.22E-02	4.26E-03	6.54E-02	6.23E-02	2.96E-02	9.46E-03	5.55E-02	2.98E-02

表 2 IGD 测试结果  
Tab. 2 Test results of IGD

函数	MODE-IRM		MODE-RMO		MOEA/D-DE		RM-MEDA		IM-MOEA	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
ZDT1	<b>1.34E-02</b>	<b>9.90E-04</b>	3.66E-02	2.87E-03	2.91E-02	2.05E-02	4.86E-01	3.29E-01	1.79E-01	1.06E-02
ZDT2	<b>1.87E-02</b>	<b>1.48E-03</b>	6.69E-02	7.21E-03	3.32E-02	1.88E-02	8.99E-01	3.61E-01	2.86E-01	1.60E-02
ZDT3	<b>1.35E-02</b>	<b>1.10E-03</b>	5.02E-02	4.36E-03	8.41E-02	5.57E-02	8.35E-01	4.35E-01	1.70E-01	1.00E-02
ZDT4	5.90E-02	6.17E-02	1.57E-01	1.77E-01	3.55E-01	1.67E-01	1.98E+01	2.39E+00	<b>6.25E-03</b>	<b>3.52E-04</b>
ZDT6	1.07E-01	8.11E-03	2.24E-01	1.80E-02	<b>3.10E-03</b>	<b>3.07E-05</b>	6.56E-01	3.87E-01	2.22E+00	8.35E-02
DTLZ6	1.81E+00	1.21E-01	3.86E+00	2.62E-01	<b>1.45E-02</b>	<b>4.14E-05</b>	1.96E+00	3.78E-01	4.54E+00	1.51E-01
DTLZ7	<b>1.02E-01</b>	<b>8.07E-03</b>	1.75E-01	1.21E-02	2.34E-01	6.50E-02	3.68E-01	6.92E-02	3.41E-01	3.89E-02

表 3 SP 测试结果  
Tab. 3 Test results of SP

函数	MODE-IRM		MODE-RMO		MOEA/D-DE		RM-MEDA		IM-MOEA	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
ZDT1	<b>5.81E-03</b>	<b>7.18E-04</b>	6.63E-03	8.62E-04	1.13E-02	1.48E-03	1.24E-02	9.39E-03	4.44E-01	3.96E-01
ZDT2	<b>5.81E-03</b>	<b>7.90E-04</b>	9.03E-03	1.30E-03	1.00E-02	4.77E-03	5.52E-02	9.18E-02	6.14E-01	7.24E-01
ZDT3	<b>6.17E-03</b>	<b>8.33E-04</b>	1.10E-02	1.28E-03	2.86E-02	9.40E-03	1.21E-02	1.68E-02	1.68E-02	7.21E-01
ZDT4	<b>6.87E-03</b>	<b>9.46E-04</b>	7.04E-01	1.07E+00	9.14E-02	1.49E-01	1.90E+00	1.60E+00	3.34E-01	7.66E-01
ZDT6	<b>7.47E-03</b>	<b>1.03E-03</b>	4.73E-02	1.11E-01	3.59E-02	1.01E-01	3.97E-01	2.73E-01	1.51E-01	8.82E-02
DTLZ6	1.52E-01	2.55E-02	2.80E-01	3.11E-02	<b>5.88E-02</b>	<b>1.27E-02</b>	2.47E-01	5.47E-02	4.47E-01	4.19E-02
DTLZ7	7.49E-02	9.74E-03	8.50E-02	2.10E-02	7.26E-01	5.37E-01	<b>5.95E-02</b>	<b>7.85E-03</b>	3.46E-01	9.88E-02

## 5 结语

本文在 MODE-RMO 的基础上提出了一种改进的排序变异多目标差分进化算法 MODE-IRM,通过将排序变异算子和最优基向量方法相结合,进一步提高了算法逼近真实 Pareto

前沿的速度。在算法优化的不同阶段,根据规模因子和交叉概率的参数状态以及前一代的取反情况,动态调整两个参数值,并结合改进的拥挤距离计算公式,有效地提高了算法的寻优性能。在收敛性和均匀性两个重要的度量指标方面,本文所提出的 MODE-IRM 在总体性能上均好于其他七种对比算



法。但是本文中只讨论了求解非约束条件下的多目标优化问题,对于带有约束条件的多目标优化问题以及 MODE-IRM 在具体实际问题中的应用,是下一步需要研究的方向。

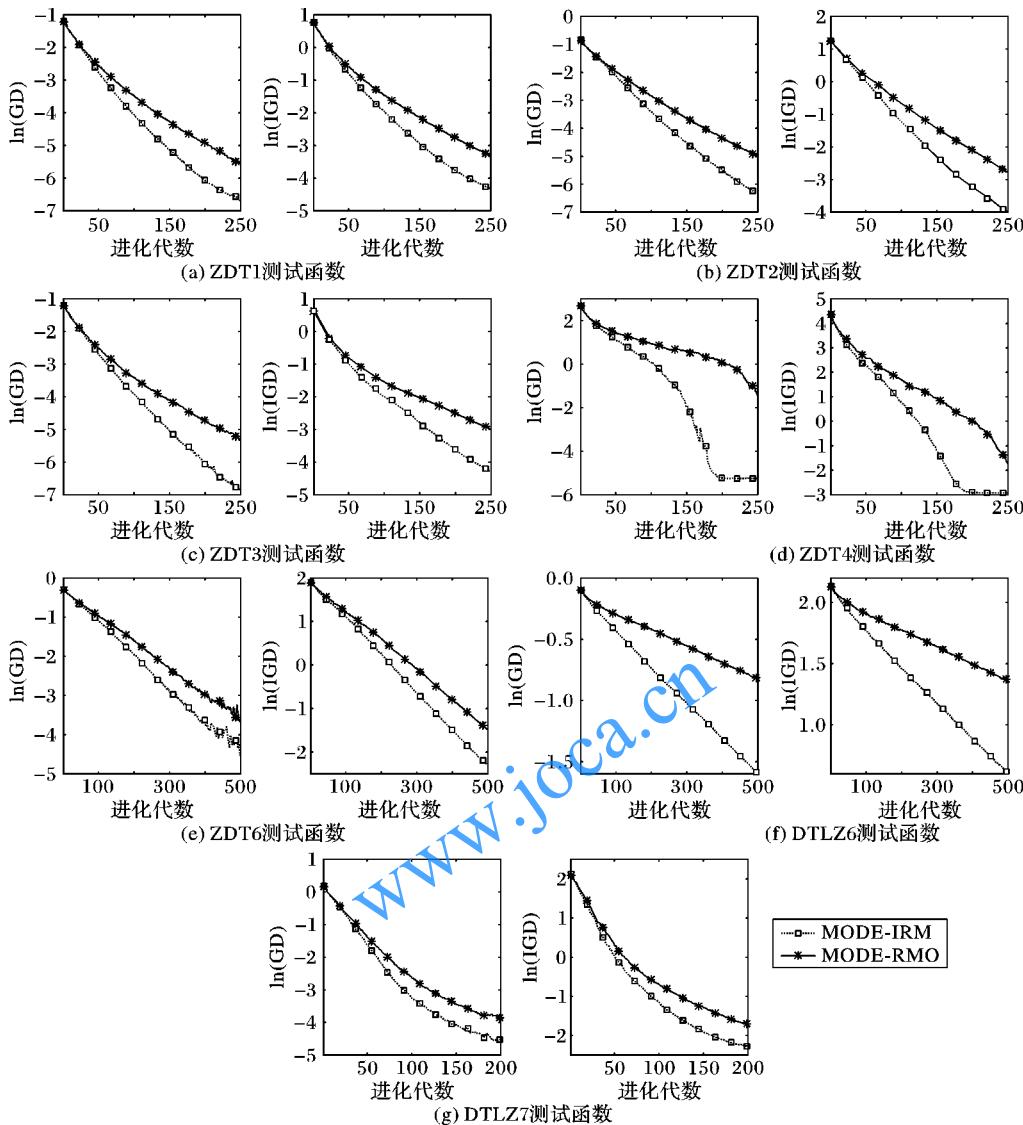


Fig. 5 Experiment comparison between MODE-IRM and MODE-RMO

#### 参考文献 (References)

- [1] 蔡延光,宋康,张敏捷,等.自适应多目标混合差分进化算法在联盟运输调度中的应用 [J].计算机应用,2010,30(11):2887 - 2890. (CAI Y G, SONG K, ZHANG M J, et al. Adaptive multi-objective hybrid differential evolution algorithm in union transport scheduling [J]. Journal of Computer Applications, 2010, 30(11): 2887 - 2890.)
- [2] BALAJI S, DEVARAJ D, HOSIMINTHILAGAR S, et al. Improved multi objective differential evolution algorithm for congestion management in restructured power systems [C]// Proceedings of the 2016 IEEE Industrial Electronics and Applications Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 203 - 210.
- [3] SIKDAR U K, EKBAL A, SAHA S. Differential evolution based multiobjective optimization for biomedical entity extraction [C]// ICACCI 2014: Proceedings of the 2014 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics. Piscataway, NJ: IEEE, 2014: 1039 - 1044.
- [4] LI H, ZHANG Q. Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(2): 284 - 302.
- [5] ZHANG Q F, LI H. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712 - 731.
- [6] 许玉龙,方建安,张晗,等.基于非支配解排序的快速多目标微分进化算法[J].计算机应用,2014,34(9):2547 - 2551. (XU Y L, FANG J A, ZHANG H, et al. Fast multi-objective differential evolution algorithm based on non-dominated solution sorting [J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(9): 2547 - 2551.)
- [7] 魏文红,王甲海,陶铭,等.基于泛化反向学习的多目标约束差分进化算法[J].计算机研究与发展,2016,53(6):1410 - 1421. (WEI W H, WANG J H, TAO M, et al. Multi-objective constrained differential evolution using generalized opposition-based learning [J]. Journal of Computer Research and Development, 2016, 53 (6): 1410 - 1421.)
- [8] ALI M, SIARRY P, PANT M. An efficient differential evolution

致谢 安徽大学BIMK团队开发的多目标进化算法 PlatEMO 开源平台。对 BIMK 团队提供的帮助,在此致以衷心的感谢!



- based algorithm for solving multi-objective optimization problems [J]. European Journal of Operational Research, 2011, 217(2): 404–416.
- [9] LEUNG S W, ZHANG X, YUE S Y. Multiobjective differential evolution algorithm with opposition-based parameter control [C]// Proceedings of the 2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE, 2012: 1–8.
- [10] ZHAO L, LI D, HUANG X, et al. Modified non-dominated sorted differential evolution for multi-objective optimization [C]// CCC 2017: Proceedings of the 2017 36th Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 2830–2834.
- [11] CHEN X, DU W, QIAN F. Multi-objective differential evolution with ranking-based mutation operator and its application in chemical process optimization [J]. Chemometrics & Intelligent Laboratory Systems, 2014, 136: 85–96.
- [12] GONG W, CAI Z. Differential evolution with ranking-based mutation operators [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2013, 43(6): 2066–2081.
- [13] 公茂果, 焦李成, 杨咚咚, 等. 进化多目标优化算法研究[J]. 软件学报, 2009, 20(2): 271–289. (GONG M G, JIAO L C, YANG D, et al. Research on evolutionary multi-objective optimization algorithm [J]. Journal of Software, 2009, 20(2): 271–289.)
- [14] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182–197.
- [15] QIAN W, LI A. Adaptive differential evolution algorithm for multiobjective optimization problems [J]. Applied Mathematics & Computation, 2008, 201(1/2): 431–440.
- [16] WANG Y-N, WU L-H, YUAN X-F. Multi-objective self-adaptive differential evolution with elitist archive and crowding entropy-based diversity measure [J]. Soft Computing, 2010, 14: 193–209.
- [17] TIZHOOSH H R. Opposition-based learning: a new scheme for machine intelligence [C]// CIMCA '05: Proceedings of the 2005 International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005: 695–701.
- [18] DEB K, THIELE L, LAUMANNS M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems [C]// CEC'02: Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2002: 825–830.
- [19] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. PlatEMO: a MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73–87.
- [20] TIAN Y, Zhang X, CHENG R, et al. A multi-objective evolutionary algorithm based on an enhanced inverted generational distance metric [C]// CEC'16: Proceedings of the 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2016: 5222–5229.
- [21] COELLO COELLO A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256–279.

This work is partially supported by the National Natural Science Foundation of China (61563012, 61203109), Guangxi Natural Science Foundation (2014GXNSFAA118371, 2015GXNSFBA139260), Guangxi Key Laboratory of Embedded Technology and Intelligent System Foundation.

**LIU Bao**, born in 1986, M. S. candidate. His research interests include intelligent computing.

**DONG Minggang**, born in 1977, Ph. D., professor. His research interests include intelligent computing, machine learning.

**JING Chao**, born in 1983, Ph. D., lecturer. His research interests include cloud data center energy management.

(上接第 2156 页)

- [11] 汪冲, 李俊, 李波, 等. 改进的蚁群与粒子群混合算法求解旅行商问题[J]. 计算机仿真, 2016, 33(11): 274–279. (WANG C, LI J, LI B, et al. Improved ant colony - particles swarm hybrid algorithm for solving TSP [J]. Computer Simulation, 2016, 33(11): 274–279.)
- [12] 尚俊娜, 盛林, 程涛, 等. 基于 LQI 权重和改进粒子群算法的室内定位方法[J]. 传感技术学报, 2017, 30(2): 284–290. (SHANG J N, SHENG L, CHENG T, et al. The indoor localization based on LQI weight and improved particle swarm optimization algorithm [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(2): 284–290.)
- [13] WANG E, JIA C, TONG G, et al. Fault detection and isolation in GPS receiver autonomous integrity monitoring based on chaos particle swarm optimization-particle filter algorithm [J]. Advances in Space Research, 2018, 61(5): 1260–1272.
- [14] CLERC M. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]// CEC 1999: Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE, 1999: 1951–1957.
- [15] KIRAN M S. Particle swarm optimization with a new update mechanism [J]. Applied Soft Computing, 2017, 60: 670–678.
- [16] ZHANG X, ZOU D, SHEN X. A simplified and efficient gravitational search algorithm for unconstrained optimization problems

[C]// ICVISP 2017: Proceedings of the 2017 International Conference on Vision, Image and Signal Processing. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2017: 11–17.

[17] 王东风, 孟丽. 粒子群优化算法的性能分析和参数选择[J]. 自动化学报, 2016, 42(10): 1552–1561. (WANG D F, MENG L. Performance analysis and parameter selection of PSO algorithms [J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(10): 1552–1561.)

[18] 孙湘, 周大为, 张希望. 惯性权重粒子群算法模型收敛性分析及参数选择[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(18): 4068–4071. (SUN X, ZHOU D W, ZHANG X W. Convergence analysis and parameter selection of PSO model with inertia weight [J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(18): 4068–4071.)

This work is partially supported by the National Natural Science Foundation of China (61403174), the Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (KYCX17\_1576).

**ZHANG Xin**, born in 1994, M. S. candidate. His research interests include swarm intelligent optimization algorithm.

**ZOU Dexuan**, born in 1982, Ph. D. candidate, associate professor. His research interests include swarm intelligent optimization algorithm, power system economic dispatch.

**SHEN Xin**, born in 1994, M. S. candidate. His research interests include swarm intelligent optimization algorithm.