



文章编号:1001-9081(2019)10-3007-06

DOI:10.11772/j.issn.1001-9081.2019040638

基于改进共轭梯度的大规模多输入多输出预编码

白 鹤, 刘紫燕*, 张 杰, 万培佩, 马珊珊

(贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025)

(*通信作者电子邮箱 leizy@sina.com)

摘要:针对大规模多输入多输出(Massive MIMO)系统下行链路预编码实现复杂、线性预编码矩阵求逆困难等问题,提出一种基于对称逐步超松弛预处理共轭梯度法(SSOR-PCG)的低复杂度预编码算法。该算法在共轭梯度(PCG)算法的基础上,采用对称逐步超松弛分裂(SSOR)算法对矩阵进行预处理以降低矩阵的条件数,达到提高预编码算法收敛速度、降低复杂度的目的。仿真结果表明:与PCG算法相比,所提出的SSOR-PCG预编码算法运行时间缩短约88.93%,在信噪比为26 dB时已收敛;与迫零预编码算法相比,所提算法迭代2次即可获得与迫零预编码算法相近的系统容量性能,复杂度降低约一个数量级,误码率降低约49.94%。

关键词:大规模多输入多输出;线性预编码;共轭梯度;对称逐步超松弛

中图分类号:TP391.9 文献标志码:A

Precoding based on improved conjugate gradient algorithm in massive multi-input multi-output system

BAI He, LIU Ziyan*, ZHANG Jie, WAN Peipei, MA Shanshan

(College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang Guizhou 550025, China)

Abstract: To solve the problems of high complexity of precoding and difficulty of linear matrix inversion in downlink Massive Multi-Input Multi-Output (Massive MIMO) system, a precoding algorithm based on low-complexity Symmetric Successive Over Relaxation Preconditioned Conjugate Gradient (SSOR-PCG) was proposed. Based on preconditioned Conjugate Gradient Precoding (PCG) algorithm, a Symmetric Successive Over Relaxation (SSOR) algorithm was used to preprocess the matrix to reduce its condition number, accelerating the convergence speed and the decreasing the complexity. Simulation results demonstrate that compared with PCG algorithm, the proposed algorithm has running time of around 88.93% shortened and achieves convergence when the Signal-to-Noise Ratio (SNR) is 26 dB. Furthermore, compared to zero-forcing precoding algorithm, the proposed algorithm requires only two iterations capacity-approaching performance, the overall complexity is reduced by one order of magnitude, and the bit error rate is decreased by about 49.94%.

Key words: Massive Multi-Input Multi-Output (Massive MIMO); linear precoding; conjugate gradient; Symmetric Successive Over Relaxation (SSOR)

0 引言

大规模多输入多输出(Massive Multi-Input Multi-Output, Massive MIMO)技术作为5G的关键技术之一,由于其具有容量大、频谱效率高等特点而受到学者广泛关注^[1]。预编码技术不仅可以提高信道容量、降低误码率和简化接收机,还能满足用户对高速率数据传输的需求,对提升5G系统性能起到重要作用。

线性预编码算法^[2]因其算法复杂度低且容量性能接近非线性预编码算法而被广泛使用,其基本原理是发射端在已知信道状态信息(Channel State Information, CSI)的前提下对发送信号进行线性预处理,消除用户间干扰,便于接收端信号

检测,提高系统容量。传统线性预编码算法主要包括迫零(Zero Forcing, ZF)预编码、最小均方误差(Minimum Mean Squared Error, MMSE)预编码以及匹配滤波器(Matched Filter, MF)预编码等^[3]。随着天线数目的不断增加,线性预编码算法求逆困难,系统复杂度呈指数形式增长。

为了解决线性预编系统复杂度高等问题,研究者以ZF算法矩阵求逆重点研究如何降低预编码算法实现复杂度。文献[4]采用纽曼级数(Neumann Series, NS)方法对矩阵进行求逆,该方法从工程应用角度来说更易实现;但其复杂度高于直接对矩阵进行逆运算。文献[5]采用理查德森算法(Richardson Method, RM)来降低预编码实现的复杂度,该算法通过迭代运算代替矩阵求逆,可以有效降低系统复杂度;但

收稿日期:2019-04-16;修回日期:2019-06-28;录用日期:2019-07-02。
基金项目:国家自然科学基金资助项目(61863006);贵州省科学技术基金资助项目(黔科合基础[2016]1054);贵州省联合资金资助项目(黔科合LH字[2017]7226号);贵州省科技计划重点项目([2019]1416);贵州大学2017年度学术新苗培养及创新探索专项(黔科合平台人才[2017]5788)。

作者简介:白鹤(1995—),女,吉林大安人,硕士研究生,主要研究方向:大规模MIMO预编码;刘紫燕(1974—),女,贵州都匀人,副教授,硕士,CCF会员,主要研究方向:无线通信系统、移动机器人、大数据挖掘分析;张杰(1995—),男,四川巴中人,硕士研究生,主要研究方向:移动机器人;万培佩(1994—),男,湖北安陆人,硕士研究生,主要研究方向:深度学习;马珊珊(1996—),女,贵州遵义人,硕士研究生,主要研究方向:信道估计。



是其收敛速度取决于松弛因子的选取。随着天线数目的不断增加,下行信道矩阵信道向量渐进正交,文献[6]利用正定 Hermitian 矩阵的特性,提出基于高斯-赛德尔(Gauss-Seidel, GS)算法的预编码方案。该算法以迭代方式逐渐近似 ZF 预编码的系统容量性能,不需要矩阵求逆。文献[7]采用对称逐次超松弛(Symmetric Successive Over Relaxation, SSOR)算法将正定 Hermitian 矩阵分解为对角阵、严格的上三角阵和严格的下三角阵,通过对称的方式计算逐步超松弛(Successive Over Relaxation, SOR)算法,有效提高了算法收敛速率,降低了系统复杂度。为了解决线性预编码矩阵求逆困难、算法复杂度高等问题,本文提出一种基于改进共轭梯度(Conjugate Gradient Precoding, PCG)算法的 SSOR-PCG 预编码算法,该算法在 CG 算法的基础上,采用 SSOR 分裂算法对矩阵进行预处理来降低矩阵运算的条件数,以达到提高预编码算法收敛速度、降低系统复杂度的目的。

1 大规模多输入多输出系统模型

搭建一个单小区多用户大规模多输入多输出下行链路系统模型,假设该模型工作在 FDD 模式,基站端配备 M 根天线,接收端配备 K 根天线,其中 $M \gg K$ 。假设接收端的用户均为单天线用户且满足等功率分配条件,基站端可以获得完全信道状态信息^[8]。则下行链路接收信号 y 可以表示为:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1^H \\ \mathbf{h}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{h}_K^H \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{K \times 1}$ 为 K 个用户获得的总接收信号; $\mathbf{h}_k \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 为从基站端到用户 K 的信道矢量; $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, I_K)$ 为 AWGN 噪声。 $\mathbf{x} \sim \mathbb{R}^{M \times 1}$ 为基站端 M 根天线的发送信号,可以表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{s} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{M \times K}$ 为采用的预编码阵; $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{K \times 1}$ 为基站端发送的数据符号流,小于等于基站在相同时间内服务的用户个数(即 $\min(M, K)$)。大规模多输入多输出下行链路系统框图如图 1 所示。



图 1 大规模 MIMO 下行链路系统框图

Fig. 1 Massive MIMO downlink system block diagram

2 基于 SSOR-PCG 的预编码算法

2.1 迫零预编码算法

在理想的 CSI 条件下,ZF 预编码算法通过求解信道矢量广义逆矩阵来消除用户间干扰,但不能抑制系统产生的噪声干扰^[9]。ZF 预编码矩阵表示为:

$$\mathbf{W}_{\text{ZF}} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \quad (3)$$

令 $\mathbf{P} = \mathbf{H} \mathbf{H}^H$, 则式(3)可以改写为:

$$\mathbf{W}_{\text{ZF}} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^{-1} \quad (4)$$

其中:

$$\beta_{\text{ZF}} = \sqrt{\frac{p^T}{\text{tr}(\mathbf{P}^{-1})}} \quad (5)$$

β_{ZF} 表示归一化功率控制因子; p^T 为总传输功率; $\text{tr}(\mathbf{P}^{-1})$ 表

示矩阵 \mathbf{P}^{-1} 的迹。

当基站端发送多个数据符号流 s 时,由式(2)和(4)可知发送信号 \mathbf{x} 表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}_{\text{ZF}} \mathbf{s} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{s} \quad (6)$$

用户接收到的信号信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)为:

$$\text{SNR} = \frac{\rho_k |\mathbf{q}_k|^2}{\sum_{k=1}^K \rho_k |\mathbf{q}_k|^2 + \delta_n^2} = \frac{\rho_k |\mathbf{q}_k|^2}{\delta_n^2} \quad (7)$$

其中: ρ_k 为第 k 个发送信号功率; \mathbf{q}_k 为第 k 个等效矩阵系数; δ_n^2 为噪声功率。

假设接收端可以获取完全 CSI,那么 ZF 预编码算法的系统容量可以描述为:

$$C_{\text{ZF}} = \max \sum_{k=1}^K \text{lb} (1 + \text{SNR} \beta_{\text{ZF}}^2) \quad (8)$$

由于信道矩阵具有渐进正交性,文献[10]已经证明当基站端天线数目接近于无穷时,ZF 预编码的系统容量无限趋近脏纸预编码(Dirty Paper Precoding, DPC)的系统容量。ZF 预编码算法通常需要对预编码矩阵 \mathbf{W} 进行逆运算求解,由于大规模多输入多输出系统中基站端天线数目庞大,导致 ZF 预编码矩阵的求逆过程十分复杂,其计算复杂度描述为 $O(K^3)$ 。

2.2 共轭梯度预编码算法

共轭梯度法(Conjugate Gradient, CG)的基本思想是将共轭法与最速下降方法相结合,使用已知的梯度方向构建共轭方向,并沿方向搜索目标函数的最小值。共轭梯度算法具有二次终止性,不需要进行矩阵存储操作,既能改善最速下降法收敛速度慢的缺点,又能解决牛顿法需要计算 Hesse 矩阵逆的问题。

根据式(6),令 $\mathbf{P}^{-1} \mathbf{s} = \mathbf{t}$,即 $\mathbf{P} \mathbf{t} = \mathbf{s}$,则发送信号 \mathbf{x} 表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}_{\text{ZF}} \mathbf{s} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^H \mathbf{P}^{-1} \mathbf{s} = \beta_{\text{ZF}} \mathbf{H}^H \mathbf{t} \quad (9)$$

利用 CG 算法的前提是式(4)中矩阵 \mathbf{P} 为 Hermitian 正定矩阵。定义一个任意的非零向量 \mathbf{q} 即可得到:

$$\mathbf{q} \mathbf{P} \mathbf{q}^H = \mathbf{q} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{q}^H = \mathbf{q} (\mathbf{H} (\mathbf{q} \mathbf{H})^H) \quad (10)$$

文献[11]指出大规模多输入多输出系统中信道矩阵 \mathbf{H} 是满秩矩阵,当且仅当 \mathbf{q} 是一个零向量时 $\mathbf{q} \mathbf{H}$ 的值才为零。对于所有的非零向量 \mathbf{q} ,都满足 $\mathbf{q} \mathbf{P} \mathbf{q}^H > 0$,因此矩阵 \mathbf{P} 是 Hermitian 正定矩阵,在大规模多输入多输出系统中可以采用 CG 算法求解方程组 $\mathbf{P} \mathbf{t} = \mathbf{s}$ 的解。

2.3 SSOR-PCG 预编码算法

虽然 CG 算法相较于 ZF 算法复杂度更低,但是当 Hermitian 正定矩阵的条件数取值较大时,CG 算法的迭代次数会增多,因此可以使用 PCG 算法以达到减小迭代次数的目的。PCG 算法的基本思想为:通过对 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 进行预处理来减少系数矩阵的条件数,从而提高 CG 算法的收敛速度^[12]。

PCG 算法的重点是如何选择合适的预处理矩阵 \mathbf{C} 。通常预处理矩阵的选择需要满足以下几个条件:

- 1) 预处理矩阵 \mathbf{C} 应该为对称正定矩阵;
- 2) 预处理矩阵 \mathbf{C} 应该与 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 具有相似性;
- 3) 预处理 Hermitian 正定矩阵 $\bar{\mathbf{P}}$ 的特征值应该尽量集中,



即 $\text{cond}(\bar{\mathbf{P}}) \approx 1$ 尽可能小;

4) 预处理后的线性方程应易于求解。

利用 SSOR 分裂算法将 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 分裂为以下三部分:

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{L}^H \quad (11)$$

其中:

$$\mathbf{D} = \text{diag}(p_{11}, p_{22}, \dots, p_{nn}) \quad (12)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

矩阵 \mathbf{D} 是 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 的对角线元素矩阵, \mathbf{L} 是 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 的严格下三角矩阵。根据 SSOR 矩阵分裂法, 预处理矩阵 \mathbf{C} 表示为:

$$\mathbf{C} = \mathbf{D} + \omega \mathbf{L} \quad (14)$$

其中: 预处理矩阵 \mathbf{C} 为对称正定矩阵; ω 为影响算法收敛速度的弛豫参数。

根据式(6) 将 $\mathbf{P}\mathbf{t} = \mathbf{s}$ 方程组两边同乘 \mathbf{C}^{-1} , 得

$$\mathbf{C}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{t} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{s} \quad (15)$$

SSOR-PCG 算法伪代码程序如下。

输入 给定 Hermitian 正定矩阵 \mathbf{P} 。

输出 方程的解 \mathbf{t} 。

定义迭代初值 $\mathbf{t}_0 \in R_n$; 初始残差 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{s}$; 下降方向 $\mathbf{m}_0 = \mathbf{r}_0$; 迭代次数 k 。

repeat

for $k = 0, 1, \dots$ do

if $\mathbf{m}_k = 0$ then

return \mathbf{t}_0

end

else

计算参数 $\alpha_k = \frac{\mathbf{r}_k^\top \mathbf{r}_k}{\mathbf{m}_k^\top \mathbf{C}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{m}_k}$

更新估计信号 $\mathbf{t}_{k+1} = \mathbf{t}_k + \alpha_k \mathbf{m}_k$

更新残差 $\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k - \alpha_k \mathbf{C}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{m}_k$

计算参数 $\mathbf{b}_k = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^\top \mathbf{r}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^\top \mathbf{r}_k}$

更新下降方向 $\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1} + \mathbf{b}_k \mathbf{m}_k$

end

end

until convergence

3 SSOR-PCG 预编码算法分析

3.1 最优松弛因子分析

采用 SSOR 矩阵分裂算法的目的是提高算法的收敛速度, 因此松弛因子的选择至关重要。根据文献[13], 最优松弛因子 ω_{opt} 描述为:

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{2}{1 + \sqrt{2(1 - \rho(\mathbf{B}_j))}} \quad (16)$$

其中: $\mathbf{B}_j = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^H)$ 为雅克比(Jacobi)迭代算法的迭代矩阵; $\rho(\mathbf{B}_j)$ 为 Jacobi 迭代矩阵的谱半径。由 2.2 节可知 $\mathbf{P} = \mathbf{HH}^H$, 在快速变化的时变信道中 \mathbf{P} 值不是恒定的, 因此需要不断计算最优松弛因子 ω_{opt} 的值。通常需要执行两次 SOR 算法才能获得最佳 ω_{opt} 值, 在大规模多输入多输出通信系统中计算其最优松弛因子十分困难, 鉴于此, 有学者提出通过简单数

学变换来确定松弛因子的近似最优值。

对式(9) 进行变换, 得到表达式:

$$\begin{aligned} \rho[\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^H)] &= \rho[\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{D})] = \\ \rho[\mathbf{D}^{-1}\mathbf{P} - \mathbf{E}] &= \rho[\mathbf{D}^{-1}\mathbf{P}] - 1 \end{aligned} \quad (17)$$

对于瑞利衰落信道矩阵 \mathbf{H} 而言, $\mathbf{P} = \mathbf{HH}^H + \zeta I_K$ 的对角线元素 p_{kk} ($k = 1, 2, \dots, K$) 服从 $2M$ 自由度卡方分布^[14]。根据文献[15], 通过切比雪夫不等式变换, 得到:

$$\begin{aligned} \Pr\left(\left|\frac{p_{kk} - M}{M}\right| < \varepsilon\right) &= \\ \Pr[(1 - \varepsilon)M < p_{kk} < (1 + \varepsilon)M] &\geq 1 - \frac{1}{M\varepsilon^2} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18) 中当 M 的取值接近无穷大时, 式 $(1 - \varepsilon)M < p_{kk} < (1 + \varepsilon)M$ 的值近似为 1。大规模多输入多输出系统中基站配备的 M 根天线可以近似表示为 p_{kk} , 因此对角矩阵 \mathbf{D}^{-1} 可以近似表示为 I/M , 式(17) 可以变为:

$$\rho[\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^H)] = \rho[\mathbf{D}^{-1}\mathbf{P}] - 1 = \frac{1}{M} \rho[\mathbf{P}] - 1 \quad (19)$$

根据随机矩阵的相关理论, 当 M 和 K 的值足够大且 M/K 的值接近固定时, 矩阵 \mathbf{P} 的最大谱半径, 即其最大奇异值可以表示为:

$$\rho(\mathbf{P}) = M\left(1 + \sqrt{\frac{K}{M}}\right)^2 \quad (20)$$

将式(20) 代入式(15) 可得:

$$\rho(\mathbf{B}_j) = \left(1 + \sqrt{\frac{K}{M}}\right)^2 - 1 \quad (21)$$

因此式(16) 改写为:

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{2}{1 + \sqrt{2\left[2 - \left(1 + \sqrt{1 + \frac{K}{M}}\right)^2\right]}} \quad (22)$$

由式(22) 可知, 最优松弛因子的近似最优值 $\tilde{\omega}_{\text{opt}}$ 仅取决于大规模多输入多输出系统中基站的天线数 M 和移动端用户数 K 。由文献[16] 可知只有当 $0 < \omega < 2$ 时, SSOR 算法才具有收敛性, 其中最优松弛因子范围满足 $1 < \omega < 2$, 即用户数与天线数的比值位于 [0.051, 0.171]。由于 SSOR 算法较 SOR 算法而言对松弛因子变化不敏感, 所以 SSOR 算法采用最优松弛因子的近似最优值就可以确保获得良好的系统性能。

3.2 复杂度分析

根据 2.3 节 SSOR-PCG 算法伪代码可知, 获取 α_k 需要 $1 \times K$ 的 \mathbf{r}_k^\top 和 $K \times 1$ 的 \mathbf{r}_k 相乘, 以及 $1 \times K$ 的 \mathbf{m}_k^\top 、 $K \times K$ 的 $\mathbf{C}^{-1}\mathbf{P}$ 和 $K \times 1$ 的 \mathbf{m}_k 相乘, 因此计算 α_k 需要 $K^2 + 2K$ 次乘法; 同理, 计算 \mathbf{t}_{k+1} 需要 K 次乘法; 计算 \mathbf{r}_k 需要 $K^2 + K$ 次乘法; 计算 \mathbf{b}_k 需要 $2K$ 次乘法; 计算 \mathbf{m}_{k+1} 需要 K 次乘法。综上所述, SSOR-PCG 算法每迭代一次需要 $O(2K^2 + 7K)$ 的复杂度。

根据式(2)、(3) 可知, 大规模多输入多输出系统中 \mathbf{x} 的获取需要 $M \times K$ 的 \mathbf{H} 和 $K \times 1$ 的 \mathbf{s} 相乘, 因此计算 \mathbf{x} 需要 MK 次乘法; 同理, \mathbf{x} 与归一化因子 β 相乘需要 M 次乘法。综上所述, SSOR-PCG 算法复杂度为 $(2K^2 + 7K)i + MK + M$ 。文献[17] 表明 CG 预编码算法每迭代 1 次需要执行 $2K^2 + 10K$ 次乘法, 其算法复杂度为 $(2K^2 + 10K)i + MK + M$ 。表 1 为不同迭代次数下 ZF 算法、CG 算法和 SSOR-PCG 算法的复杂度。表 2 是三种不同预编码算法的运行时间。实验结果表明, ZF 预编码算法复杂度约为 3 个数量级, 且算法运行时间最短。CG 预



编码算法和SSOR-PCG预编码算法复杂度约为2个数量级,同ZF预编码算法相比,复杂度降低约1个数量级。在算法复杂度数量级相同的情况下,本文所提SSOR-PCG预编码算法相较于CG算法运行时间缩短约88.93%。

表1 不同预编码算法的复杂度比较

Tab. 1 Comparison of complexity of different precoding algorithms

迭代次数	ZF 算法	CG 算法	SSOR-PCG 算法
2	$4K^3 + MK + M$	$4K^2 + 14K + MK + M$	$4K^2 + 20K + MK + M$
3	$6K^3 + MK + M$	$6K^2 + 21K + MK + M$	$6K^2 + 30K + MK + M$
4	$8K^3 + MK + M$	$8K^2 + 28K + MK + M$	$8K^2 + 40K + MK + M$
5	$10K^3 + MK + M$	$10K^2 + 35K + MK + M$	$10K^2 + 50K + MK + M$
6	$12K^3 + MK + M$	$12K^2 + 42K + MK + M$	$12K^2 + 60K + MK + M$

表2 不同预编码算法运行时间比较

Tab. 2 Comparison of running time of different precoding algorithms

算法	运行时间/ms
ZF 算法	0.5207
CG 算法	25.3130
SSOR-PCG 算法	2.8014

4 仿真结果及分析

为了验证本文算法的有效性,将SSOR-PCG预编码算法与ZF预编码算法和CG预编码算法进行系统容量和误码率性能对比。考虑一个大规模多输入多输出下行链路模型,假设信道模型为服从平坦衰落的瑞利信道,基站端天线数M设置为128和256,用户数K设置为16和32,即采用 $M \times K = 128 \times 16$ 和 $M \times K = 256 \times 32$ 两种典型的天线配置^[18],信噪比取值范围为10~30 dB,以2 dB为单位间隔,发送信号采用64QAM调制方式。

图2~3为不同的天线配置和相同的迭代次数条件下,三种预编码算法在系统容量性能上的比较。从图2~3可以看出:在信噪比为10~14 dB的情况下,采用SSOR-PCG算法、ZF算法或是CG算法的系统容量性能差别不大;在信噪比为14~26 dB的情况下,迭代次数为2的CG算法系统容量性能明显低于本文所提出的SSOR-PCG预编码算法;当信噪比高于26 dB时,CG算法需要经过多次迭代才能达到同ZF算法相似的系统容量性能;同经典的ZF预编码算法相比,当信噪比为30 dB时,迭代次数为2的CG预编码系统容量下降约10.24%。迭代次数为5的CG预编码和本文所提的SSOR-PCG预编码基本可以达到ZF的系统容量性能,曲线基本重合。

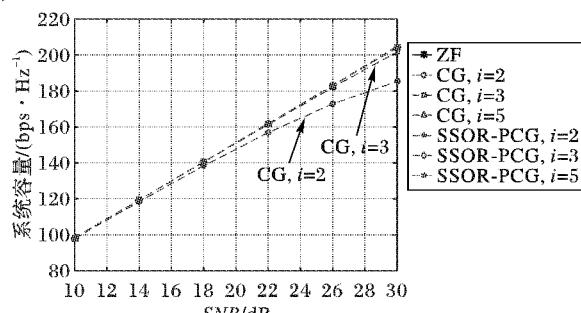


图2 $M \times K = 128 \times 16$ 时系统容量性能比较

Fig. 2 Comparison of system capacity performance with $M \times K = 128 \times 16$

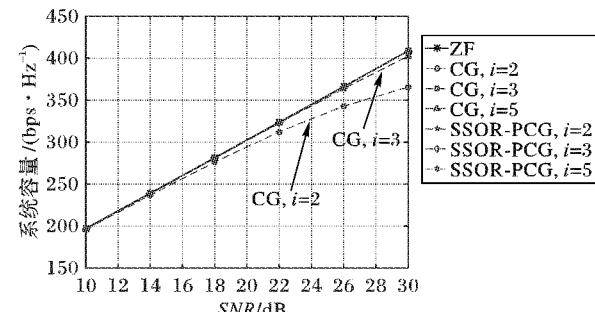


图3 $M \times K = 256 \times 32$ 时系统容量性能比较

Fig. 3 Comparison of system capacity performance with $M \times K = 256 \times 32$

图4~5为不同的天线配置和相同的迭代次数条件下,三种预编码算法在系统容量性能比较的放大图。从图4可以看出,当信噪比为30 dB时,迭代次数为5的CG算法预编码系统容量性能分别以0.12%低于经典ZF预编码。而本文所提出的SSOR-PCG预编码算法在迭代次数为2时,系统容量性能便可达到经典ZF预编码系统容量性能。当迭代次数增加时,其系统容量性能也略有增加。从图4中可以看出,随着信噪比的不断增大,本文所提SSOR-PCG预编码系统容量随着信噪比的增大优于经典ZF预编码。

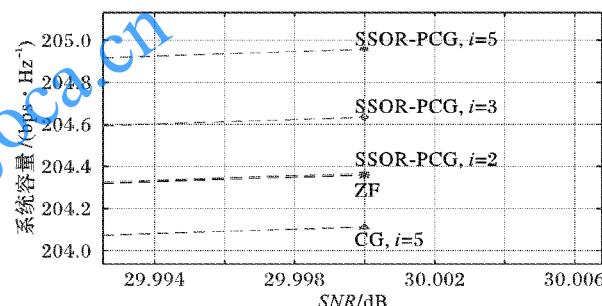


图4 $M \times K = 128 \times 16$ 时系统容量性能对比放大图

Fig. 4 System capacity performance amplification comparison with $M \times K = 128 \times 16$

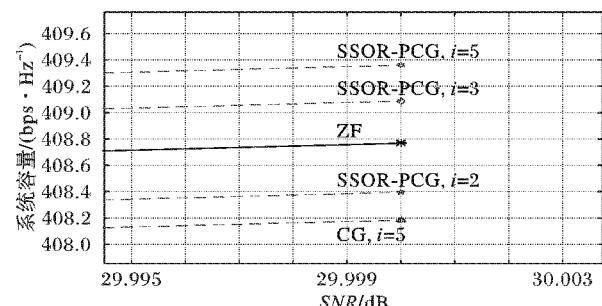


图5 $M \times K = 256 \times 32$ 时系统容量性能对比放大图

Fig. 5 System capacity performance amplification comparison with $M \times K = 256 \times 32$

随着天线数M和用户数K的增多,CG预编码系统容量性能明显下降。从图5中可以看出:当迭代次数较少时CG预编码算法系统容量明显低于其他两种预编码系统容量,其系统容量曲线已不在放大范围内;当天线数为256时,信噪比为30 dB时,迭代次数为5的CG预编码系统容量基本达到ZF预编码系统容量,略降低约0.14%。

值得一提的是,本文所提出的SSOR-PCG预编码算法在



天线数为 256、信噪比为 30 dB、迭代次数为 2 时, 系统容量性能以 0.09% 的差距略低于经典 ZF 预编码。这是由于随着天线数量的增加, SSOR-PCG 算法以牺牲系统性能为代价降低了系统实现的复杂度, 实验结果与理论分析一致。随着迭代次数的增大, 本文所提出的 SSOR-PCG 算法系统容量性能也有所提升, 当信噪比为 30 dB、迭代次数为 5 时, SSOR-PCG 预编码系统容量相较于 ZF 预编码提升约 0.15%。

图 6 对比了当迭代次数为 2 时, 不同用户数下所提预编码算法系统容量差异。当用户数增加一倍时, 本文所提出的 SSOR-PCG 预编码算法的系统容量随着信噪比的不断变化也增加了约一倍, 其系统容量性能提升约 99.83%。由此可见本文所提 SSOR-PCG 预编码算法在面对用户数成倍增加的情况下仍能表现出良好的系统性能。

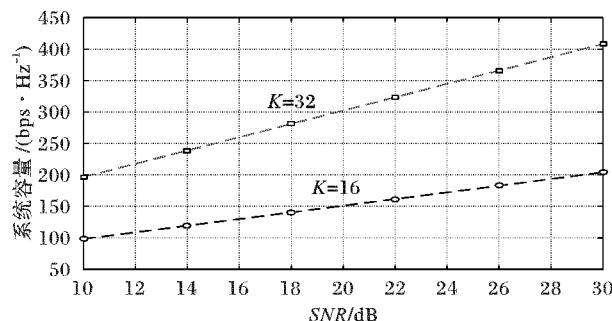


图 6 SSOR-PCG 算法在不同用户数下系统容量性能比较

Fig. 6 Comparison of system capacity performance of SSOR-PCG algorithm under different user numbers

图 7 为当天线配置选取 $M \times K = 128 \times 16$ 时三种算法的误码率性能比较。在信噪比为 24 dB 时, 本文所提出的 SSOR-PCG 预编码算法开始逐步收敛; 在信噪比为 26 dB 时, SSOR-PCG 算法已完成收敛, 其收敛速度高于 CG 预编码。究其原因是 SSOR-PCG 算法是在 CG 算法基础上加入 SSOR 分裂矩阵, 可以大幅度降低预编码矩阵的条件数, 从而提高算法收敛速度。

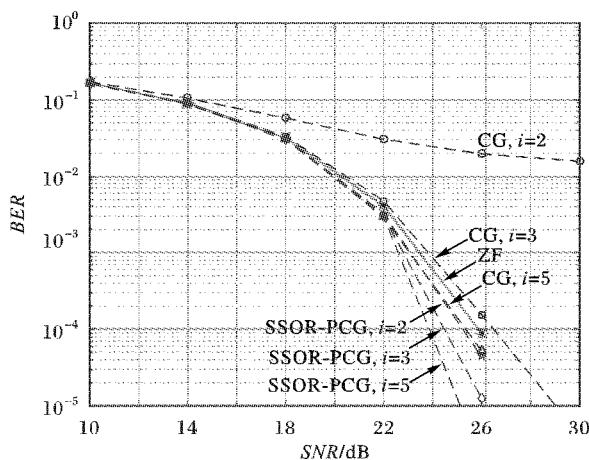


图 7 系统误码率性能比较
Fig. 7 System bit error rate performance comparison

从图 7 中可以看出, 本文所提出的 SSOR-PCG 预编码算法误码率性能优于经典 ZF 预编码。当信噪比为 26 dB 时, 相较于经典 ZF 预编码, 迭代次数为 2 的 SSOR-PCG 预编码误码

率下降约 49.94%, 迭代次数为 5 的 CG 预编码误码率下降约 40%。

5 结语

本文采用了 SSOR 分裂算法对 Hermitian 矩阵进行预处理。理论分析和仿真结果表明, 本文所提出的 SSOR-PCG 预编码算法可以有效避免矩阵求逆。与传统的 ZF 算法相比, 随着信噪比的增大, 所提预编码算法获得比 ZF 预编码更好的系统性能。此外, 所提预编码算法通过构造不同的松弛因子提升了算法收敛速度, 且其系统复杂度比传统 ZF 预编码降低约 1 个数量级。

参考文献(References)

- [1] 唐虎, 刘紫燕, 刘世美, 等. 基于压缩感知的大规模多输入多输出空间共稀疏信道估计[J]. 计算机应用, 2018, 38(4): 1106–1110. (TANG H, LIU Z Y, LIU S M, et al. Spatially common sparsity channel estimation based on compressive sensing for massive multi-input multi-output system [J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(4): 1106 – 1110.)
- [2] KETSEOGLOU T, AYANOGLU E. Downlink precoding for massive MIMO systems exploiting virtual channel model sparsity[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(5): 1925 – 1939.
- [3] GAO X, DAI L, HAN S, et al. Energy-Efficient hybrid analog and digital precoding for mmWave MIMO systems with large antenna arrays[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(4): 998 – 1009.
- [4] GRASSI A, KURRAS M, PIRO G, et al. Density based clustering for downlink user grouping in FDD massive MIMO[C]// Proceedings of the 24th European Wireless Conference. Piscataway: IEEE, 2018: 1 – 6.
- [5] TRIFAN R, ENESCU A. MU-MIMO precoding performance conditioned by inter-user angular separation [C]// Proceedings of the 2018 International Symposium on Electronics and Telecommunications. Piscataway: IEEE, 2018: 1 – 4.
- [6] FENG M, XU Y. Low-complexity linear precoding for pilot contamination mitigation in multi-cell massive MIMO systems[C]// Proceedings of the 2017 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Piscataway: IEEE, 2017: 807 – 811.
- [7] LU Z, NING J, ZHANG Y, et al. Richardson method based linear precoding with low complexity for massive MIMO systems[C]// Proceedings of the IEEE 81st Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE, 2015: 1 – 4.
- [8] NAM J, ADHIKARY A, AHN J, et al. Joint spatial division and multiplexing: opportunistic beamforming, user grouping and simplified downlink scheduling[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 876 – 890.
- [9] JU M, QIAN J, LI Y, et al. Comparison of multiuser MIMO systems with MF, ZF and MMSE receivers[C]// Proceedings of the 2013 IEEE Third International Conference on Information Science and Technology. Piscataway: IEEE, 2013: 1260 – 1263.
- [10] QIN X, YAN Z, HE G. A near-optimal detection scheme based on



- joint steepest descent and Jacobi method for uplink massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(2): 276 – 279.
- [11] XIE T, HAN Q, XU H, et al. A low-complexity linear precoding scheme based on SOR method for massive MIMO systems[C]// Proceedings of the IEEE 81st Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE, 2015: 1 – 5.
- [12] 曲桦, 梁静, 赵季红, 等. 基于SOR-PCG的低复杂度信号检测算法研究[J]. 电视技术, 2016, 40(8): 99 – 102, 117. (QU H, LIANG J, ZHAO J H, et al. Study on low-complexity signal detection based on successive over relaxation-preconditioned conjugate gradient method [J]. Video Engineering, 2016, 40(8): 99 – 102, 117.)
- [13] XIE T, DAI L, GAO X, et al. Low-complexity SSOR-based pre-coding for massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(4): 744 – 747.
- [14] 杨伟茜. Massive MIMO 系统中低复杂度预编码算法研究[D]. 赣州: 江西理工大学, 2018: 41 – 48. (YANG W Q. Research on low-complexity precoding algorithm in Massive MIMO system[D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2018: 41 – 48.)
- [15] 朱庆浩. 大规模 MIMO 系统预编码算法的研究与优化[D]. 赣州: 江西理工大学, 2018: 27 – 30. (ZHU Q H. Research and optimization of precoding algorithm for large-scale MIMO systems [D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2018: 27 – 30.)
- [16] 张弛. 大规模 MIMO 系统低复杂度预编码算法研究[D]. 南京: 东南大学, 2018: 20 – 35. (ZHANG C. Research on low-complexity precoding algorithm of large-scale MIMO system[D]. Nanjing: Southeast University, 2018: 20 – 35.)
- [17] 任彦. 大规模 MIMO 预编码算法的研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2017: 30 – 42. (REN Y. Research on large-scale MIMO precoding algorithm[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017: 30 – 42.)
- [18] 李婉婉. 大规模天线系统中的预编码及相关技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018: 14 – 16. (LI W W. Research on pre-coding and related technologies in large-scale antenna systems[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018: 14 – 16.)

This work is partially supported by the Natural Science Foundation of China (61863006), the Science and Technology Foundation of Guizhou Province ([2016]1054), the Joint Natural Science Foundation of Guizhou Province (LH [2017]7226), the Key Project of Science and Technology Plan of Guizhou Province ([2019]1416), the Academic Talent Training and Innovation Exploration Project of Guizhou University ([2017]5788).

BAI He, born in 1995, M. S. candidate. Her research interests include precoding in massive MIMO.

LIU Ziyan, born in 1974, M. S., associate professor. Her research interests include wireless communication systems, mobile robots, big data mining and analytics.

ZHANG Jie, born in 1995, M. S. candidate. His research interests include mobile robots.

WAN Peipei, born in 1994, M. S. candidate. His research interest includes deep learning.

MA Shanshan, born in 1996, M. S. candidate. Her research interests include channel estimation.