

## 基于数据包络的点模型简化方法的研究

王 嘉, 苏红旗

(中国矿业大学(北京)机电与信息工程学院, 北京 100083)

(www2001102@163.com)

**摘 要:**对点模型处理阶段的简化进行研究,提出了一种基于数据包络的简化算法。该算法使用点对合并的聚合方法来减少点元的数量;构造内外包络时,使用二分法寻找最佳偏移值。在点对合并的过程中使用八叉树结构进行空间分解,使用贪婪算法来选择点对。实验表明,方法简单,保持了模型的尖锐特征,并且高效地实现了对模型的简化。

**关键词:**点图形的学;点模型;包络;增量聚合;八叉树结构;贪婪算法

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A

## Research of the simplified method in point model based on data envelopment

WANG Jia, SU Hong-qi

(School of Mechanical Electronic & Information Engineering, China University of Mining & Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

**Abstract:** To investigate the simplification of point-based model during the processing phase, a method based on data envelopment using the convergence of points to reduce the number of point elements was presented. The algorithm of dichotomy was applied to find the optimum declination value when the construction of inner and outer envelopment was designed. Meanwhile, space decomposition was implemented by eight-branch trees structure in the process of the merger of couple-point which was selected by greedy choice algorithm. The experiments have shown a highly effective and simple method maintaining the sharp features of the models.

**Key words:** point-based computer graphics; point-based model; envelopment; increment polymerization; eight-branch trees structure; greedy algorithms

以点为基本图元的点图形的学<sup>[1]</sup>作为一种新的图形技术可以说是计算机图形学<sup>[2]</sup>发展史上的一次革命。如今,海量的科学数据和医学原始数据都是以点形式获得的,而以往的方法都是将点处理后重构成三角网格或者其他曲面表示形式,然后再进行模型的绘制。而其中重构的过程计算复杂,中间处理周期长,可能还需要多遍才能出结果,势必影响处理的总体效率。现在以点模型<sup>[3]</sup>为代表的新的图形技术可以直接对点进行处理,然后用点模型进行绘制,这样就可以节省中间转化为第三中介的过程,简化处理过程。

当前点模型的造型技术中还有一些尚未解决和有待优化的问题。这些问题对于点的造型和绘制是相当重要和关键的。虽然点模型的简化已经取得了一些研究成果,但是这些方法因为自身设计的局限,限制了它的应用。已有的研究成果大多数借鉴了三角网格造型技术,或多或少地留有三角网格设计的影子,而没有考虑到点的几何特性。本文主要的工作集中在对点模型处理阶段的简化。针对模型简化技术,提出使用构造模型包络<sup>[4]</sup>的方法来控制简化误差,采用点聚合的方法来减少点元数量,进行模型简化。

### 1 点模型

普遍认为,那些以点作为基本的图元进行研究的图形学理论和技术都可以看作是点模型的范围之内。点模型用几何

体表面密集采样得到的离散点云<sup>[5]</sup>来隐式地表示几何体的表面。与传统的三角模型相比,点模型最显著的特点就是它不包含任何拓扑信息,如点与点之间的连接关系及点的邻域信息等。这样不仅节省了存储空间,而且减少了处理时间,节约了带宽。

#### 1.1 点元

点元,即点模型表示的基本单位。目前,已经提出关于点的代表性的表示方法有“点”、Surfel、DP 点等。“点”是带有颜色属性,不带有法线方向的普通采样点。这种“点”通过数字几何处理的方法来获得法向信息。DP 点是带有局部微分信息的采样点。Surfel 是当前比较流行的表示方法。其实,大多数基于点的表示方法都可以归为 Surfel 表示。

文中使用 Surfel 表示点。Surfel 称为表面元素(surface element)。它最初被定义为一个带状因子与光照属性的 0 维  $n$  元组,用来局部近似物体表面,点元映射到屏幕后在图像空间内重构物体表面。Surfel 作为点模型表示的基本单位,它的属性一般包括:1) 位置  $P(x, y, z)$ ; 2) 法向  $N(n_x, n_y, n_z)$ ; 3) 半径  $r$ ; 4) 颜色  $C$  等其他信息。

#### 1.2 点建模

基于点的表面表示、处理及编辑,实质上也是表面重建的过程。它不仅仅是指使用模型数据<sup>[6]</sup>构造出点模型,而且也可以指对模型进行重采样、磨光、多分辨率简化、编辑、变形、

布尔运算等操作,得到各种各样的点模型的过程。

## 2 基于包络的点模型简化

### 2.1 基本包络体的构造<sup>[7]</sup>

Surfel 与三角网格不同的是它无拓扑连接信息,而且是相互覆盖的,所以用 Surfel 构造包络来控制也不象三角网格<sup>[8]</sup>那么简单。如图 1 所示,当表面上两个 Surfel,用其中 Surfel 点表示  $C_1, C_2$  在未偏移前,在表面上两者相互覆盖,当两者分别沿各自法线  $n$  方向偏移  $\varepsilon$  大小后,两者距离增加,偏移后的 Surfel 之间会产生空洞  $H$ 。所以本文处理时,考虑到 Surfel 的几何特性,不仅对 Surfel 中心位置进行了偏移,而且对于平移后的新的 Surfel 的大小也相应做出改变,以保持原有的重叠关系,防止空洞的产生。

#### 1) 外 Surfel 半径的计算

对于单个 Surfel 外包络剖面情况可以表示为图 2 所示,其中  $\Delta\varepsilon$  为沿法线平移增量值,  $\Delta r$  为平移后形成外包络 Surfel 的半径增量,由图 2 可以看出:

$$\Delta r = \tan\theta \cdot \Delta\varepsilon, \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ \quad (1)$$

为了保证计算无误差,外包络无空洞,计算时通过最大值保证的偏移后 Surfel 仍然相交。首先判定两个 Surfel 相交,为了加快计算,将两个空间 Surfel 的相交问题可近似的转化为两个以各自位置和半径形成的球体的相交问题。相交条件为:

$$|C_1 - C_2| < r_1 + r_2 \quad (2)$$

如果两个 Surfel 相交,两个法线之间夹角设为  $\omega$ ,则因为两个法线都是单位向量,所以:

$$\cos\omega = N_1 \cdot N_2 \quad (3)$$

通过循环过程,可以得到  $\omega_{\max}$ ,在这里,因为相交情况多种多样,为了统一,本文取:

$$\theta_{\max} = \omega_{\max}/2 \quad (4)$$

在得到  $\theta_{\max}$  之后,可以计算出  $\tan\theta$ ,并根据公式(1)得到  $\Delta r_{\text{外}}$ ,最后得到外 Surfel 的半径  $r_{\text{外}}$  的值:

$$r_{\text{外}} = r_{\text{原}} + \Delta r_{\text{外}} \quad (5)$$

#### 2) 内 Surfel 半径的计算

对于内部 Surfel,因为它是在原模型的内部,内包络不能超过原模型,所以为了保证不产生空洞,保证相互覆盖的关系,同外包络计算相同,但此时计算的是两个相交 Surfel 夹角的最小值,以防止空洞产生。此时,内包络用  $\Delta r_{\text{内}}$  表示半径减少值,则内 Surfel 的半径  $r_{\text{内}}$  为:

$$r_{\text{内}} = r_{\text{原}} - \Delta r_{\text{内}} \quad (6)$$

#### 3) 基本 Surfel 体结构

通过计算得到的单个 Surfel 的内外 Surfel 半径,可以得出由这三个 Surfel 构成的基本包络体,如图 3 所示。

### 2.2 偏移值的计算

在得到基本包络体后,为了构造内外包络,还必须计算

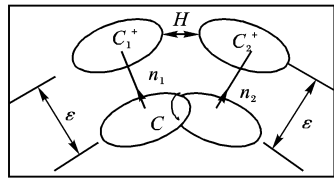


图1 Surfel 之间的空洞

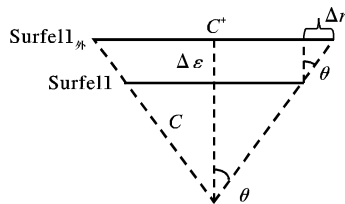


图2 Surfel 的外包络二维表示

每个 Surfel 的偏移值  $\varepsilon$  的大小。在计算偏移时,需要考虑可能发生的自交现象,通过改进数值迭代法来计算偏移  $\varepsilon$  值。为了构造内外包络,先设定一个初始的偏移值  $\varepsilon_0$ 。由于内外包络是原始包络模型偏移得到的,如果偏移值太大,将导致自交现象过于频繁,对计算不利,因此有效的偏移值与原模型大小有直接关系,通常情况下,初始值取为原始模型  $P$  的立体包围盒对角线长度的百分数。

原模型沿法线进行偏移,偏移的值最小可以为 0,最大可为  $\varepsilon_0$ 。为了防止自交现象,要寻找一个分界值,如果偏移量小于这个分界值,生成的包络不会发生自交现象,这些偏移值是有效的;如果偏移的距离大于这个偏移值,生成的包络会产生自交或相交现象。这个问题实际上就是一个线性搜索问题,其搜索区间为  $[0, \varepsilon_0]$ ,而分界值或左逼近分界值的近似解就是满足条件的最优解。

采用最优化理论中的线性搜索问题的方法。为了减少判定两个 Surfel 相交的检测计算,选取比较容易实现的二分法来求解偏移问题。二分法具有线性收敛速度,比 Cohen 的逐步扩大法有更快的速度,并且能保证逼近值近似最大且有效。

### 2.3 点模型的简化

所谓简化,又称为数据缩小或数据减少,而模型简化就是在试图保持图形外观不变的情况下尽可能减小模型的绘制图元的数量。

#### 2.3.1 方法描述

在得到模型包络后,就可以在内外包络之间进行简化操作。使用简单的点对合并的方法来减少 Surfel 点的数量,合并后新形成的 Surfel 与内外的包络进行相交测试。如果相交,则合并点对选择不合理,分裂合并点,重新选择;如果不相交,则合并可行,继续选择下一个点进行合并,直至所有点都处理一遍为止。

#### 2.3.2 增量聚合

采用增量 Surfel 合并的方法来聚合,减少 Surfel 图元的数量。点聚合就是将一些点进行合并用一个点表示。它的标准策略是将模型包围盒分解成一个个单元 (cell),将落入每个单元的点用一个点进行代表。增量聚合方法是迭代地将两个相邻的 Surfel 合并成一个新的 Surfel,直到新的 Surfel 达到某个指定的大小。如将 Surfel1 和 Surfel2 合并 Surfel3,则新生成的 Surfel3,它的属性值为:

$$C_3 = C_1 \cdot \omega_1 + C_2 \cdot \omega_2 \quad (7)$$

$$n_3 = n_1 \cdot \omega_1 + n_2 \cdot \omega_2 \quad (8)$$

$$\omega_i = r_i / (r_1 + r_2) \quad (9)$$

其中 ( $i = 1, 2$  为圆半径);由上式得到 Surfel3 的半径为:

$$r_3 = 0.5(|C_1 - C_2| + r_1 + r_2) \quad (10)$$

#### 2.3.3 相交测试

新生成的 Surfel 与两个包络之间的相交问题可以归结为一个空间圆形物体与邻近圆的相交问题。

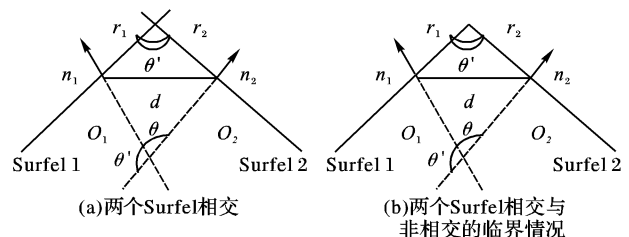


图4 Surfel 的相交

当计算相交时,假设两个 Surfel 相交,则  $\theta$  为两个法向量之间的夹角,  $d$  为两个 Surfel 圆心之间的欧式距离。图 4(b)

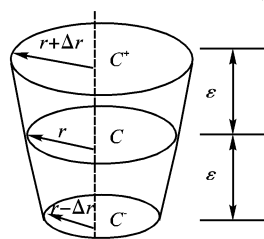


图3 基本 Surfel 包络体

表示了二维情况下,两个 Surfel 相交与非相交的临界情况,即两个 Surfel 之间边界重合于一点。此时:

$$d' = (a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta)^{1/2} \quad (11)$$

而在相交情况下的两个 Surfel 原点之间的距离为:

$$d = ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)^{1/2} \quad (12)$$

则当  $d' \geq d$  时,两个 Surfel 不相交;否则,两个 Surfel 相交。

为了加快测试,本文利用八叉树<sup>[9]</sup>的结构将空间分解,计算相交问题时,利用树型结构来排除与其不相邻的 Surfel,加快测试。

#### 2.3.4 贪婪选择

贪婪算法<sup>[10]</sup>是最优化方法的一种。在贪婪算法中采用逐步构造最优解的方法。在每个阶段一定的标准下,都做出一个看上去最优的决策。本方法要决定初始 Surfel 和待合并的候选 Surfel。为了确定每个 Surfel 的重要性,本文为每个 Surfel 计算权值,在进行合并选择时根据权值的大小来选择。简化时,算法先计算各个 Surfel 的权值大小,并按照从小到大的顺序排列。贪婪选择的方式是先选择权值最小的 Surfel 进行合并,将合并后生成新的 Surfel,判定是否与包络相交。如果相交,则放弃这个候选 Surfel,再选择其他权值最小的 Surfel 的合并;如果不相交则计算新的 Surfel 权值,进行权值排序,一直进行下去,直至新的 Surfel 的半径到达门限值或邻近 Surfel 中没有候选的 Surfel 为止。综上分析,计算权值可以设定为:

$$\omega = d/(s \cdot \theta) \quad (13)$$

其中  $s$  为 Surfel 面积,  $d$  为 Surfel 间距离,  $\theta$  为 Surfel 之间法线夹角。上述公式可以简化为:

$$\omega = (d/s) \cdot \cos\theta \quad (14)$$

近似的  $d \approx r_1 + r_2$ ,  $s = \pi \cdot r_1^2$ , 其中  $r_1$  代表当前 Surfel,  $r_2$  代表候选的待合并的 Surfel, 可以进一步改写公式:

$$\omega = ((r_1 + r_2)/r_1^2) \cdot \cos\theta \quad (15)$$

更近似的情况下,简化公式为:

$$\omega = (r_1/r_2) \cdot \cos\theta \quad (16)$$

通过这个计算公式,可以近似地得到权值,然后,就可以进行贪婪选择了。

### 3 实验

#### 3.1 主要数据结构

##### 1) Surfel 点结构

这里 Surfel 点的设计除了有常规的位置和半径属性外,还考虑了颜色属性,另外还有一个权值,这个值是为了简化时进行贪婪选择使用的,在其他处理阶段,这个值为了计算需要可以存储其他辅助信息。

##### 2) 八叉树结构

在八叉树结构中,利用一个值标记这个点是否为叶子节点,它本身不存储所在空间包含的 Surfel 数量。如果是非叶节点,结构存储指向八个分区的指针;否则,存储包含 Surfel 点的指针。

#### 3.2 实验结果与分析

表1 各种简化模型的简化对比

Model	Surfel	$\varepsilon$ (%)	Splats	Time(s)
Bunny	34 835	0.2	1 714	16
Isis	546 730	0.1	16 423	627
Youth	122 475	0.3	2 010	130

实验所用的是 Stafford 大学, Merle 公司和 ETH 提供模型数据 sfl 文件。

从表1和表2可以看出,方法有效地简化了点模型。从图5和图6的简化结果来看,它能够保持模型的尖锐特征,直观、容易控制,全局拓扑保持得也很好。

表2 bunny模型的 $\varepsilon$ 变化简化结果

$\varepsilon$ (%)	Splats	Time(s)
0.02	30 431	3
0.1	4 539	8
0.4	703	42

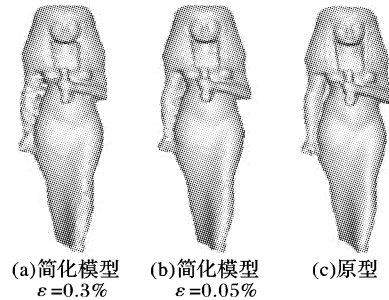


图5 Isis 简化结果

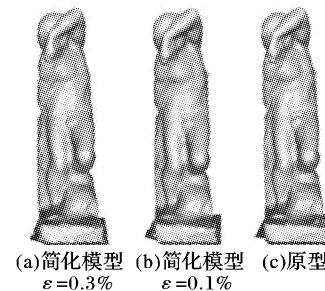


图6 youth 简化结果

### 4 结语

通过构造原模型的内外包络模型来控制简化误差,使用贪心算法进行 Surfel 选择,利用增量聚合的方法减少点元的数量,实现模型简化,保持模型尖锐特征。该方法可以与目前的图形应用很好地结合,并可以应用到三维交互式图形系统中。

#### 参考文献:

- [1] 基于点的图形学. IEEE Computer Graphics and Applications, 2006, 26(4): 83-89.
- [2] 唐泽圣, 周嘉玉, 李新有. 计算机图形学基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [3] PAULY M, Kobbelt LGross M. Multiresolution modeling of point-sampled geometry [EB/OL]. <http://graphics.stanford.edu/~mapauly/Pdfs/MultiresModeling.pdf>, 2005-02-14.
- [4] 盛昭翰, 朱乔, 吴广谋. DEA 理论、方法与应用[M]. 第1版. 北京: 科学出版社, 1996.
- [5] KRUTH JP, KERSTENS A. Reverse engineering modeling of free-form surfaces from point clouds subject to boundary conditions[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1998, 76(1-3): 120-127.
- [6] 刘来福, 曾文艺. 数学模型与数学建模[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2002.
- [7] 魏权龄. 数据包络分析(DEA)[J]. 科学通报, 2000, 45(17): 1793-1808.
- [8] 肖连兵, 黄林鹏. 网格计算综述[J]. 计算机工程, 2002, 28(3): 1-3.
- [9] 王汝传. 用八叉树对三维图形进行处理的算法研究[J]. 南京邮电学院报, 1997, 17(2): 65-68.
- [10] TEMLYKOV VN. Universal bases and greedy algorithms[Z]. Constr. Approx., 2002, 18: 539-550.