

变采样网络控制系统的建模与分析

薛燕¹, 刘克², 张俊¹

(1. 北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083; 2. 国家自然科学基金委员会 信息科学部, 北京 100085)

(hnx2@sohu.com)

摘要:在变采样网络控制系统中采用事件—时间驱动方式,同时在使用预测控制值和预测反馈值的情况下,给出了各种网络时延所对应的网络控制系统的状态转移矩阵,最后分析了变采样网络控制系统稳定需要的条件。

关键词:网络控制系统;变采样;事件—时间驱动

中图分类号:TP393.04 **文献标识码:**A

Modeling and analysis of variable-sampling networked control systems

XUE Yan¹, LIU Ke², ZHANG Jun¹

(1. School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 10083, China;

2. Directorate of Information Sciences, National Natural Science Foundation of China, Beijing 100085, China)

Abstract: In this paper the means of event-time driven was used in variable-sampling networked control systems. Using predictive control value and predictive feedback value, state transfer matrixes of the networked control system corresponding to variable network induced delays were given respectively. Finally, the conditions for the stability of the networked control systems were analyzed.

Key words: networked control systems; variable-sampling; event-time driven

目前网络控制系统中基于事件驱动方式的研究比较多,但基本上都是针对机器人等比较适合用事件驱动方式的对象,对时间的实时要求不是特别高,只要有事件(新的信号)出现并能用于控制对象则控制效果就比较好。对于单摆系统,尽管实时性的要求也不低,但目前也多用事件驱动来分析,主要考虑减少控制器的丢包、多包的问题。但用事件驱动方式对实时性要求比较高的系统控制效果就不太好,而且基于事件驱动方式基本上研究的是网络时延符合某一分布有界序列的网络控制系统^[1]。但在实际的互联网中,网络时延是没有界限的,也不符合某一种分布的随机序列^[2,3]。基于事件驱动方式的控制多研究网络时延小于一个采样周期的情况,目前大于一个采样周期的多研究 $[0, 2T]$ 时间段内的时延,应用范围比较小。对于大于一个采样周期的情况,建模问题比较复杂,因此把大于一个采样周期的信号视为空采样来处理,用补偿器或者预测器来解决相应产生的问题。

1 事件—时间驱动方式

事件—时间驱动方式是指本地机或远程机报文的发送是由接收过程来触发的。预先设定一个采样周期的最大值 T_{\max} ,如果网络上的报文发送间隔超过 T_{\max} ,就会在达到 T_{\max} 的时刻自动地发送报文,图1显示了该过程,本地机是控制器端计算机,远程机是被控对象端计算机。

在图1中存在4种报文发送状态:1)本地机和远程机之间没有报文发送时间超过 T_{\max} 的情况;2)远程机的采样点S4点和本地机C5点之间的间隔也就是传感器—控制器时延 τ_{sc} 超过 T_{\max} ,因此在f点就要自动发送报文,S4点和f点之间的间隔

为 T_{\max} ;3)本地机采样点C3点和远程计算机的采样点A4点之间的间隔也就是控制器—执行器时延 τ_{ec} 也超过了 T_{\max} ,因此在F点自动发送报文,C3点和F点的间隔为 T_{\max} ;4)本地机和远程机的相邻报文发送之间都有时间超过 T_{\max} 的情况出现,也就是传感器—控制器时延 τ_{ca} 和控制器—执行器时延 τ_{ec} 都大于 T_{\max} ,C3点和F点、F点和f点之间的间隔都为 T_{\max} ,因此所有报文发送的情况都可以是以上几种的组合。由此可见事件—时间驱动方式可以保证每个采样周期都不会大于 $2T_{\max}$,通过对 $2T_{\max}$ 的限制来保证信号不失真。采样周期指的是相邻报文发送之间的间隔时间,对于事件—时间驱动方式,由图1可以看出,对于控制器和被控对象来说采样周期是变化的,因此也可以称为变采样系统。

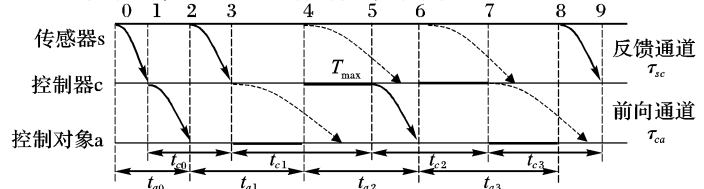


图1 事件—时间驱动方式时序图

1.1 T_{\max} 的确定

引入基于互联网的控制系统的最大工作频率的概念^[4]。在基于互联网的控制系统中 T_{\max} 的选择首先满足信号不失真和网络承载能力的双重限制,即:

$$\frac{2D}{R} \leq T_{\max} \leq \frac{2\pi}{10\omega_c} \quad (1)$$

其中 R 为本地计算机与远程计算机之间因特网的最小吞吐量, D 为报文的总长度, ω_c 是基于互联网的控制系统的最大工作频率。 T_{\max} 越大,网络中传输的信息量越少,拥塞发生的

收稿日期:2006-08-04;修订日期:2006-10-23

作者简介:薛燕(1978-),女,河北邢台人,博士研究生,主要研究方向:网络控制系统;刘克(1964-),男,河南郑州人,教授,博士生导师,主要研究方向:网络控制系统、复杂系统;张俊(1975-),男,山西太原人,硕士研究生,主要研究方向:网络控制系统。

机率越小。因此按上式计算出的取值范围内,将 T_{\max} 设得较大来间接地减小网络的时延。

1.2 采样状态分析

无论前向通道报文接收端(被控对象)还是反馈通道的报文接收端(控制器)只会发生以下4种采样情况:

1)(11) 采样情况,即采样周期的开始和结束都是由在 T_{\max} 内接收到报文触发的。2)(10) 采样情况,即采样周期的开始是由接收到报文触发的,但是结束是由 T_{\max} 内没有收到报文而到 T_{\max} 时自发产生的报文触发的。3)(00) 采样情况,即采样周期的开始和结束都是由在 T_{\max} 内没有接收到报文,而到 T_{\max} 时自发产生的报文触发开始和结束的。4)(01) 采样情况,即采样周期的开始是由 T_{\max} 内没有接收到报文而到 T_{\max} 时产生报文触发的,采样周期结束是由收到报文触发的。

对于前向通道来说,在(11)和(10)状态下,被控对象正常收到控制信息,在(01)和(00)状态下没有收到控制信息。对于反馈通道来说,(11)和(10)状态下控制器正常接收到反馈信息,在(01)和(00)状态下收到的是上一采样点的值。把所有在 T_{\max} 内没有收到的信号都称为丢包,因此NCS中只有收到单包和丢包两种情况。如果设计的控制器合理,一个最大采样周期 $2T_{\max}$ 内的时间延迟都是可以解决的。但是丢包还是给控制系统造成影响,在控制端和被控端都增加了预测环节,使得控制信号和反馈信号在定义丢包的情况下,可以根据预测功能给出一个近似信号。具有预测环节远程控制单闭环系统结构图2所示。

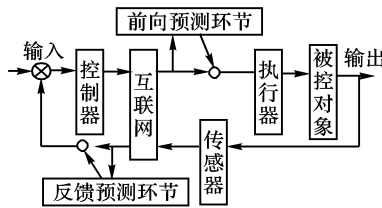


图2 具有智能预测环节远程控制单闭环系统结构

2 变采样网络控制系统的建模

基于预测环节的变采样网络控制系统是由可以控制延迟时间 τ_{ca}, τ_{sc} 在 $[0, T_{\max}]$ 之内的控制器、延迟时间在 (T_{\max}, ∞) 时预测控制值的前向智能预测环节和预测反馈值的反馈智能预测环节组成。

由于基于预测环节的变采样网络控制系统中使用变采样,被控对象的反馈值和控制器控制值的采样时间都是变化的,在 $[0, T_{\max}]$ 之间,要在传递的数据包中加入发送数据包开始时间的时间戳和数据包的顺序号,在收到数据包时就知道具体的时延 τ_{ca}, τ_{sc} ,并把数据包中的控制值存储在向前预测环节和反馈预测环节中。控制器就可以计算出在 τ_{sc} 延迟下的控制值,被控对象也可以得到在 τ_{ca} 延迟下的控制值。当控制信号和被控信号的时延在 (T_{\max}, ∞) 时,可以根据存储在前向预测环节和反馈预测环节中在线实时计算值来预测没有到的控制信号和反馈信号,并把预测的控制信号和反馈信号的值存储,如果在 $[T_{\max}, nT_{\max}]$ (n 待定) 时间段中控制信号或反馈信号来到,就可以和预测的值进行比较并修改预测环节,使在线预测的更加准确。

2.1 变采样网络控制系统的建模

被控对象和控制器连续时间的状态空间表达式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Fz(t) + Gy(t) \\ u(t) &= Hz(t) \end{aligned} \quad (3)$$

进行变采样的离散化:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= e^{A(t_{a,k+1}-t_{a,k})} x(k) + \int_{t_{a,k}}^{t_{a,k+1}} e^{A(t_{a,k+1}-\tau)} Bu(\tau) d\tau \\ y(k) &= Cx(k) \\ z(k+1) &= e^{F(t_{c,k+1}-t_{c,k})} z(k) + \int_{t_{c,k}}^{t_{c,k+1}} e^{F(t_{c,k+1}-\tau)} Gy(\tau) d\tau \\ u(k) &= Hz(k) \end{aligned} \quad (4)$$

令:

$$\begin{aligned} t_{a,k+1} - t_{a,k} &= \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k) = T_a(k) \\ t_{c,k+1} - t_{c,k} &= \tau_{ca}(k-1) + \tau_{sc}(k) = T_c(k) \end{aligned}$$

其中 $t_{a,k}$ 是被控对象端时刻, $\tau_{c,k}$ 控制器端时刻, $\tau_{sc}(k)$ 是网络反馈延迟时间, $\tau_{ca}(k)$ 是网络控制延迟时间, $T_a(k)$ 是被控对象离散化时的采样周期, $T_c(k)$ 控制器离散化时的采样周期。

$$x(k+1) = e^{AT_a(k)} x(k) + \int_0^{T_a(k)} e^{As} Bu(t_{c,k}) ds$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$z(k+1) = e^{FT_c(k)} z(k) + \int_0^{T_c(k)} e^{Fs} Gy(t_{a,k}) ds$$

$$u(k) = Hz(k)$$

令:

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ z(k+1) \end{bmatrix}, X(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ z(k) \end{bmatrix}$$

$$X(k+1) = \Phi(k)X(k) \quad (5)$$

$\Phi(k)$ 是 k 步时变采样网络控制系统的状态转移矩阵。

令:

$$\varphi_a(k) = e^{AT_a(k)} \quad \Gamma_a(k) = \int_0^{T_a(k)} e^{As} ds$$

$$\varphi_c(k) = e^{FT_c(k)} \quad \Gamma_c(k) = \int_0^{T_c(k)} e^{Fs} ds$$

不管被控对象和控制器是什么样的采样状态,即周期的开始和结束是如何触发的,考虑延迟时间就能刻画出转移状态矩阵。其中 $\hat{u}(k)$ 是被控对象没有收到控制器的控制值 $u(t_{c,k})$ 时采用的控制预测值, $\hat{y}(k)$ 是控制器没有收到对象反馈的反馈值 $y(t_{a,k})$ 时采用的反馈预测值, $\delta(k)$ 是控制预测值和控制实际值之间的误差, $e(k)$ 是反馈预测值和反馈实际值之间的误差。

1) 控制器和被控对象都接收到信号终止采样周期

$$\tau_{ca}(k-1) < T_{\max}, \tau_{ca}(k) < T_{\max}, \tau_{sc}(k) < T_{\max} \text{ 时:}$$

$$T_a(k) = \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k)$$

$$T_c(k) = \tau_{ca}(k-1) + \tau_{sc}(k) \quad k > 0$$

$$\tau_{ca}(k-1) > T_{\max}, \tau_{ca}(k) < T_{\max}, \tau_{sc}(k) < T_{\max} \text{ 时:}$$

$$T_a(k) = \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k)$$

$$T_c(k) = T_{\max} + \tau_{sc}(k) \quad k > 0$$

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & BH\Gamma_a(k) \\ G\Gamma_c(k) & \varphi_c(k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

2) 被控对象没有收到控制器发送的控制信号结束采样周期

$$\tau_{ca}(k-1) < T_{\max}, \tau_{ca}(k) > T_{\max}, \tau_{sc}(k) < T_{\max}$$

$$\hat{u}(k) = (1 \pm \delta(k)) u(t_{c,k})$$

$$T_a(k) = \tau_{sc}(k) + T_{\max}$$

$$T_c(k) = \tau_{ca}(k-1) + \tau_{sc}(k) \quad k > 0$$

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & (1 \pm \delta(k))BHF_a(k) \\ GCF_c(k) & \varphi_c(k) \end{bmatrix} \quad (7)$$

3) 控制器没有收到被控对象发出的反馈信号结束采样周期

$$\begin{aligned} \tau_{ca}(k-1) &< T_{\max}, \tau_{ca}(k) < T_{\max}, \tau_{sc}(k) > T_{\max} \\ \hat{y}(k) &= (1 \pm \varepsilon(k))y(t_{a,k}) \\ T_a(k) &= T_{\max} + \tau_{ca}(k) \\ T_c(k) &= \tau_{ca}(k-1) + T_{\max}(k) \quad k > 0 \\ \Phi(k) &= \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & BHF_a(k) \\ (1 \pm \varepsilon(k))GCF_c(k) & \varphi_c(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

4) 控制器和被控对象都没有收到对方发送的信号结束采样周期的

$$\begin{aligned} \tau_{ca}(k-1) &> T_{\max}, \tau_{ca}(k) > T_{\max}, \tau_{sc}(k) > T_{\max}, \\ \hat{u}(k) &= (1 \pm \delta(k))u(t_{c,k}), \hat{y}(k) = (1 \pm \varepsilon(k))y(t_{a,k}) \\ T_a(k) &= 2T_{\max}, T_c(k) = 2T_{\max} \\ \tau_{ca}(k-1) &< T_{\max}, \tau_{ca}(k) > T_{\max}, \tau_{sc}(k) > T_{\max}, \\ \hat{u}(k) &= (1 \pm \delta(k))u(t_{c,k}), \hat{y}(k) = (1 \pm \varepsilon(k))y(t_{a,k}) \\ T_a(k) &= 2T_{\max} \\ T_c(k) &= \tau_{ca}(k-1) + T_{\max} \\ \Phi(k) &= \begin{bmatrix} \varphi_a(k) & (1 \pm \delta(k))BHF_a(k) \\ (1 \pm \varepsilon(k))GCF_c(k) & \varphi_c(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

其中第一步是从控制器发出信号开始,假设以下条件成立:

$$\tau_{ca}(0), \tau_{ca}(1), \tau_{sc}(0), \tau_{sc}(1) < T_{\max} \quad u(0) = 0$$

2.2 变采样网络控制系统的稳定性分析

在得到不同 k 下的状态转移矩阵后,就可以根据状态转移矩阵的稳定性来确定变采样网络控制系统的稳定性,因此先来分析状态转移矩阵的稳定性。

定理1 如果存在某一个正数 n 和某种矩阵范数 $\|\cdot\|$,

使得 $\max \left\| \prod_{k=1}^n \Phi(i_k) \right\| < 1$, 那么系统是渐进稳定的^[5]。

证明: 设 $N = \left\lfloor \frac{k}{n} \right\rfloor$, 即 $\frac{k}{n}$ 的整数部分; $M = \max \|\Phi(i)\|, \Phi(i) \in Q^I$;

记 $\lambda = \max \left\| \prod_{k=1}^n \Phi(i_k) \right\|$, 根据题设, $\lambda < 1$, 由式(5)得:

$$\begin{aligned} \|x(k)\| &= \|\Phi(1)\Phi(2)\cdots\Phi(k-1)\Phi(k) \cdot x(0)\| \\ &= \|\Phi(1)\Phi(2)\cdots\Phi(n) \cdot \Phi(n+1)\Phi(n+2) \cdots \Phi(2n) \cdots \Phi((N-1)n+1)\Phi((N-1)n+2) \cdots \Phi(N \cdot n) \cdot \Phi(N \cdot n+1) \cdots \Phi(k-1) \cdot \Phi(k) \cdot x(0)\| \\ &\leq \|\Phi(1)\Phi(2)\cdots\Phi(n)\| \cdot \|\Phi(n+1)\Phi(n+2) \cdots \Phi(2n)\| \cdots \|\Phi((N-1)n+1)\Phi((N-1)n+2) \cdots \Phi(Nn)\| \cdot \|\Phi(Nn+1) \cdots \Phi(k-1)\| \cdot \|\Phi(k)\| \cdot \|x(0)\| \\ &\leq \lambda^N \cdot \|\Phi(Nn+1)\| \cdots \|\Phi(k-1)\| \cdot \|\Phi(k)\| \cdot \|x(0)\| \\ &\leq \lambda^N \cdot M^{k-N \cdot n} \|x(0)\| \end{aligned}$$

由于 $0 \leq k - N \cdot n < n$, 所以, 如果 $M > 1$, $\|x(k)\| \leq \lambda^N M^n \cdot \|x(0)\|$, 否则 $\|x(k)\| \leq \lambda^N \cdot \|x(0)\|$, 所以, 总有 $\|x(k)\| \leq \lambda^N \cdot \max(M^n, 1) \cdot \|x(0)\|$ 。由于 $\lambda < 1$, 很显然系统(5)是渐进稳定的。

定理2 如果存在序列 i_1, i_2, \dots, i_n , 使得 $\rho(\prod_{k=1}^n \Phi(i_k)) > 1$, 那么系统不稳定, 其中 $\rho(\Phi)$ 表示方阵 Φ 的谱半径。

证明: 如果 \exists 序列 i_1, i_2, \dots, i_n , 使得 $\rho(\prod_{k=1}^n \Phi(i_k)) > 1$, 先构造序列:

$$\begin{aligned} \Phi(1) &= \Phi(i_1), \Phi(2) = \Phi(i_2), \dots, \Phi(n) = \Phi(i_n) \\ \Phi(1+n) &= \Phi(i_1), \Phi(2+n) = \Phi(i_2), \dots, \Phi(n+n) = \Phi(i_n) \\ \Phi(1+2n) &= \Phi(i_1), \Phi(2+2n) = \Phi(i_2), \dots, \Phi(n+2n) = \Phi(i_n) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{那么 } x(mn) &= \prod_{k=1}^n \Phi(i_k) x((m-1)n) = \\ &\rho(\prod_{k=1}^n \Phi(i_k))^m x(0), \text{ 由于其中 } \rho(\prod_{k=1}^n \Phi(i_k)) > 1, \text{ 所以系统} \end{aligned}$$

(5) 在这种情况下不稳定。

因此, 若 $\exists \Phi(i_k) \in Q^I$, 使得 $\rho(\Phi(i_k)) > 1$, 那么系统(2)式不稳定。需要注意的是仅仅满足 $\rho(\Phi(i_k)) < 1$, $\forall \Phi(i_k) \in Q^I$, 即 Q^I 中所有矩阵的全部特征根在单位圆内, 并不能保证系统(5)式在最坏的情况下是稳定的。

3 结语

根据状态转移矩阵的稳定分析可以得到变采样网络控制系统稳定性的条件, 它是由延迟时间、预测误差和状态转移矩阵之间的关系来确定系统稳定性的, 还可以知道在系统稳定状态下不同的时间延迟相对应的预测值误差范围, 因此不用设计或调节补偿器。进一步需要解决智能预测的方法选择, 既要考虑到速度问题还要考虑到精度问题, 速度问题相对应于网络变化的时间延迟, 精度问题对应于预测值的误差范围。

参考文献:

- [1] 朱其新, 胡寿松. 网络控制系统的分析与建模[J]. 信息与控制, 2003, 32(1): 5-8.
- [2] ZHANG LQ, SHI Y, CHEN TW, et al. A New Method for Stabilization of Networked Control Systems With Random Delays[J]. Automatic Control, 2005, 50(8): 1171-1181.
- [3] YU M, WANG L, CHU T. Sampled-data Stabilization of Networked Control Systems With Nonlinearity[J]. Control Theory Application, 2005, 152(6): 609-614.
- [4] 黄杰, 吴平东, 修震, 等. 基于因特网的运动控制系统中变采样过程的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 755-763.
- [5] 黄四牛, 陈宗基, 魏晨. 网络控制中基于 DR 模型的预估算法[J]. 自动化学报, 2004, 30(5): 688-695.
- [6] NILSSON J, BERNHARDSSONT B, WITTENMARK B. Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays[J]. Automatica, 1998, 34(1): 57-64.
- [7] YANG SH, CHEN X, AITY J. Design issues and implementation of Internet-based process control systems[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(6): 709-720.
- [8] ZHIVOGLYADOV PV, MIDDLETON RH. Networked control design for linear systems[J]. Automatica, 2003, 39(4): 743-750.
- [9] KIM D-S, LEE YS, KWON WH, et al. Maximum Allowable Delay Bounds of Networked Control Systems[J]. Control Engineer Practice, 2003, 11(11): 1301-1313.
- [10] WALSHG C, YE H, BUSHNELL L. Stability analysis of networked control systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [11] ZHANG W, MICHAELS B, STEPHENM P. Stability of Networked Control Systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.