

文章编号:1001-9081(2007)09-2147-03

## 基于量子行为粒子群优化算法的图像插值方法

徐文龙, 须文波, 孙 俊

(江南大学 信息工程学院, 江苏 无锡 214122)

(xwl\_wuxi@yahoo.com.cn)

**摘 要:**传统图像插值方法简单,容易实现,但经过插值后的图像会增加一定的虚假内容,导致图像模糊。为提高插值图像的质量和图像的分辨率,提出一种基于量子行为粒子群优化(QPSO)算法的图像插值方法。该方法利用 QPSO 算法在以传统插值图像为基础形成的解空间中,寻找符合目标函数的最优高分辨率图像。实验证明,该方法实用、可行,且能得到质量较好的插值图像。

**关键词:**图像插值;粒子群优化;量子行为

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

## Image interpolation algorithm based on quantum-behaved particle swarm optimization

XU Wen-long, XU Wen-bo, SUN Jun

(School of Information Technology, Southern Yangtze University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

**Abstract:** The conventional interpolation algorithms of image are easy to be realized, but they result in high frequency artifacts in the interpolated image. In order to improve the quality of the interpolated image and enhance the resolution of it, an image interpolation algorithm based on Quantum-behaved Particle Swarm Optimization (QPSO) algorithm was proposed in this paper. This method uses QPSO algorithm to seek the best high resolution image through the objective function in the traditional interpolation image solution space. The experiments demonstrate that the proposed algorithm not only is practical and applicable, but also improves the quality of the interpolated images.

**Key words:** image interpolation; Particle Swarm Optimization (PSO); quantum behaved

### 0 引言

图像插值是图像处理中的一项基础性技术,有着广泛的应用。传统的图像插值方法有最邻近插值法、双线性插值法和双三次插值法等。这些方法简单,容易实现,但是经过插值后的图像会增加一定的虚假内容,导致图像模糊等。另外,图像插值与图像分辨率紧密联系,图像分辨率不仅表示图像的物理尺寸,还表示图像的信息内容,而传统图像插值虽然可以增大图像的物理尺寸,但是其过程是确定的,因而不会增加信息,也就是说这些插值算法缺乏利用图像本身信息的机制。

实际上,如果以传统插值得到的图像矩阵为基础,让矩阵所有像素以自身为中心,在某个特定幅度范围内独立上下浮动,将可形成一个关于高分辨率图像的解空间。近年来,粒子群优化算法凭其数学简单性和概率意义上的全局收敛性,在许多领域有着成功的运用。本文将利用量子行为粒子群优化算法(QPSO)在以传统插值图像为基础形成的高分辨率图像解空间中,寻找符合条件的“最优”高分辨率图像估计。

### 1 算法简介

#### 1.1 PSO 算法

粒子群优化算法(PSO)不像其他进化算法那样对于个体

使用进化算子,而是将每个个体看作是在  $n$  维搜索空间中的一个没有重量和体积的微粒,并在搜索空间中以一定的速度飞行,该飞行速度由个体的飞行经验和群体的飞行经验进行动态调整。

设:

$\mathbf{x}_i = (\mathbf{x}_{i1}, \mathbf{x}_{i2}, \dots, \mathbf{x}_{id})$  为粒子  $i$  的当前位置;

$\mathbf{v}_i = (\mathbf{v}_{i1}, \mathbf{v}_{i2}, \dots, \mathbf{v}_{id})$  为粒子  $i$  的当前速度;

$P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{id})$  代表粒子  $i$  的最佳适应性值,即  $pbest$ ;

$P_g = (P_{g1}, P_{g2}, \dots, P_{gd})$  代表粒子群的最佳适应性值,即  $gbest$ 。

粒子根据如下的公式来更新自己的速度和新的位置<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{v}_{ij}(t+1) = \mathbf{v}_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)(p_{ij}(t) - \mathbf{x}_{ij}(t)) + c_2 r_{2j}(t)(p_{gj}(t) - \mathbf{x}_{ij}(t)) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_{ij}(t+1) = \mathbf{x}_{ij}(t) + \mathbf{v}_{ij}(t+1) \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{v}_{ij} \in [-v_{\max}, v_{\max}]$ ;  $c_1, c_2$  为加速常数,通常取值  $0 \sim 2$ ;  $r_{1j}, r_{2j}$  是  $(0, 1)$  之间的随机数;  $p_{ij}$  为粒子个体位置最优值,  $p_{gj}$  为群体最优值; 粒子在搜索空间中不断通过自身信息  $p_{ij}$  和群体信息  $p_{gj}$  确定运动的速度和方向,向目标点运动。

目前,有关 PSO 算法的研究大多数以带惯性权重的 PSO 算法为基础进行扩展和修正<sup>[3,8]</sup>。为此,大多数文献将带惯

收稿日期:2007-03-09;修回日期:2007-06-01。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60474030)。

作者简介:徐文龙(1983-),男,江苏南通人,硕士研究生,主要研究方向:进化计算; 须文波(1946-),男,江苏无锡人,教授,博士生导师,主要研究方向:人工智能、计算机控制、嵌入式操作系统、并行计算、模式识别; 孙俊(1972-),男,江苏无锡人,博士研究生,主要研究方向:人工智能、进化计算。

性权重的 PSO 算法称之为标准 PSO 算法 (SPSO)。

### 1.2 QPSO 算法

PSO 是基于种群的进化搜索技术,但是所有基本的和改进的 PSO 算法不能保证算法的全局收敛。因为 PSO 的进化方程式使所有粒子在一个有限的样本空间中搜索。根据粒子群的基本收敛性质,受量子物理基本理论的启发,文献[6]提出的基于量子行为粒子群优化算法 (QPSO) 是对整个 PSO 算法进化搜索策略的改变,并且进化方程中不需要速度向量,而且进化方程的形式更简单,参数更少且更容易控制,搜索能力优于 PSO 算法<sup>[9]</sup>。

为保证算法的收敛性,每一个粒子必须收敛于各自的  $p$  点<sup>[4]</sup>,  $p = (p_1, p_2, \dots, p_d)$ , 第  $i$  个粒子  $p$  点的第  $d$  维坐标为:

$$p = (\varphi_1 \times p_{id} + \varphi_2 \times p_{gd}) / (\varphi_1 + \varphi_2)$$

或者:

$$p = \varphi \times p_{id} + (1 - \varphi) \times p_{gd}; 0 < \varphi < 1 \quad (3)$$

其中:  $\varphi_1 = \text{rand}(0,1)$ ,  $\varphi_2 = \text{rand}(0,1)$ 。

在粒子群中引入了一个全局点  $mbest$  来计算粒子的下一迭代步的变量  $L$ , 它定义为所有粒子的局部最好位置的平均值<sup>[7]</sup>。公式如下:

$$mbest = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_i = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i1}, \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{id} \right) \quad (4)$$

其中:  $M$  是粒子的个数,  $p_i$  是粒子  $i$  的局部最好位置。则  $L$  计算公式如下<sup>[6]</sup>:

$$L(t+1) = 2 \times \beta \times |mbest - x(t)| \quad (5)$$

于是粒子的迭代方程变为:

$$x(t+1) = p - \beta \times |mbest - x(t)| \times \ln(1/u) \quad (6)$$

或者:

$$x(t+1) = p + \beta \times |mbest - x(t)| \times \ln(1/u) \quad (7)$$

其中:  $u = \text{rand}(0,1)$ ,  $\beta$  被称为收缩扩张系数, 调节它的值能控制算法的收敛速度。一般而言,  $\beta$  值在算法运行是从 1.0 线性减小到 0.5 时, 可以达到比较好的效果, 即:

$$\beta = (1.0 - 0.5) \times (MAXITER - T) / MAXITER + 0.5$$

其中,  $MAXITER$  是迭代的最大次数。方程(6)、(7) 被称为具有量子行为的粒子群算法 (QPSO)。

在 QPSO 中, 粒子的状态只须用位置向量来描述, 并且算法中只有一个收缩扩张系数  $\beta$ , 对这个参数的选择和控制在是非常重要的, 它关系到整个算法的收敛性能。

## 2 图像插值模型

设  $x_c(p, q)$  表示二维空间连续图像,  $x(m, n)$  为对  $x_c(p, q)$  抽样得到的数字图像, 其尺寸为  $N \times N$ , 即

$$x(m, n) = x_c(mT_v, nT_h); m, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (8)$$

其中,  $T_v$  和  $T_h$  分别表示垂直和水平方向抽样间隔。当抽样间隔均扩大 4 倍时, 可得到数字图像  $x_{1/4}(m, n)$ :

$$x_{1/4}(m, n) = \frac{1}{16} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 x(4m+i, 4n+j); \\ m, n = 0, 1, \dots, \frac{N}{4} - 1 \quad (9)$$

式(9) 定义了一个从高分辨率图像到低分辨率图像的下

抽样过程  $H$ , 考虑到抽样噪声、量化噪声等因素的存在, 可以建立如下的离散线性空间移不变数学模型<sup>[1]</sup>

$$y_i = H x_i + \eta_i; i = 1, \dots, N \quad (10)$$

其中:  $x_i$  表示第  $i$  行(列) 高分辨率数字图像矢量, 尺寸为  $N^2 \times 1$ ,  $y_i$  和  $\eta_i$  分别表示第  $i$  行(列) 低分辨率数字图像矢量和零均值噪声图像矢量, 尺寸均为  $(N/2)^2 \times 1$ , 矩阵  $H$  表示低通滤波和下抽样, 可表示为

$$H = H_1 \otimes H_1 \quad (11)$$

其中:  $\otimes$  表示 Kronecker 积,  $H_1$  表示一维低通滤波和下抽样, 矩阵大小维  $(N/2) \times N$ ,

$$H_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(10) 中给定低分辨率图像求解高分辨率图像是一个 ill-posed 问题, 通常先转化为一个二次最小化问题, 找到高分辨率图像的最小解  $\hat{x}$ <sup>[2]</sup>

$$\hat{x} = \min f(\hat{x}) \quad (13)$$

$$\text{其中 } f(\hat{x}) = \| \eta \|^2 = \| y - H\hat{x} \|^2 \quad (14)$$

## 3 QPSO 算法在图像插值中的应用

设图像矢量  $\hat{x} = \{x_i | 1 \leq i \leq N\}$  为一个粒子, 其位置向量就是该矢量的各个元素  $x_i$ , 假定  $x_i$  是 0 到 255 之间的整数 (8 b 图像)。

设  $y$  的传统插值图像为  $x_y$ , 则以  $x_y$  为基础, 其每个像素以自身像素值为中心, 在某个范围内上下浮动一个值, 设  $\hat{x}_y$  为浮动后得到的矢量, 这样对  $x_y$  进行若干次随机浮动就会得到新的粒子种群, 它们与  $x_y$  一起构成初始种群。

适应函数是评价图像矢量好坏的标准。由式(14) 知,  $f(\hat{x})$  的值越小,  $\hat{x}$  越好。故将式(14) 作为适应度函数, 但是由于  $H$  的低通性质知, 直接最小化式(14), 其解是不稳定的, 所以本文提出一种方案:

$$f(\hat{x}) = \| y - H\hat{x} \|^2 + \| \lambda (x_y - \hat{x}) \|^2 \quad (15)$$

等式右边第 1 项表示  $\hat{x}$  与低分辨率图像  $y$  之间的保真度, 第 2 项表示与传统插值图像的保真度,  $\lambda$  为高通滤波器, 在本文中取 Laplacian 算子。

插值过程如下:

- 1) 基于传统插值图像初始化种群的每个粒子的位置向量;
  - 2) 计算适应度值, 初始化  $gbest, pbest$   
For  $T = 1: MAXITER$
  - 3) 运用方程(4) 找到  $mbest$
  - 4) 根据式(15) 计算适应度值
  - 5) 更新  $gbest, pbest$
- End

重复过程直到迭代次数满足。

## 4 实验与结果

用本文提出的算法对灰度图像进行插值, 其客观质量通过评价标准进行评判: 均方差 ( $MSE$ ), 峰值信噪比 ( $PSNR$ )。  $PSNR$  反映了插值图像与原图像符合的程度, 一般情况下

$MSE$  愈小,  $PSNR$  愈大, 插值图像质量愈好。

$$MSE = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M [f(i,j) - g(i,j)]^2$$

$$PSNR = 10 \lg \frac{L^2}{MSE}$$

其中:  $M, N$  分别是图像的行数和列数;  $f(i,j)$  和  $g(i,j)$  分别对应原图像与插值图像在点  $(i,j)$  位置上的取值;  $L$  是图像中灰度取值范围, 对 8 比特的灰度图像而言  $L = 255$ 。

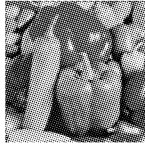


图1 原图 1(128×128)

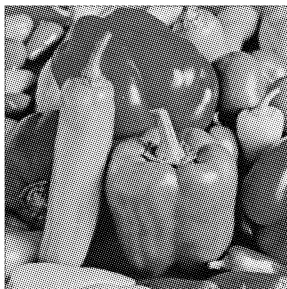


图2 原图 2(256×256)

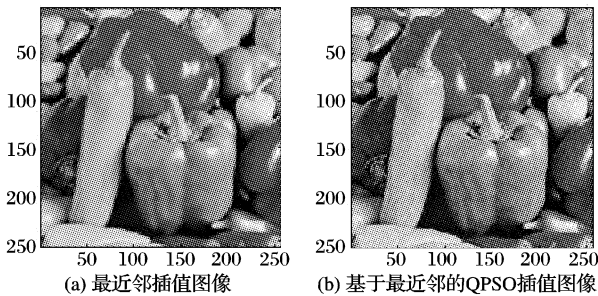


图3 最近邻插值与基于最近邻的 QPSO 插值图像比较

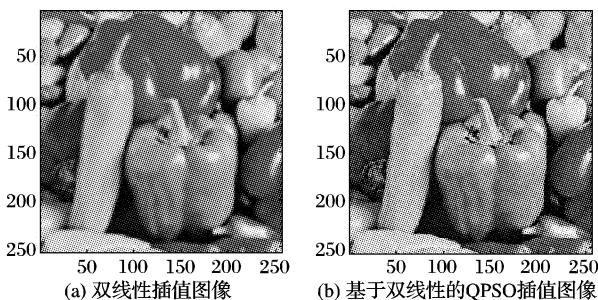


图4 双线性插值与基于双线性的 QPSO 插值图像比较

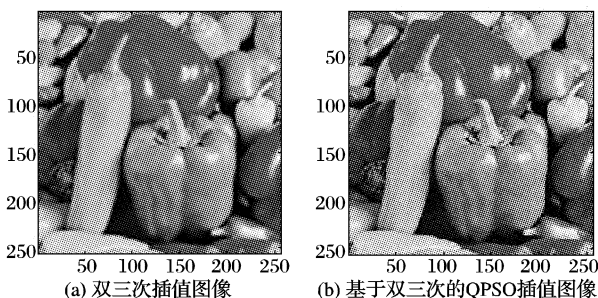


图5 双三次插值与基于双三次的 QPSO 插值图像比较

实验中, 选用分辨率为  $128 \times 128$  的标准测试图像进行测试, 放大的倍数为 2, 式 (15) 作为适应度函数, 算法种群的个

体总数取 20, 控制参数  $\beta$  根据迭代步数设定在  $0.5 \sim 1.0$  之间, 迭代次数为 200。

图 3~5 显示了传统插值图像与对应的 QPSO 算法插值结果, 最近邻与双线性得到的插值图像在边缘有很明显的锯齿现象, 双三次插值有显著的改进, 采用与之对应的 QPSO 算法寻优得到的插值图像要比最近邻与双线性插值在视觉上要略好, 而与双三次插值相当。表 1 显示了不同图像插值后性能的客观比较, 从中可以看出: QPSO 插值方法的客观评价性能指标整体略优于传统插值算法。因此采用 QPSO 插值方法优于传统图像插值, 视觉效果也较理想。

表1 不同图像插值后的峰值信噪比 (dB)

算法名称	Pepper	Lena	Football
最近邻	33.746 9	33.608 6	33.864 6
QPSO(最近邻)	33.889 8	33.810 8	33.903 6
双线性	34.750 1	34.690 9	34.154 5
QPSO(双线性)	35.053 8	34.942 9	34.202 5
双三次	34.890 5	34.757 5	34.164 9
QPSO(双三次)	35.245 0	35.268 7	34.289 1

## 5 结语

本文研究一种基于量子行为的粒子群优化算法的图像插值方法, 该算法利用在以传统插值图像为基础形成的高分辨率图像解空间中, 寻找符合条件的“最优”高分辨率图像估计, 而用本文方法得到的插值图像可以达到较为理想的视觉效果, 图像整体客观性能优于传统图像插值。

## 参考文献:

- [1] JEONG H, JUNG H. Regularized iterative image interpolation and its application to spatially scalable coding [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1998, 44(3): 1042–1047.
- [2] 刘志军, 蔡超, 彭晓明, 等. 一种新颖的基于遗传算法的正则化图像插值方法[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(8): 934–940.
- [3] FRANS V. An analysis of particle swarm optimizes [D]. Pretoria: University of Pretoria, 2001.
- [4] CLERC M. The Swarm and Queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]//The 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC99). Washington: [s. n.], 1999: 1951–1957.
- [5] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]//Proceeding IEEE International Conference on Neural Networks: IV. [S. l.]: IEEE Press, 1995: 1942–1948.
- [6] SUN J, FENG B, XU W. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization [C]//Proceeding 2004 Cybernetics and Intelligent Systems. [S. l.]: IEEE Press, 2004: 111–115.
- [7] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C]//The 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC99). Washington: [s. n.], 1999.
- [8] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer [C]//Proceedings of International Conference on Evolutionary Computation. [S. l.]: IEEE Press, 1998: 69–73.
- [9] SUN J, FENG B, XU W B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]//2004 Congress on Evolutionary Computation (CEC 2004). Portland: [s. n.], 2004: 325–331.