

文章编号:1001-9081(2006)02-0412-03

基于多尺度 Markov 模型的 SAR 图像上下文融合分割方法

熊毅¹, 田铮^{1,2}, 郭小卫³

- (1. 西北工业大学 应用数学系, 陕西 西安 710072;
2. 中国科学院 自动化研究所 模式识别国家重点实验室, 北京 100080;
3. 西北工业大学 计算机科学与工程系, 陕西 西安 710072)
(xyicrazy@126.com)

摘 要:在多尺度 Markov 模型的基础上,提出了一种新的用于 SAR 图像无监督分割的上下文融合分割方法。该方法充分考虑了 SAR 图像分布的统计特性,用基于混合 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型对待分割图像建模,并直接根据待分割图像用迭代条件估计算法来训练模型的参数。然后以上下文向量的形式提出了四种不同的上下文模型,并用这四种上下文模型分别对待分割图像的多尺度图像信息进行自上而下的融合,最终得到四种不同的分割结果。实验表明,该方法进一步提高了 SAR 图像分割结果的精度。

关键词:多尺度 Markov 模型;上下文融合分割;SAR 图像

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

New context-based fused segmentation for SAR imagery based on multiscale markov mode

XIONG Yi¹, TIAN Zheng^{1,2}, GUO Xiao-wei³

- (1. Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnic University, Xi'an Shaanxi 710072, China;
2. National Key Laboratory for Pattern Recognition, Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;
3. Department of Computer Science and Technology, Northwestern Polytechnic University, Xi'an Shaanxi 710072, China)

Abstract: A new unsupervised context-based fused segmentation algorithm for SAR imagery was proposed based on Multiscale Markov model. The method fully considered statistical characterization of SAR imagery and approximated segmented imagery with mixture rayleigh distribution. The model parameters could be straightly trained by iterative conditional estimation algorithm based on segmented image. Then we proposed four different context models to fuse multiscale image information. Finally, four different segmentation separately were obtained. Simulations on synthetic image and SAR imagery indicate that the new approach improves segmentation accuracy.

Key words: multiscale Markov model; context-based fused segmentation; SAR imagery

0 引言

SAR 图像的相干成像原理使得 SAR 图像本身含有大量的斑点噪声,这使传统的光学图像分割方法不再适用于 SAR 图像的分割。在 SAR 图像分割中,文献[1]已经证明 Gauss 分布并不适合用来描述雷达散射波的统计特性,而 Rayleigh 分布的托尾性可以比较精确地描述出 SAR 图像直方图中的托尾现象,更适合于空间分辨率较低,区域较均匀的幅值 SAR 图像的描述。本文根据 SAR 图像的这种统计特性,采用基于混合 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型对 SAR 图像建模。但是现有的多尺度 Markov 模型应用于 SAR 图像无监督分割时,通常只能假定每类均质区域服从 Gauss 分布(对其他一些分布形式 EM 算法无法给出其分布的参数估计,见文献[2]),这样就不能得到较光滑的分割结果。文献[3]针对 Gamma 分布和 K 分布给出了一种 ICE (Iterative Conditional

Estimation)算法来估计隐 Markov 模型的参数,本文把 ICE 算法推广到 Rayleigh 分布下的多尺度 Markov 模型参数估计上,解决了该模型用于无监督分割时的参数估计问题。

基于多尺度 Markov 模型的图像分割通常都是采用 Bayes 估计的方法,Bayes 估计通过最小化后验风险函数 $R(\theta/Y)$ 来估计参数,即: $\hat{\theta}_{Bayes} = \arg \min R(\theta/Y)$ 。其中 Y 为各个尺度上图像数据构成的向量。后验风险 $R(\theta/Y)$ 定义为损失函数关于后验分布 $P(\theta/Y)$ 的条件期望,即: $R(\theta/Y) = E[C(\theta, \hat{\theta})/Y]$,其中 $C(\theta, \hat{\theta})$ 为损失函数。根据损失函数的不同,可以选取不同的分割方法。现在主要有以下三种分割方法: MAP (Maximum A Posterior), MPM (Maximum Posterior Marginal) (见文献[4])和文献[5]中提出的 SMAP (Sequential MAP) 方法。与 MPM 方法相比,MAP 方法的缺点主要在于:损失函数定义的过于严格,往往会使使得粗尺度上相邻像素的相关性增

收稿日期:2005-08-30;修订日期:2005-11-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60375003);航空科学基金资助项目(03153059)

作者简介:熊毅(1981-),男,江西景德镇人,硕士研究生,主要研究方向:统计信号与图像处理、模式识别和多尺度统计建模等;田铮,女,教授,博士生导师,主要研究方向:非线性时间序列分析、非参数统计、小波变换与人工神经网络等智能化信息处理;郭小卫(1971-),男,博士研究生,主要研究方向:多尺度统计建模、信号与图像处理、统计模式识别等。

加,这通常与事实不符;SMAP 方法虽然能得到较好的分割结果,但是计算量相当大;MPM 虽是一种较简单的方法,但是分割结果精度不高。

针对上述分割方法所存在的缺点,本文提出了一种简单有效的 SAR 图像分割新方法。

1 多尺度 Markov 模型及其参数估计

多尺度 Markov 模型是最近发展起来并被应用于图像处理的一种参数统计模型。利用此模型的参数估计算法,可以确定不同尺度上图像信息的分布形式。该模型存在两种数据类型:图像数据 $Y^{(j)} = (y_s)_{s \in S^{(j)}}$ 和对应的隐变量 $X^{(j)} = (x_s)_{s \in S^{(j)}}$, $j = 0, 1, \dots, J$ 。其中 j 表示尺度, $S^{(j)}$ 表示尺度 j 上的节点集。

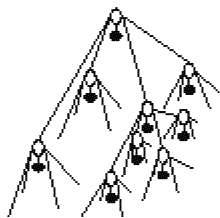


图1 多尺度 Markov 模型的四叉树结构

在本文所涉及的图像分割算法中,多尺度 Markov 模型的隐变量就是指待分割图像类别,因此把隐变量 X 称为类别 X 。图1所示是多尺度 Markov 模型的四叉树结构,其中黑点代表图像数据,白点代表隐状态,每个父节点有四个子节点,且每个子节点的分布都由其父节点的分布确定。需要说明的是图像数据本身之间的联系并不满足一阶 Markov 性,但是每个图像数据的分布由其隐状态唯一确定,并假设在 $X_s = m$ 条件下 Y_s 服从 Rayleigh 分布,即:

$$p(Y_s = y_s / X_s = m) = \begin{cases} \frac{y_s - \mu_{s,m}}{\sigma_{s,m}^2} e^{-\frac{(y_s - \mu_{s,m})^2}{2\sigma_{s,m}^2}}, & y_s \geq \mu_{s,m} \\ 0, & y_s < \mu_{s,m} \end{cases} \quad (1)$$

进一步可以假设图像数据 Y_s 的概率分布为 M 状态的混合 Rayleigh 分布,即: $f(Y_s) = \sum_{m=1, \dots, M} p_{X_s}(m) \cdot p(Y_s = y_s / X_s = m)$, 其中 $\sum_{m=1, \dots, M} p_{X_s}(m) = 1$, M 为待分割图像类别个数。

ICE 算法最初用于隐 MRF 模型的参数估计,文献[3]给出了隐 Markov 模型上的 ICE 算法,本文把这种算法推广到基于 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型上,具体步骤如下:

- 1) 初始化:设定用于第一次迭代的参数初值 $\theta^{(0)}$;
 - 2) 抽样:对后验分布 $p(x/y, \theta^{(i)})$ 进行 K 次抽样,得到 K 个后验现实 x^1, \dots, x^K , 其中 $x^r = (x_s^r)_{s \in S}$, $S = (S_j)$, $j = 0, 1, \dots, J$;
 - 3) 参数更新:
 - a) 根据每一后验现实,求 μ_{mj}, σ_{mj}^2 的矩估计,并计算由所有后验现实得到的估计做平均,得到 μ_{mj}^{i+1} 和 $\sigma_{mj}^{2(i+1)}$, 其中 μ_{mj} , σ_{mj}^2 分别表示尺度 j 上第 m 类节点的样本均值和方差;
 - b) 根据所有后验现实,由频率替换法估计模型的状态概率 $\pi_{mj}^{(i+1)}$ 和状态转移概率 $a_{mkj}^{(i+1)}$, 其中 $\pi_m^{(i+1)} = p(X_s = m / \theta^{(i+1)})$, $a_{mkj}^{(i+1)} = p(X_s = m / X_{\rho(s)} = k, \theta^{(i+1)})$, $\rho(s)$ 表示 s 的父节点, $s \in S^{(j)}$;
 - 4) 判断是否收敛:若收敛,结束,否则转到2)。
- 应用 ICE 算法时须特别考虑:一是每次迭代中抽

样次数 K 的确定, K 越大,估计精度越高,但计算量会随之增加;另一点是收敛性的判断,因为采用的是 Monte Carlo 方法,因此估计的序列 $\theta^{(i)}$ 不可能收敛到某一点,通常的判断方法是经若干次迭代后,后续的迭代得到的 $\theta^{(i)}$ 总在某个 θ^* 附近波动,即可视为收敛。

2 基于多尺度 Markov 的图像融合分割

本文采用的是一种无监督的上下文多尺度融合分割方法,各个尺度上的图像信息均用混合 Rayleigh 分布来拟合。进行上下文融合分割必须要用到上下文模型,对 SAR 图像的多尺度融合分割而言,上下文模型的选取是至关重要的,不同的上下文模型会得到不同的分割结果。

2.1 上下文模型

本文在文献[6]、[7]的基础上提出了四种上下文模型(见图2),并就其中的一种上下文模型详细介绍了其在 SAR 图像多尺度融合分割中的应用。对上下文模型而言,它的上下文信息来自于尺度间邻域上节点的分类情况。例如:对 $\forall s \in S^{(j)}$, 该节点上的上下文信息可以用一个上下文向量 $V_s = \{P, NP, N\}$ 表示,其中 $P = X_{\rho(s)}$, $NP = X_{l(s)}$, $N = X_{h(s)}$, $l(s)$ 表示包含 $\rho(s)$ 在内的以 $\rho(s)$ 为中心的 3×3 的窗口, $h(s)$ 表示包含 s 在内的以 s 为中心的 3×3 的窗口, NP 表示 $l(s)$ 中大多数节点类别, N 表示 $h(s)$ 中大多数节点类别。需要说明的是包含更大窗口的上下文模型一般不被采用,因为这种上下文模型不但增加了计算量,而且会导致分割区域过分光滑,丢失图像的细节信息,从而影响分割效果。

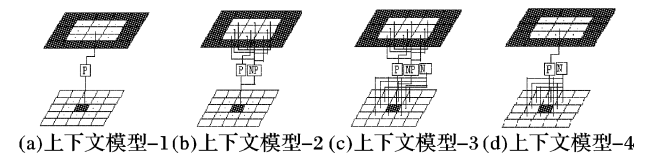


图2 四种上下文模型

2.2 基于上下文模型-2的融合分割方法

在用 ICE 算法估计基于混合 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型的参数过程中,可以得到每一尺度上各个节点的似然函数值 $\beta_s(m) = f(\tau_s / X_s = m)$, $s \in S^{(j)}$, τ_s 表示以 s 为根节点的子树。这一结果在多尺度融合分割算法中将会被用到。图3所示是引入上下文模型-2之后多尺度 Markov 模型关于某一节点的上下文模型,其中 $V_s \rightarrow X_s \rightarrow Y_s$ 构成一个一维的 Markov 链。这时上下文向量可表示成 $V_s = \{P, NP\}$, 且 $V_s \rightarrow X_s \rightarrow Y_s$ 满足一阶 Markov 性。由于 τ_s 是以 Y_s 为根结点的图像数据构成的子树,根据多尺度 Markov 模型的性质不难得出 $V_s \rightarrow X_s \rightarrow \tau_s$ 亦满足一阶 Markov 性。

本节在 MPM 分割方法的基础上,结合上下文模型-2给出了一种 SAR 图像的多尺度上下文融合分割方法,具体如下:

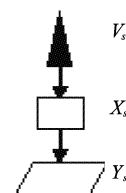


图3 多尺度 Markov 模型上关于节点 s 的上下文模型

在 Bayes 方法中,像素类别的选取是通过极大化后验概率率确定的,即:

$$X_s = \arg \max_{x_s \in \{1, \dots, M\}} p(x_s/y) \quad (2)$$

其中, $p(x_s/y) = \frac{f(y/x_s)p(x_s)}{f(y)}$ 。对于尺度 j 上的类别向量 $X^{(j)}$ 而言, 其后验概率为:

$$\begin{aligned} p(X^{(j)}/\tau^{(j)}) &= \frac{f(\tau^{(j)}/X^{(j)})p(X^{(j)})}{f(\tau^{(j)})} \\ &= \frac{p(X^{(j)})}{f(\tau^{(j)})} \prod_{s \in S^{(j)}} f(\tau^{(j)}/X_s^{(j)}) \end{aligned} \quad (3)$$

引入上下文向量 $V^{(j)} = (V_s^{(j)})_{s \in S^{(j)}}$ 后, 上式可改写成:

$$\begin{aligned} p(X^{(j)}/\tau^{(j)}, V^{(j)}) &= \frac{f(\tau^{(j)}/X^{(j)})p(X^{(j)}/V^{(j)})}{f(\tau^{(j)}/V^{(j)})} \\ &= \frac{\prod_{s \in S^{(j)}} f(\tau^{(j)}/X_s^{(j)})p(X_s^{(j)}/V_s^{(j)})}{f(\tau^{(j)}/V^{(j)})} \end{aligned} \quad (4)$$

故而有:

$$p(X_s^{(j)}/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)}) \propto f(\tau_s^{(j)}/X_s^{(j)})p(X_s^{(j)}/V_s^{(j)}) \quad (5)$$

在 SAR 图像的上下文多尺度融合分割方法中, 就是利用关于上下文向量的后验概率 $p(X_s^{(j)}/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)})$ 作为分类器来判断 SAR 图像多尺度结构上各个节点的类别。(5) 中的 $f(\tau_s^{(j)}/X_s^{(j)})$ (也就是似然函数 $\beta_s^{(j)}(m)$, 其中 $s \in S^{(j)}$) 在参数估计阶段可以利用 ICE 算法计算得到, 而根据 Bayes 公式有:

$$p(X_s^{(j)}/V_s^{(j)}) = \frac{p(V_s^{(j)}/X_s^{(j)})p(X_s^{(j)})}{p(V_s^{(j)})} \quad (6)$$

故而可以通过计算 $p(V_s^{(j)}/X_s^{(j)})$ 和 $p(X_s^{(j)})$ 来代替 $p(X_s^{(j)}/V_s^{(j)})$ 的计算。又由于多尺度结构上的每一尺度的各节点的统计特性比较相似, 所以可令 $\alpha_{j, \bar{v}_{k, m}} \triangleq p(V_s^{(j)} = \bar{V}_k/X_s^{(j)} = m)$, $e_{j, m} \triangleq p(X_s^{(j)} = m)$, 其中 $s \in S^{(j)}$, $k \in \{1, \dots, N_V\}$, $N_V = M \times M$ 。由这两个参数和 $\beta_s^{(j)}(m)$ 就可以构造关于后验概率 $p(X_s^{(j)}/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)})$ 的目标函数:

$$p(X_s^{(j)} = m/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)}) = \frac{e_{j, m} \alpha_{j, \bar{v}_{k, m}} \beta_s^{(j)}(m)}{\sum_{m=1}^M e_{j, m} \alpha_{j, \bar{v}_{k, m}} \beta_s^{(j)}(m)} \quad (7)$$

据此我们可提出基于多尺度 Markov 模型的 SAR 图像上下文融合无监督分割算法:

- 1) 选取某一尺度 j 进行多尺度融合, 利用 MPM 估算 $j+1$ 尺度上的各节点分类;
- 2) 初始化多尺度融合分割的参数 $\alpha_{j, \bar{v}_{k, m}}$ 和 $e_{j, m}$, 并利用上一粗尺度分割的结果得到上下文向量 $V_s^{(j)}$;
- 3) 根据(7)式计算尺度 j 上各个节点的上下文后验概率 $p(X_s^{(j)}/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)})$;
- 4) 根据 3) 的结果更新 $\alpha_{j, \bar{v}_{k, m}}$ 和 $e_{j, m}$;
- 5) 判断后验概率 $p(X_s^{(j)}/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)})$ 的收敛情况。若收敛, 则转到 6), 否则转到 3);
- 6) 根据 $X_s^{(j)} = \arg \max_{m \in \{1, \dots, M\}} p(X_s^{(j)} = m/\tau_s^{(j)}, V_s^{(j)})$ 对尺度 j 上的所有节点分类;
- 7) 如果 $j = 0$, 则停止, 否则令 $j = j-1$, 转到 2)。

3 实验结果与分析

首先对一幅合成的纹理图像采用本文所介绍的四种上下文模型进行上下文融合分割(无监督), 各个尺度上的图像信息采用混合 Gauss 分布拟合(参数估计算法见文献[8]), 并与基于多尺度 Markov 模型的 MPM 无监督分割方法(未融合)比较, 给出分割结果的错分率评价标准。在此基础上进

一步分析每种上下文模型的特点, 并把关于这些上下文模型的多尺度融合方法进一步用于 SAR 图像的分割上。图 4 是一幅人工合成的纹理图像(包含三类纹理)和该纹理图像的真实分割(GRT, Ground truth)以及 MPM 无监督分割结果。图 5 是采用不同上下文模型基于 Gauss 分布的多尺度融合的分割结果。



图 4 包含三类不同纹理的结果

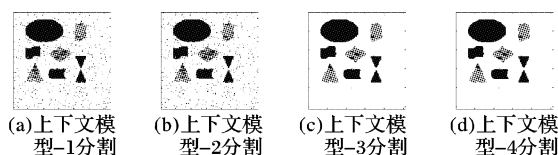


图 5 不同上下文模型分割结果

表 1 给出了采用不同上下文模型和 MPM 估计(无监督)对合成图像分割的错分率。由实验结果可知: 经上下文模型多尺度融合的分割结果较 MPM 无监督分割(未融合)的结果好, 这说明本文所提出的上下文融合方法是一种十分有效的图像分割方法; 上下文模型-1、2 对包含大块均质区域图像的分割效果不如上下文模型-3、4, 且上下文模型-1、2 和上下文模型-3、4 在融合分割中分别具有相似的作用。

表 1 不同上下文模型与 MPM 无监督分割的错分率(%)

	MPM 估计	上下文	上下文	上下文	上下文
	(无监督)	模型-1	模型-2	模型-3	模型-4
纹理 1	15.73	8.00	8.01	0.94	0.95
纹理 2	0.23	2.62	2.62	0.19	0.19
纹理 3	31.60	25.80	25.49	17.44	17.93

为了进一步说明本文在 SAR 图像分割中使用基于 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型的合理性, 为此我们把它与基于 Gauss 分布的多尺度 Markov 模型的分割结果进行比较。图 6 给出了一幅 256×256 的单视 SAR 图像与基于 Gauss 分布和 Rayleigh 分布的 MPM 分割结果, 图 7(a) 和 (b) 分别给出了这四种上下文模型基于 Gauss 分布和基于 Rayleigh 分布的融合分割结果(融合初始尺度为 $j=2$, 且 $K=10$)。

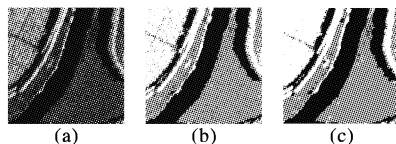


图 6 256×256 的单视 SAR 图像分割结果

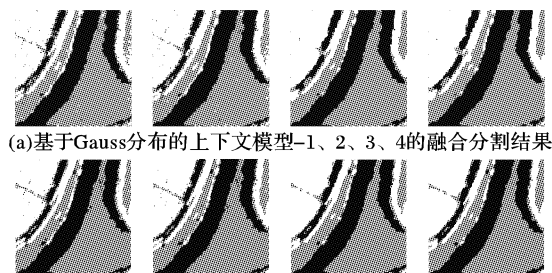


图 7 不同上下文模型多尺度融合的分割结果

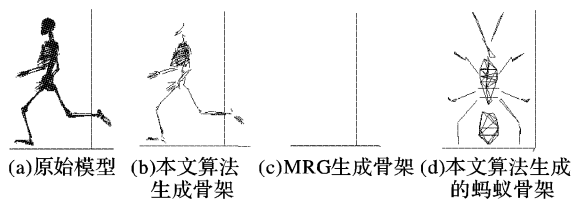


图5 骨架

表1 实验结果

模型	顶点数	边长 阈值	基本点 范围阈值	最大 分辨率	计算时间	MRG 处理时间
猪	3 522	0.7	1	16	6.422s	9.531s
牛	2 904	0.7	1	16	5.078s	7.5s
马	48 485	0.7	1	16	144.422s	296.172s
蚂蚁	298	0.7	1	16	0.531ss
鹰	16 542	0.7	2	16	44.828s	94.125s
骨架	2 873	0.7	1	16	5.937s

上述实验均在: p4 2. 8G, 504M RAM, 操作系统 winxp professional 上进行。模型缩放至对角线长为 3 的包围盒范围内, 其中的计算时间包括: 模型载入、预处理、计算顶点 μ 值、骨架生成。MRG 处理时间是本文作者实现的 MRG 算法处理时间。蚂蚁和骨架的计算对 MRG 而言没有意义。

时间复杂度决定于计算模型顶点的 μ 值, 它的时间复杂度为 $O(\lg(n) * n^2)$, 这是考虑到模型出现了不连通的情况, 虽然表面上比 MRG 多了一重循环, 但因为设定了顶点的处理标志进行循环判断, 实际时间接近 $O(\lg(n) * n)$ 。

4 结语

MRG 方法的一些处理步骤较长, 不能处理包含多个连通分量的模型, 本文算法对它进行了改进, 提高了处理速度, 并且能够处理多于一个连通分量的情况。我们的下一步工作将是采用生成的骨架作为模型的特征值对模型进行检索, 实现

三维检索系统。

参考文献:

- [1] OSADA R, FUNKHOUSER T, CHAZELLE B, *et al.* Shape Distributions[J]. ACM Transactions on Graphics. 2002, 21(4): 807 - 832.
- [2] KAZHDAN M, FUNKHOUSER T, RUSINKIEWICZ S. Rotation Invariant Spherical Harmonic Representation of 3D Shape Descriptors [A]. Symposium on Geometry Processing[C]. 2003.
- [3] JIANTAO P, LIU Y, XIN GY, ZHA HB, *et al.* 3D Model Retrieval Based on 2D Slice Similarity Measurements[A]. 3D Data Processing, Visualization, and Transmission, 2nd International Symposium on (3DPVT'04)[C]. Thessaloniki, Greece, 2004. 6 - 9.
- [4] LEYMARIE FF, KIMIA BB. The Shock Scaffold for Representing 3D Shape[A]. 4th International workshop on visual form Capri[C]. Italy, ToC of Proceedings, 2001. 28 - 30.
- [5] SUNDAR H, SILVER D, GAGVANI N, *et al.* Skeleton Based Shape Matching and Retrieval[A]. International Conference on Shape Modeling and Applications[C]. 2003 Seoul, Korea, 2003. 12 - 15.
- [6] HILAGA M, SHINAGAWA Y, KOHMURA T, *et al.* Topology Matching for Fully Automatic Similarity Estimation of 3D Shapes [A]. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques table of contents[C]. 2001. 203 - 212.
- [7] BESPALOV D, REGLI WC, SHOKOUFANDEH A. Reeb Graph Based Shape Retrieval For CAD[A]. Proceedings of DETC 03, 2003 ASME Design Engineering Technical Conferences[C]. Chicago, Illinois USA, 2003. 2 - 6.
- [8] TUNG T, SCHMITT F. Augmented Reeb Graphs for Content - based Retrieval of 3D Mesh Models[A]. 2004 International Conference on Shape Modeling and Applications(SMI 2004)[C]. 7 - 9 June Genova, Italy, 2004. 157 - 166.

(上接第 414 页)

由上述试验结果不难看出: 无论采用哪种上下文模型进行多尺度融合, 其分割效果都好于相同分布下未经融合的 MPM 分割, 且 Rayleigh 分布的融合结果要好于 Gauss 分布的融合结果; 上下文模型-1、2 能够较好的保留图像的细节信息, 但对大块均质区域分割不够光滑; 上下文模型-3、4 能够较好的分割大块均质区域, 但同时会丢失图像的细节信息。

4 结语

本文采用小波变换的方法来生成图像的多尺度数据结构, 得到了一个由二维数据块组成的多尺度数据结构, 并以此数据来对待分割图像建模。在本文所做的工作中, 以上下文向量的形式考虑了尺度间分割结果的相互影响, 进一步提高了多尺度图像分割的精度。在基于混合 Rayleigh 分布的多尺度 Markov 模型基础上首次提出四种不同的上下文模型来融合待分割图像多尺度结构上的图像信息, 并最终得到各自的分割结果。在实际应用中, 应根据待分割图像的特点选取较适合的上下文模型进行融合分割。

参考文献:

- [1] CHITROUB S. Statistical characterization and modeling of SAR images[J]. Signal Processing, 2002, 82: 69 - 92.
- [2] 郭小卫. SAR 图像处理的多尺度 Markov 模型方法研究[D]. 西

安: 西北工业大学计算机科学与工程系, 2004.

- [3] FJORTOFT R, DELIGNON Y, PIECZYNSKI W, *et al.* Unsupervised classification of radar image using hidden Markov chains and hidden Markov random fields[J]. IEEE Trans Geoscience and Remote sensing, 2003, 41(3): 675 - 686.
- [4] MARROQUIN J, MITTER SK, POGGIO T. Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision[J]. J Amer. Stat Assoc. 1987, 82(3): 76 - 89.
- [5] BOUMAN CA, SHAPIRO M. A multiscale random field model for Bayesian image segmentation[J]. IEEE Trans Image Proc. 1994, 3: 162 - 177.
- [6] CHOI H, BARANIUK RG. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden markov models[J]. IEEE Trans. Image Proc. 2001, 10: 1309 - 1321.
- [7] CHOI H, BARANIUK RG. Image segmentation using wavelet-domain classification[J]. Proceedings of SPIE technical conference on Mathematical Modeling, Bayesian Estimation and Inverse problems, 1999, 3816: 306 - 320.
- [8] CROUSE MS, BARANIUK RG. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models[J]. IEEE Trans. Signal Proc. 1998, 46: 886 - 902.
- [9] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.