

文章编号:1001-9081(2005)11-2609-03

## 一种高效的混合曲面光顺算法

杨长春,倪彤光

(江苏工业学院 计算机科学与工程系,江苏 常州 213016)

(hbxnttg-12@163.com)

**摘 要:** 三维扫描技术的发展获得曲面采样数据不再困难,但得到的三角形网格常含有大量噪声。应用顶点分类的方法,提出了一种加权均值滤波与拉普拉斯光顺相结合的混合算法。实验结果表明,该算法既能有效去除噪声,而且很好地保留了原网格模型的特征信息。

**关键词:** 曲面光顺;三角形网格;拉普拉斯光顺

**中图分类号:** TP391.72 **文献标识码:** A

## Efficient hybrid algorithm for mesh smoothing of surfaces

YANG Chang-chun, NI Tong-guang

(Department of Computer Science and Technology, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou Jiangsu 213016, China)

**Abstract:** With the development of 3D scanning technologies, there are no difficulties in surfaces sampling, but the meshes have too much noise. With the method of classifying the mesh vertices, a hybrid algorithm combined weighted median method and Laplacian method was presented. Experiment results show that the algorithm is efficient and the features of the original mesh can be preserved perfectly.

**Key words:** fair surface design; triangular meshes; Laplacian method

目前,三角网格是 3D 扫描设备获取的复杂模型最普遍的表达方式。然而,由于三维扫描设备本身的物理特性,无论怎么设计扫描处理过程,获取的数据不可避免地存在测量误差与噪声,难以被直接应用。其他 3D 数据,比如用 MRI 和 CT 设备获取的数据,也存在同样的问题。为了提高网格质量,便于后续处理,需要对这些三角形网格进行除噪,去除数据噪声的操作通常称为光顺。在 1995 年, Taubin<sup>[1]</sup> 将拉普拉斯算子扩展到三角形网格模型,并在此基础上为网格曲面设计了各种多项式线性滤波器,较好地解决了网格曲面的磨光问题。而在信号和图像处理方面已经有着成熟应用的噪声抑制技术——均值、中值滤波,也被引入到网格光顺领域。

### 1 基于滤波原理的曲面光顺

网格曲面滤波原理是低通滤波的方法,就是把三角形顶点视为具有方向的离散信号,对这些离散信号进行低通处理,将高于给定频率的部分除去,低于的部分保留。

Yagou<sup>[2]</sup> 认为可以将对网络的滤波操作看作对网格每个顶点位置做一个迭代的更新操作:

$$P_{new} = P + \lambda D(P) \quad (1)$$

其中  $\lambda$  为步长参数,  $D(P)$  为偏移向量。

#### 1.1 基于 Laplacian 光顺算子的光顺算法

Laplacian 光顺算子最早是 1995 年 Taubin 等人提出的<sup>[1]</sup>。通过离散近似后, Laplacian 光顺算子可以作为离散曲面光顺处理方法。它的原理是通过迭代计算调整多边形网格模型的顶点,最终到达各个顶点的邻接顶点的中心位置。

Laplacian 光顺算子就是用下式代替(1)式中的  $D(P)$  :

$$U(P) = \frac{1}{n} \sum_{Q_i \in N_1(P)} Q_i - P \quad (2)$$

其中  $P$  是一个网格顶点,  $N_1(P) = \{Q_0, Q_1, \dots, Q_{n-1}\}$

是  $P$  的邻接顶点集合(图 1)。

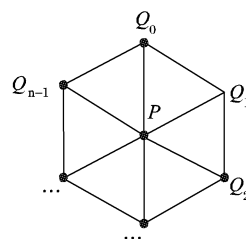


图 1 点 P 与其邻接顶点

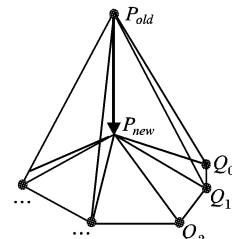


图 2 点 P 位置的调整

Laplacian 光顺算子是光顺算法中最简单的方法,它能够光顺大型的多边形网格,不需要求解复杂的优化方程组,而只是对网格不断地施以 Laplacian 算子进行磨光迭代,在时间和空间上仅具有线性复杂度。

基于 Laplacian 光顺算子的光顺方法优点是线性系统,算法简单,运算速度快;但缺点是需要多次迭代才能达到光顺效果,容易导致过光顺、体积收缩的情况。这方面的改进方法有 Taubin 等人的  $\lambda | \mu$  方法<sup>[1]</sup>、双 Laplacian 法<sup>[3]</sup>和 Vollmer 等人的 HC 算法<sup>[4]</sup>。

#### 1.2 面片法向均值滤波算法

均值滤波是图像处理中噪声抑制简单而有效的工具。简单地说,均值滤波器是把像素值取为周围一圈像素的算术平均值。Yagou<sup>[5]</sup> 将其推广到网格光顺的应用中,得到了很好的结果。在均值滤波方法的迭代算法中,(1)式中  $D(P)$  由(3)式代替:

$$D(P) = \frac{1}{\sum_{T \in N(P)} A(T)} \sum_{T \in N(P)} A(T) v(T) \quad (3)$$

$$v(T) = \text{dot}(\vec{PC}, m(T)) m(T) \quad (4)$$

收稿日期:2005-05-10;修订日期:2005-07-22

作者简介:杨长春(1963-),男,江苏泰兴人,硕士,主要研究方向:软件工程、数据库应用技术;倪彤光(1978-),男,河北邢台人,硕士,主要研究方向:计算机图形学、虚拟现实。

$$m(T) = \frac{1}{\sum_{S \in N(T)} A(S)} \sum_{S \in N(T)} A(S) n(S) \quad (5)$$

其中  $A(T)$  为三角形  $T$  面积,  $N(P)$  为以  $P$  为顶点的三角形面片的集合,  $v(T)$  是向量  $\overrightarrow{PC}$  在  $m(T)$  方向上的投影(图4),  $m(T)$  为  $T$  面积加权平均法向量,  $n(S)$  为  $S$  的单位法向量。

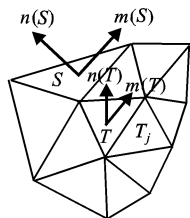
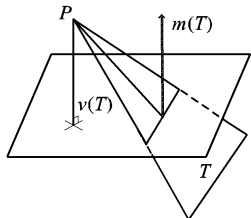
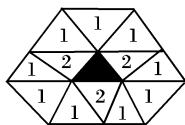
图3 网格三角形  $T, S$  与法向量

图4 网格顶点的更新

### 1.3 加权均值滤波算法

加权均值滤波算法<sup>[6]</sup>考虑到与三角形  $T$  邻接的三角形对  $T$  的法向贡献是不同的, 对这些邻接三角形的法向量乘以不同的权重(图5)。

图5  $T$  的邻接三角形权值分布, 黑色为三角形片  $T$ 

从图5可以看出有3个三角形面片与  $T$  有共同边, 有9个三角形面片与  $T$  有共同顶点, 这两类三角形对  $T$  法向均值的贡献是不同的, 给予它们不同的权值后, 公式(5)修改为:

$$m(T) = \frac{1}{\sum_{S \in N_1(T)} A(S) + \sum_{S \in N_2(T)} 2A(S)} \left( \sum_{S \in N_1(T)} A(S) n(S) + \sum_{S \in N_2(T)} 2A(S) n(S) \right) \quad (6)$$

其中  $N_1(T)$  为权值为1也就是与  $T$  有共同顶点的三角形集合,  $N_2(T)$  权值为2也就是与  $T$  有共同边的三角形集合。

## 2 基于顶点预测的光顺算法

浙江大学的胡国飞等人采用了一种三步顶点预测的方法<sup>[7]</sup>。三步预测是指利用两次双边滤波器(SOT和FOV)和一次准Laplacian滤波来三步预测顶点。根据顶点的二阶邻域(SOT)三角形, 一阶邻域(FOV)顶点以及顶点本身预测新点。该算法有效排除了二阶邻域以外噪声对它的干扰, 通过顶点局部邻域的几何信息来预测顶点, 这样既能有效地剔除噪声又能保持网格的凹凸特征。下面是详细的三步说明:

1) SOT 光顺。将顶点投影到其二阶邻域三角形所在平面上, 再把所得投影点的加权平均作为该顶点的估计, 对于变化平滑的特征, 将产生过估计, 对于突变的噪声, 会导致欠估计。最后使得凹凸特征放大, 而噪声被削弱。

2) 基于 FOV 预测顶点。沿顶点的法线方向, 以平均曲率为权值, 移动各顶点, 使得模型表面趋于最小曲面。FOV 预测将使得噪声点快速调整到符合局部领域变化趋势的曲面上。

3) 准Laplacian 光顺。噪声点对于原始网格数据来讲毕竟只占小部分, 为了减小第一步处理对大部分正常顶点位置的估计误差, 我们取原顶点和第一次预测位置的加权平均作第二次估计, 称之为准Laplacian 光顺。

三步顶点预测的方法算法特点是, 无需迭代; 避免过光顺和特征加强; 算法简单, 运算速度快。

### 3 特征保持的均值滤波算法

上面讨论的滤波光顺方法都有适用范围, 比如对于表面

特征不丰富的曲面模型, 均值滤波的效果最好, 效率最高。如何能更好地区分噪声和特征, 有效地剔除噪声又能保持网格的特征信息是曲面光顺迫切需要解决的问题。

胡国飞等人<sup>[7]</sup>对噪声和特征进行了比较研究, 认为噪声是孤立的顶点扰动是噪声, 因为它只牵涉到一阶邻域三角形的局部几何变形; 特征是顶点及其一阶邻域顶点沿同一方向波动, 且与其二阶邻域三角形的形状变化趋势一致, 是一种三角网格的局部特征。

我们考虑通过邻域三角形的形状变化趋势将特征顶点与其他顶点分开考虑, 通过对网格顶点分类加权处理, 将顶点区分为特征顶点和非特征顶点两部分, 对于非特征顶点的偏移量要远大于特征顶点的, 这样光顺操作很好地保持了原曲面的特征信息。在偏移量的计算中, 综合加权均值滤波和Laplacian 光顺方法, 加权滤波主要效果在去除噪声上, Laplacian 光顺主要用来使三角形面片更加均匀。通过这样的混合光顺方法, 算法执行结果比较令人满意。

#### 3.1 网格顶点分类处理

在1999年, Guskov 提出了用SOD (Second Order Difference) 法计算三角形网格每条边  $e$  的权重<sup>[8]</sup>:

$$w(e) = \cos\left(\frac{n_e(T_i)}{\|n_e(T_i)\|} \cdot \frac{n_e(T_j)}{\|n_e(T_j)\|}\right)^{-1} \quad (7)$$

其中  $n_e(T_i)$  和  $n_e(T_j)$  分别为与边  $e$  相邻的三角形面片  $T_i$  和  $T_j$  的单位法向量(图6)。

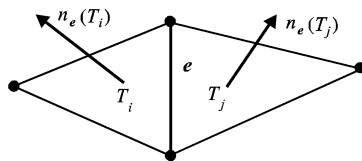


图6 SOD 方法示意图

SOD 法计算边的权重时考虑到了与该边相邻的三角形的情况, 反映了一定邻接区域内的曲面形状变化趋势。

进行加权处理后, 如果边  $e$  的权大于一个给定的阈值, 则认为它属于特征边集合, 否则属于普通边集合。再根据边的分类, 给出顶点的分类: 若顶点  $P$  在特征边上, 表示  $P$  为特征顶点, 则代表该顶点的特定值  $\alpha_p = 1$ ; 若不在特征边上, 表示  $P$  为普通顶点,  $\alpha_p = 0$ 。

#### 3.2 特征保持的混合光顺方法

对前面介绍的加权均值滤波方法进行修改, (1)式的  $D(P)$  由(8)式代替, 其他与加权均值滤波方法相同。

$$D(P) = e^{-\eta \cdot \alpha_p} (D(P_{old}) + (H(P_{old}))) \quad (8)$$

其中  $\eta$  为一个相对较大的正数,  $D(P_{old})$  由加权均值滤波方法计算,  $P_{old}$  为  $P$  更新前位置,  $H(P_{old})$  为顶点  $P$  在调整前Laplacian 光顺矢量在其切平面上的分量, 由下面公式计算:

$$H(P_{old}) = U(P_{old}) - (n(P_{old}) \cdot U(P_{old})) \cdot U(P_{old}) \quad (9)$$

其中  $U(P_{old})$  为  $P$  调整前的Laplacian 光顺矢量, 点  $P_{old}$  的单位法矢量  $n(P_{old})$  由下面的公式(10)求出:

$$n(P_{old}) = \frac{\sum_{S \in N(P_{old})} A(S) n(S)}{\sum_{S \in N(P_{old})} A(S)} \quad (10)$$

通过上面对加权均值滤波方法所做的修改, 使得对曲面进行光顺处理时充分考虑到了局部变化趋势的影响, 区分了特征顶点, 在有效去除噪声的同时很好地保持了曲面的特征信息。

#### 3.3 误差分析

目前模型形状越来越复杂, 包含的三角形面片数目也越来

越多,为了节约时间我们采用了一种最简单的误差估计方法。

给定网格  $M$ , 位置误差公式为:

$$\varepsilon_v = \sum_{P \in M} \|P - P'\|^2 \quad (11)$$

法向误差公式为:

$$\varepsilon_n = \sum_{P \in M} \|n(T) - n(T')\|^2 \quad (12)$$

#### 4 实验结果

利用本文的混合光顺方法,在 P4 微机上对 seashell 模型曲面进行测试,微机配置 CPU 为 1.7G,内存为 256M,测试结果如图 7 所示,结果表明在算法运行效率和光顺效果上本文算法都优于其他两种方法。

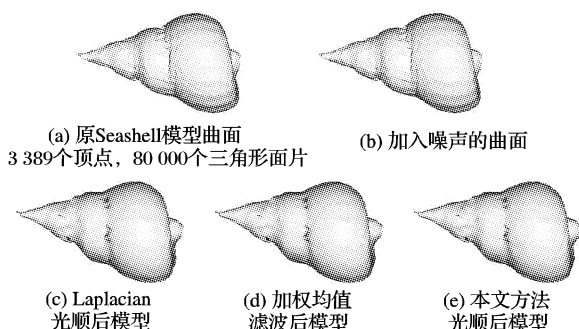
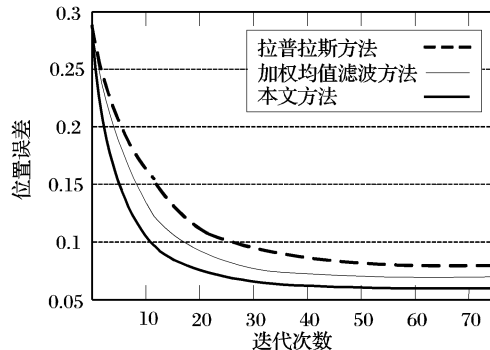


图 7 seashell 模型光顺效果比较

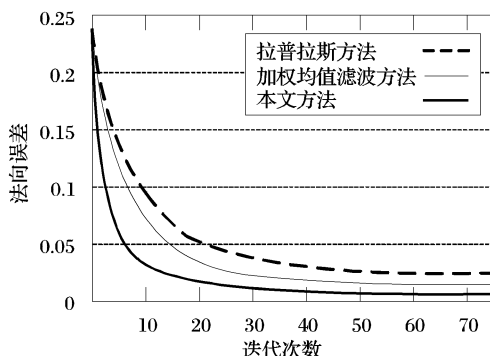
图 8 是 seashell 模型的位置误差和法向误差分析,可以看出本文算法要比其他两种方法的误差小。

#### 参考文献:

- [1] TAUBIN G. A Signal Processing Approach to Fair Surface Design [A]. Proceedings of Siggraph 1995 [C], 1995. 351 - 358.
- [2] YAGOU H, BELYAEV A, WEI D. Mesh Median Filter For Smoothing 3-D Polygonal Surface [A]. Cyber Worlds 2002 [C]. Tokyo, Japan, 2002. 06 - 08.
- [3] KOBELT L, CAMPAGNA S, VORSATZ J, et al. Interactive Multi-resolution modeling on arbitrary meshes [A]. Proceedings of ACM SIGGRAPH98 [C], 1998. 105 - 114.
- [4] VOLLMER J, MENCL R, MÜLLER H. Improved Laplacian Smoothing of Noisy Surface Meshes [A]. Proceedings of Eurographics 1999 [C], 1999.
- [5] YAGOU H, OHTAKE Y, BELYAEV A. Mesh Smoothing via Mean and Median Filtering Applied to Face Normals [A]. Geometric Modeling and Processing IEEE [C], 2002. 124 - 131.
- [6] ARCE G, PAREDES J. Image enhancement and analysis with weighted medians [A]. MITRA SK, SICURANZA GL, ed. Nonlinear Image Processing [C]. Academic Press, 2001.
- [7] HU GF, PENG QS, FORREST AR. Robust Mesh Smoothing [J]. Journal of Computer Science & Technology, 2004, 19(4): 521 - 528.
- [8] GUSKOV I, SWELDENS W, SCHRODER P. Multiresolution singular processing for meshes [A]. Proceedings of SIGGRAPH99 [C], 1999. 325 - 334.



(a) Seashell 模型位置误差分析



(b) Seashell 模型法向误差分析

图 8 模型误差分析

(上接第 2605 页)

表 2 目标跟踪实验结果(晚上)

图像序号	帧内相关置信度	目标当前坐标	目标位移量
1	0.857	(76, 80)	(0, 0)
2	0.666	(96, 80)	(20, 0)
3	0.700	(96, 88)	(0, 8)
4	0.642	(120, 80)	(24, -8)
5	0.555	(112, 84)	(-8, 4)
6	0.606	(76, 80)	(-36, -4)

其中,目标当前坐标表示根据图像匹配的结果,得到的目标在当前实时图像中的位置;目标位移量表示目标在当前实时图像中相对于上一帧实时图像的位移值。

从实验结果分析可知,系统运行良好,跟踪目标没有出现大的偏差,基本上始终处于图像视野的中央位置,运动轨迹没有出现振荡,达到了机器人视觉导航的目的。

#### 6 结语

本文设计的算法充分利用了彩色图像的特征,对传统的

SSDA 作了改进,在图像匹配的过程中引入了颜色分量权重系数,提高了图像匹配的精度。同时,采用分层搜索和模板自适应更新的策略,并给出了公式计算加权模板修正算法中的加权系数,克服了传统的按照经验取值的缺点。因此,该算法具有很强的实时性和鲁棒性,并能够应用于嵌入式系统这样的实时环境中,是一种快速有效的彩色图像匹配算法。

#### 参考文献:

- [1] 付永会, 张凤超, 张宪民. 一种改进的基于颜色直方图的实时目标跟踪算法 [J]. 数据采集与处理, 2001, 16(3): 309 - 314.
- [2] 钟志光, 卢君, 刘伟荣. Visual C++ .NET 数字图像处理实例与解析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [3] GIACHETTI A. Matching Techniques to Compute Image Motion [J]. Image and Vision Computing, 2000, 18: 247 - 260.
- [4] 吉书鹏, 丁晓青. 机载多传感器实时图像跟踪系统研究 [J]. 红外技术, 2002, 24(7): 20 - 23.
- [5] 米长伟, 刘晓利, 徐明友. 基于 SSDA 的改进算法 [J]. 弹箭与制导学报, 2004, 24(1): 85 - 87.
- [6] 张帆, 高富强, 顾兴海. 嵌入式系统在机器人视觉中的应用 [J]. 自动化仪器与仪表, 2005, (1): 38 - 39, 47.