

文章编号:1001-9081(2006)09-2092-03

## 基于洛伦兹信息度量的三维曲面相似性判别

丰五英, 平西建, 苗 良  
(信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450002)  
(fengwuyingnn@163.com)

**摘 要:**针对立体赤足迹身份鉴别的需要,提出了一种基于洛伦兹信息度量的三维曲面相似性判别方法。以高斯曲率和法向量为随机变量,将洛伦兹曲线扩展为三维,得到洛伦兹曲面。以两洛伦兹曲面所夹体积来反映两三维曲面高斯曲率和法向量分布的差异,依此构成了三维曲面的相似性判别方法。对立体赤足迹表面的相似性判别实验表明,该判别方法有效。

**关键词:**生物特征识别;赤足迹;洛伦兹信息度量;高斯曲率;法向量

**中图分类号:**TP391.41 **文献标识码:**A

## Comparability determination of 3D surface based on LIM

FENG Wu-ying, PING Xi-jian, MIAO Liang  
(College of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China)

**Abstract:** To meet the needs of identification through stereo bare footprint, this paper proposed a method for comparability determination of 3D surface based on LIM (Lorentz Information Measure). Taking gauss curvatures and normal vectors as random variables, Lorentz Curve was extended to 3D Lorentz Surface. Reflecting the difference of information measure of two 3D surfaces, the volume between two Lorentz Surfaces was used to determinate the comparability of the two 3D surfaces. The experiment on stereo bare footprint surface indicates that our method is valid.

**Key words:** biometrics recognition; bare footprint; LIM; gauss curvature; normal vector

## 0 引言

随着信息技术的飞速发展,基于人体生物特征的身份鉴别即生物特征识别已经成为信息技术领域的一个研究热点。关于指纹、人脸、虹膜等的生物特征识别技术已经得到了广泛的应用,取得了很多的研究成果<sup>[1]</sup>。

足迹特征也是人体重要的生物特征,从人类学的角度来看,每个人的足迹都是独特唯一的<sup>[2]</sup>,即使是双胞胎的足迹也存在差异<sup>[3]</sup>。然而由于足迹特征的复杂性,以及足迹特征受地面等因素的干扰十分严重,足迹的特征识别有很大的难度。英国、韩国、加拿大等国在足迹身份鉴别的研究中,提出了一些基本的分析方法。文献[4]将小样本的平面赤足迹数据进行标准化后,利用足迹对的方向差和位置差的加权和进行个人身份认定。但还需要增大样本数据以验证其特征参数的识别有效性。文献[5]采集了960个志愿者的墨拓足迹,每个赤足迹提取了100个形状特征参数,通过统计分析验证了平面赤足迹对于不同个体之间的可分辨性,但是其部分形状特征的提取仍然需要半人工标定和测量。文献[6]用人体行走过程中足部压力的动态变化进行身份鉴别。本文则从足迹的整体形状出发,对足迹曲面进行三维曲面的识别,达到身份鉴别的目的。

对三维物体的识别,人们常采用对三维物体进行处理来提取某些特征的方法,如用超二次曲面来描述和识别曲面的方法<sup>[7,8]</sup>,基于曲线形状分析的三维表面识别方法<sup>[9]</sup>等。前一种方法利用超二次曲面五个特征参数的变化可以描述大量的物体表面,但由于超二次曲面的对称性,致使不能很好的描

述和识别自然界不规则物体;后一种方法将三维表面的描述与识别问题转化成了对二维曲线形状描述与识别问题,但在实际应用中受到一定的限制,因为该方法要求获得三维数据时必须有一致的基准面,如果基准面发生旋转,识别结果很可能会差别很大。

参考文献[10]提出了一种利用法向量来描述三维曲面形状的方法,本文在此基础上作了进一步的改进。以立体赤足迹表面曲面为研究对象,提出了一种基于洛伦兹信息度量的三维曲面相似性判别方法。该方法从曲面的两个基本参数——高斯曲率和法向量出发,将度量洛伦兹信息度量的洛伦兹曲线扩展到三维,得到一种度量三维曲面所含信息量的方法,并以此信息量的差别作为曲面相似性判别的依据。由于高斯曲率及其法向量完全反映了曲面的弯曲程度和变化趋势<sup>[11]</sup>,本文的方法能更好描述曲面的形状。

对立体赤足迹的实验表明,对不同人的赤足迹表面,其所含信息量的差别较大;对两次测量得到的同一个人的足迹,其所含信息量的差别较小,以此作为赤足迹的相似性判别是合理的。

## 1 图像信息度量

图像信息度量  $PIM$  (Picture Information Measure)<sup>[12]</sup> 是一种依据图像的灰度分布关系,从图像整体表示其信息量的一种度量方法。对于图像  $I$ ,其  $PIM$  定义如下:

$$PIM(I) = \sum_{i=1}^{L-1} n_i - \max_i n_i, \quad i = 0, 1, \dots, L-1 \quad (1)$$

其中:  $L$  表示所具有的灰度级,  $n_i$  表示在第  $i$  灰度级上的像素

收稿日期:2006-03-27; 修订日期:2006-06-17 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60272004)

作者简介:丰五英(1982-),男,山西朔州人,硕士研究生,主要研究方向:图像处理,模式识别; 平西建(1953-),男,河南新乡人,教授,博士生导师,主要研究方向:图像处理,模式识别、计算机视觉、信息隐藏; 苗良(1980-),男,河北保定人,硕士研究生,主要研究方向:图像处理、模式识别。

个数。

$PIM$  是 Shannon 信息度量的一种推广形式,由  $PIM$  的定义可知, $PIM$  是用将图像转化为具有最大灰度值的图像时所需变动灰度值的最小像素数目来度量图像所含信息量。同时也可看出, $PIM$  对图像尺度敏感。基于以上两点作出推广:用将图像转化为具有  $k$  个最大灰度分布的灰度值的图像时所需变动灰度值的最小像素的比例来度量图像所具有的信息量,定义为归一化广义图像信息度量  $GNPIM_K^{[12]}$ 。定义

$$g_i = \frac{n_i}{N}, \quad i = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2)$$

表示在第  $i$  灰度级上的像素个数  $n_i$  占全部像素总数  $N$  的比例,则图像  $I$  的  $GNPIM_k$  表示如下:

$$GNPIM_k(I) = 1 - \sum_{i=L-k}^{L-1} g'_i, \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (3)$$

其中  $g'_i$  表示  $g_i$  将按照从小到大的顺序排列后的值。当  $k$  在  $0, 1, \dots, L-1$  范围发生改变时, $GNPIM_k$  与  $k$  的函数关系可以用一条单调下降函数曲线表示。令

$$I_k = GNPIM_{L-k} = \sum_{i=0}^{k-1} g'_i, \quad k = 1, 2, \dots, L-1 \quad (4)$$

连接点  $(\frac{k}{L}, I_k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, L-1$ , 构成了一条函数曲线,该曲线称为图像的洛伦兹曲线,如图 1。将洛伦兹曲线下的面积定义为图像的洛伦兹信息度量 ( $LIM$ )<sup>[12]</sup>,即:

$$LIM(g'(0), g'(1), \dots, g'(L-1)) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \sum_{i=0}^{k-1} g'(i) \quad (5)$$

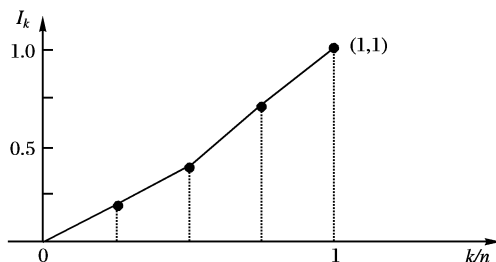


图1 洛伦兹曲线

由于洛伦兹曲线反映了图像灰度分布的总体关系,可以通过  $LIM$  从总体上度量图像的信息量。

## 2 三维曲面的洛伦兹信息度量

由上面洛伦兹曲线的定义可知,洛伦兹曲线对应于随机变量为灰度级数  $k$  的累积概率分布。本文提出的度量三维曲面信息量的方法,是将洛伦兹曲线扩展到三维,其对应于随机变量为高斯曲率和法向量的联合累积概率分布。

具体扩展方法如下:首先以量化后的高斯曲率和法向量为随机变量,得到一个离散型的联合概率分布;排序后求累积分布,得到高斯曲率和法向量的联合累积概率分布;连接联合累积概率分布各概率点,形成的概率分布曲面我们称为洛伦兹曲面。此洛伦兹曲面即为洛伦兹曲线的三维扩展。

与图像的  $LIM$  相对应,计算洛伦兹曲面下的体积,以此体积值作为三维曲面的信息度量,并将其定义为三维曲面的洛伦兹信息度量 ( $3-DLIM$ )。由于两洛伦兹曲面所夹立体的体积反映了两三维曲面  $3-DLIM$  的差别,本文提出的曲面相似性判别方法便以此作为判别的依据。

由微分几何理论可知,高斯曲率具有平移不变性和旋转不变性,法向量具有平移不变性,曲面上各点法向量之间的相

对位置具有旋转不变性,而且曲面表面的高斯曲率及其法向量完全反映了曲面的弯曲程度和变化趋势<sup>[11]</sup>。因此选取高斯曲率和法向量来描述曲面的信息量,进而对曲面的相似性作出判别是合理的。

要得到洛伦兹曲面,需要解决三个问题:高斯曲率的量化,法向量的量化,求联合累积分布函数。下面分别加以讨论。

### 2.1 高斯曲率的量化

高斯曲率的量化可利用一般的量化原理。需要注意的是,由于不同曲面的高斯曲率的取值范围不同,为了得到统一的洛伦兹曲面,对高斯曲率进行量化时,其量化阶数应该相等。这里设高斯曲率量化阶数为  $N_1$ 。

### 2.2 法向量的量化

法向量是三维变量,对法向量的量化首先需要对三维空间进行角度分割<sup>[10]</sup>。设法向量与  $x, y, z$  轴的夹角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 则称  $\alpha, \beta, \gamma$  为法向量的方向角。由于实验数据为立体赤足迹曲面表面,所以只需对半个三维空间进行分割。这样,法向量的方向角  $\alpha, \beta$  的取值范围是  $[0, 180^\circ]$ ,  $\gamma$  的取值范围是  $[0, 90^\circ]$ 。设划分步长为  $\Delta_2$ , 则均匀量化后半半个三维空间被划分为  $N_2 = \frac{180}{\Delta_2} \times \frac{180}{\Delta_2} \times \frac{180}{\Delta_2}$  个子空间。子空间划分完毕后,根据法向量的三个方向角就可以把法向量划分到各个三维子空间中,并以子空间号作为法向量的量化值。

### 2.3 求联合累积分布函数

以上分别得到了高斯曲率和法向量的量化结果。以  $i$  ( $1 \leq i \leq N_1, i \in \mathbf{Z}$ ) 表示高斯曲率所在的高斯曲率量化区间的标号,  $j$  ( $1 \leq j \leq N_2, j \in \mathbf{Z}$ ) 表示法向量所在的三维子空间的标号,  $x_{i,j}$  表示高斯曲率落入高斯曲率量化区间  $i$  并且法向量落入三维子空间  $j$  的像素点数。令:

$$p_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{N}, \quad 1 \leq i \leq N_1; 1 \leq j \leq N_2; i, j \in \mathbf{Z} \quad (6)$$

其中  $N$  表示该曲面像素点的总数。则

$$P = \{p_{i,j} \mid 1 \leq i \leq N_1; 1 \leq j \leq N_2; i, j \in \mathbf{Z}\} \quad (7)$$

可看成是高斯曲率和法向量的联合概率分布。

将 (7) 式从小到大排序,排序后的概率分布记为:

$$P' = \{p'_{i,j} \mid 1 \leq i \leq N_1; 1 \leq j \leq N_2; i, j \in \mathbf{Z}\} \quad (8)$$

其中  $p'_{i,j}$  从小到大的排序的顺序如图 2 中“Z”曲线所示。此排序规则与 JPEG 图像编码中用到的“Z”扫描原理类似。

定义序列  $S_{m,n}$ :

$$\begin{cases} S_{0,0} = 0 \\ S_{m,n} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p'_{i,j} \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $m = 1, 2, \dots, N_1; n = 1, 2, \dots, N_2$ 。

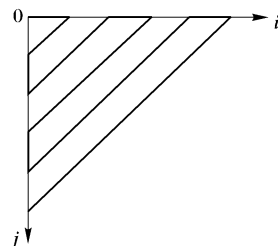


图2 “Z”扫描原理

其中累积求和中  $i$  和  $j$  增加的顺序仍按图 2 所示“Z”扫描逐渐增加。

$$S = \{S_{m,n} \mid 1 \leq m \leq N_1; 1 \leq n \leq N_2; m, n \in \mathbf{Z}\} \quad (10)$$

可看作是 Gauss 曲率和法向量的联合累积概率分布。以  $\frac{m}{N_1}$  为  $x$  轴,  $\frac{n}{N_2}$  为  $y$  轴,  $S_{m,n}$  为  $z$  轴, 连接点  $(\frac{m}{N_1}, \frac{n}{N_2}, S_{m,n})$ , 得到的曲面记为  $L$ , 曲面  $L$  即为洛伦兹曲面。该三维曲面的 3-DLIM 即可由  $L$  下的体积求得。

由于 Gauss 曲率具有平移不变性和旋转不变性, 法向量具有平移不变性, 曲面上各点法向量之间的相对位置具有旋转不变性, 而 3-DLIM 是反映 Gauss 曲率和法向量分布的参数, 所以 3-DLIM 对基准面不敏感。

在得到洛伦兹曲面的过程中, 两次用到了“Z”扫描原理排序, 这可使得洛伦兹曲面相对平滑, 减小了在计算 3-DLIM 过程中由于 Gauss 曲率和法向量的量化所产生的误差。

### 3 三维曲面的相似性判别

设两三维曲面  $C_1, C_2$  的洛伦兹曲面分别为  $L_1, L_2$ , 其 3-DLIM 分别为 3-DLIM( $L_1$ ) 和 3-DLIM( $L_2$ )。曲面  $L_1, L_2$  必相交于点  $(0,0,0)$  和点  $(1,1,1)$ 。用  $v(L_1, L_2)$  表示曲面  $L_1, L_2$  所夹立体的体积, 显然  $0 \leq v(L_1, L_2) \leq 0.5$ 。由于洛伦兹曲面是下凸的曲面, 故  $v(L_1, L_2) = 3-DLIM(L_1) - 3-DLIM(L_2)$ 。曲面  $L_1, L_2$  间的差别可以用  $C_1, C_2$  来衡量。这里取相对量:

$$d(L_1, L_2) = \frac{|3-DLIM(L_1) - 3-DLIM(L_2)|}{\max(3-DLIM(L_1), 3-DLIM(L_2))} \quad (11)$$

其中,  $0 \leq d(L_1, L_2) \leq 1$ 。于是可得判别准则如下:

设定阈值  $T_1, T_2$ ,

若  $0 \leq d(L_1, L_2) \leq T_1$ , 则判曲面  $C_1, C_2$  很相似;

若  $T_2 \leq d(L_1, L_2) \leq 1$ , 则判曲面  $C_1, C_2$  不相似;

若  $T_1 < d(L_1, L_2) < T_2$ , 则不作判别, 结合其他方法进一步考虑。

### 4 实验结果

立体赤足迹是指赤脚作用于具有可塑性的松软承受客体上时, 形成有明显凹凸立体感的痕迹, 用石膏粉制模提取现场立体足迹是最常用、最普遍的方法, 根据足迹遗留的地面条件不同, 制取石膏模型的方法也不尽相同, 但都采用灌注石膏液、取模、处理和晾干几个步骤。最后用面阵式足迹深度数据测量仪测量制作好的石膏模型获取立体足迹深度图像。上述深度图像获取方法的优点是检验方便, 成本低廉, 得到的深度

图像是等间隔的, 缺点是噪声大, 图像分辨率低, 目前采集深度图像的分辨率为每像素  $2.5\text{mm} \times 2.5\text{mm}$ 。由于地面因素、石膏模型制作以及足迹深度测量过程中引入了大量噪声, 因此需要对深度图像进行去噪声处理。首先用  $3 \times 3$  的窗口对图像进行中值滤波滤除随机脉冲噪声, 再使用高斯平滑滤波器滤除其他随机噪声和量化噪声, 得到平滑后的图像。

如图 3(a)(b)(c) 所示为三幅立体赤足迹深度图像, 其中图 3(a) 和图 3(b) 来自同一个人的右脚, 图 3(c) 来自另一个人的右脚。图 4 为相应的去噪后的图像。经去噪处理后, 分别得到图 4 中三枚足迹的洛伦兹曲面, 对应于图 5(a)(b)(c)。

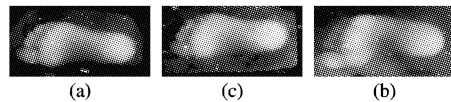


图 3 立体赤足迹的深度图像

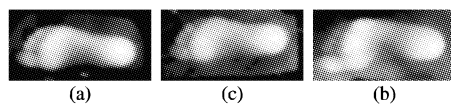


图 4 去噪处理后立体赤足迹的深度图像

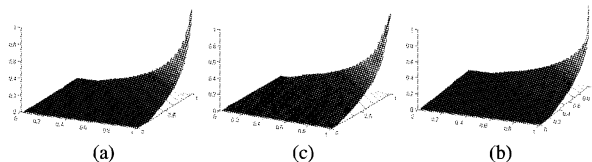


图 5 立体赤足迹对应的洛伦兹曲面

取量化数  $N_1 = N_2 = 500$ , 计算得到

$$3-DLIM(a) = 0.001555$$

$$3-DLIM(b) = 0.001677$$

$$3-DLIM(c) = 0.000915$$

进一步可以求得:

$$d(a, b) = 0.007846$$

$$d(a, c) = 0.411576$$

由上面的判别准则可知, 相对于  $a$  与  $c$ ,  $a$  与  $b$  之间更相似。此结论符合以上三枚足迹的来源。

进一步试验, 我们提取了 105 对 (210 枚) 立体赤足迹样本, 其中每对来自同一个人的同一只脚。210 枚足迹逐对比较, 对于每对足迹, 其类别  $\omega$  可以归为两类:  $\omega_1$  (这对足迹来自同一个脚) 和  $\omega_2$  (这对足迹来自不同的脚)。这样我们便得到  $\omega_1$  类样本 105 个,  $\omega_2$  类样本  $(210 \times 209) / 2 - 105 = 21840$  个。

计算每对足迹的  $d(L_1, L_2)$  值, 我们得到以上两类样本的分布情况, 见表 1。

表 1  $\omega_1, \omega_2$  两类样本的分布情况

| $d(L_1, L_2)$ 的取值范围 | [0, 0.01] | (0, 0.05] | (0.05, 0.25) | [0.25, 1] | [0.35, 1] |
|---------------------|-----------|-----------|--------------|-----------|-----------|
| $\omega_1$ 类样本数     | 23        | 62        | 32           | 11        | 0         |
| $\omega_2$ 类样本数     | 0         | 33        | 14 343       | 7 464     | 1 149     |

由表 1 可以得到以下结论: 当一对足迹来自同一个脚时, 对应的  $d(L_1, L_2)$  趋向于 0; 当一对足迹来自不同的两个脚时, 对应的  $d(L_1, L_2)$  趋向于 1。这从统计上证明, 利用本文提出的方法做相似性判别是可行的。

由表 1 还可以看到,  $d(L_1, L_2)$  在  $[0.05, 1]$  范围内, 仍有 43 个  $\omega_1$  类样本。原因有以下几个方面:

(1) 3-DLIM 从统计意义上反映了三维曲面的弯曲程度和变化趋势, 因此不同的曲面其 3-DLIM 也可能相同;

(2) 由实验数据采集的过程可知, 实验用的足迹样本受到背景噪声的干扰较为严重, 而 3-DLIM 对噪声比较敏感。因

为在噪声点处, 曲面的 Gauss 曲率和法向量都会发生改变;

(3) 3-DLIM 不能完全反映曲面的变化细节, 因此需要结合其他特征才能更好地实现足迹的身份鉴别。

### 5 结语

本文提出了一种描述三维曲面 Gauss 曲率和法向量分布情况的参数 3-DLIM: 此参数对三维物体的形状不敏感, 克服了利用超二次曲面描述物体时局限于对称性物体的缺陷; 此参数从曲面的总体形状来描述三维曲面, 对基准面不敏感。

(下转第 2104 页)

$$f:(dx,dy) \rightarrow (X_s,Y_s)$$

$$X_s = a0 + a1(dx) + a2(dy) + a3(dx)(dy) + a4(dx)^2 + a5(dy)^2 \quad (5)$$

$$Y_s = b0 + b1(dx) + b2(dy) + b3(dx)(dy) + b4(dx)^2 + b5(dy)^2 \quad (6)$$

每一校准点给出两个方程,9 个校准点给出 18 个方程,可由最小均方差法定出 12 个未知参数。被测水平移动,得到不同位置变换参数,经插值运算后可用于实测。

#### 4 实验结果

实验环境:一般办公室环境,人眼距离计算机屏幕 55cm 左右,屏幕 17 英寸,分辨率是  $1280 \times 1024$  pixels。18~40 岁间 10 个被测(6 男 4 女),头部基本不动情况下和正常移动情况下进行了两组试验。测量结果见表 1。

表 1 测量结果平均误差(像素)

| 注视点 | 头部静止 |       | 正常头动  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|
|     | X    | Y     | X     | Y     |
| 1   | 6.28 | 8.92  | 18.36 | 27.35 |
| 2   | 8.67 | 12.34 | 13.05 | 14.75 |
| 3   | 7.53 | 11.58 | 17.26 | 15.64 |
| 4   | 8.12 | 16.26 | 20.97 | 35.47 |

多次实验表明,头部基本不动情况下,对屏幕大部分区域,注视点定位精度优于  $0.5^\circ$  视角,屏幕边上定位精度略低。头部正常移动情况下,也取得了  $1^\circ$  左右的定位精度,且水平方向精度较高。

#### 5 结语

提出了一种能对环境光强变化、用户头部位置变化自动适应的视线跟踪方法,配以改进的视线跟踪算法,减少了系统在使用过程中对用户的限制,减少了系统参数设置,使系统使用较为便利。该技术可用于盯视输入系统,作为对键盘、鼠标等传统人机交互方式的补充,可应用于助残、机器人人机交互平台等。未来工作主要针对提高跟踪速度,简化校准环节展开研究,以实现真正的非接触、高精度、可应用于多领域的实用视线跟踪技术。

#### 参考文献:

[1] WANG J. Integration of eye-gaze, voice and manual response in

multimodal user interface [A]. Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics [C], 1995. 3938 - 3942.

[2] SUGIOKA A, EBISAWA Y, OHTANI M. Noncontact video-based eye-gaze detection method allowing large head displacements [A]. IEEE Internet. Conf. on Medicine and Biology Society [C], 1996. 526 - 528.

[3] EBISAWA Y. Realtime 3D position detection of human pupil [A]. VECIMS 2004 - IEEE International Conference on Virtual Environments, Human-Computer Interfaces, and Measurement Systems [C], 2004. 8 - 12.

[4] ZHU ZW, JI Q. Eye and gaze tracking for interactive graphic display [J]. Machine Vision and Applications, 2004, 15(3): 139 - 148.

[5] YOO DH, CHUNG MJ. A novel non-intrusive eye gaze estimation using cross-ratio under large head motion [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2005, 98(1): 25 - 51.

[6] NOUREDDIN B, LAWRENCE PD, MAN CF. A non-contact device for tracking gaze in a human computer interface [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2005, 98(1): 52 - 82.

[7] MORIMOTO CH, KOONS D, AMIR A, et al. Pupil detection and tracking using multiple light sources [J]. Image and Vision Computing, 2000, 18(4): 331 - 335.

[8] WEN G. Gaze tracking using one fixed camera [A]. Seventh International Conference on Control, Automation, Robotics And Vision [C], 2002. 1409 - 1414.

[9] KIAT LC, RANGANATH S. One-time calibration eye gaze detection system [A]. International Conference on Image Processing [C], 2004. 873 - 876.

[10] 赵乐军,王朝英,陈怀琛. 头盔式眼动仪的标定与算法实现 [J]. 西安电子科技大学学报, 1998, 25(5): 606 - 610.

[11] OHNO T, MUKAWA N, YOSHIKAWA A. FreeGaze: a gaze tracking system for everyday gaze interaction [A]. In Proc. of Eye Tracking Research and Applications Symposium [C], 2002. 125 - 132.

[12] LI DH, WINFIELD D, PARKHURST DJ. Starburst: A hybrid algorithm for video-based eye tracking combining feature-based and model-based approaches [EB/OL]. <http://hcvl.hci.iastate.edu/openEyes>.

[13] ROSIN PL. Further five-point fit ellipse fitting [J]. Graphical Models and Image Processing, 1999, 61(5): 245 - 259.

(上接第 2094 页)

对立体赤足迹的相似性判别实验表明,该方法可有效地对曲面的相似性做出判别,但距离身份鉴别还有一定距离。下一步将提取其他特征,与 3-DLIM 相结合,给出针对赤足迹的身份鉴别方法。

#### 参考文献:

[1] 孙东梅,裴正定. 生物特征识别技术综述 [J]. 电子学报, 2001, 29(12): 1744 - 1748.

[2] ROBBINS LM. Estimating height and weight from size of footprints [J]. Journal of Forensic Science, 1986, 31(1): 143 - 52.

[3] KENNEDY RB. Uniqueness of bare feet and its use as a possible means of identification [J]. Forensic Science International, 1996, 82(1): 81 - 87.

[4] NAKAJIMA K, MIZUKAMI Y, TANAKA K, et al. Footprint-based personal recognition [J]. IEEE Trans. on Biomedical Engineering, 2000, 47(11): 1534 - 1537.

[5] KENNEDY RB, PRESSMAN S, CHEN S, et al. Statistical analysis of barefoot impressions [J]. Journal of Forensic Sciences, 2003, 48

(1): 55 - 63.

[6] JUNG JW, SATO T, BIEN Z. Dynamic footprint-based person recognition method using a hidden markov model and a neural network [J]. International Journal Intelligent System, 2004, 19(11): 1127 - 1141.

[7] 丁益洪. 立体足迹三维曲面分割与识别 [D]. 郑州: 信息工程大学, 2006.

[8] ZHANG XM, ROSIN PL. Superellipse fitting to partial data [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(3): 743 - 752.

[9] 田越. 基于曲线形状分析的三维表面识别 [D]. 郑州: 信息工程大学, 1997.

[10] 柳葆芳,肖菁,平西建,等. 三维表面的曲面描述与相似性判别 [J]. 中国图象图形学报, 2001, 6(2): 199 - 203.

[11] 苏步青,华宣积. 实用微分几何引论 [M]. 北京: 科学出版社, 1986.

[12] 张系国. 图像信息系统设计原理 [M]. 吴健康,译. 北京: 科学出版社, 1990.