

基于小波变换的吸引子快速图像编码

袁占亭, 张秋余, 王 晶

(兰州理工大学 计算机与通信学院, 甘肃 兰州 730050)

(flytostarsky@126.com)

摘 要: 自然图像自相似性不强, 直接压缩效果不佳且压缩速度慢, 但图像经过行小波变换后, 不同分辨率子带图像中相同空间位置的图像块、同分辨率子带中的图像块具有相似性, 而分形维数基本上反映了图像灰度变化的复杂度。在图像小波子带本身相似的基础上, 提出了利用分形维数作为衡量相似图像子块是否匹配的依据, 并给出了编码方法。最后通过仿真证明, 该方法不仅有效的压缩了图像, 而且减少了编码时间。

关键词: 分形图像编码; 吸引子图像编码; 分形维数; 图像块; 相似性; 小波变换

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

Fast attractor image coding method based on wavelet transform

YUAN Zhan-ting, ZANG Qiu-yu, WANG Jing

(School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: The natural image is not strongly alike, the direct compression is ineffective and compress speed is slow, when decomposed with wavelet transform, it is divided into a number of sub-images of different frequency bands, and of different spatial orientations. The neighboring sub-images of the same orientation are strongly alike. The sub-images of different orientations, though few similarities were presented between them. Because the fractal dimension basically reflect a complications for variety of the image grey scale, so fractal dimension was used to evaluate the matching degree of similar image block. It's obtained an additional increase in compression ratio and reduced the code time.

Key words: fractal image coding; attractor image coding; fractal dimension; image block; similarity; wavelet transform

0 引言

分形图像编码(Fractal Image Compression)是近几年刚刚提出的一种高效图像压缩方法,它利用自然图像不同尺度下区域之间存在某种相似性这一基本事实,构造出一系列紧缩仿射变换及其吸引子图像编码^[1~3],使这些紧缩变化的吸引子图像尽可能与原图像接近,缺点是自然图像的自相似性并不强,压缩率不理想,但经过小波变换后的图像,其不同分辨率的各子带图像却具有较强的相似性。因此可以利用这种相似性,结合图像编码的方法来进行编码,以大幅度地提高图像编码的压缩比。

目前小波分形混合编码的主要方法是利用同方向相邻子带图像的相似性,由低分辨率子带图像中的相似块,分形预测同方向高一级分辨率子带图像中的图像块^[4~6],具体来说,如果要对某个子带图像中的图像块进行分形预测编码,就要在同方向低一级分辨率子带图像中寻找一个相似块,这个相似块经过几何变换和仿射变换后与图像最为接近。

本文提出一种基于小波树的分形维数快速编码,在小波树不同分辨率各子带相似以及各子带局部与局部相似的基础上,通过对图像定义域子块和值域子块维数的计算进行相似块的匹配,然后进行几何变换和仿射变换。将耗时的区域比较过程转化为数值的比较过程。

1 小波树原理

自然图像自相似性不强,直接压缩效果不佳且压缩速度慢。但图像经过行小波变换后,不同分辨率子带图像中相同空间位置的图像块、同分辨率子带中的图像块具有相似性。

1) 对图像进行多级小波分解得到不同方向和不同分辨率的各个子带图像(如图1)。

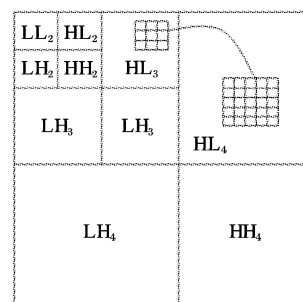


图1 分形编码方法图

2) 最低分辨率的子带图像如图1中的 LL_1 、 LH_1 、 HL_1 和 HH_1 ,也即 LL_2 是分形编码的基础,必须采用无失真或较少失真的图像编码方法来编码。

3) 由于图像小波分解后的各分辨率(如图1中的 LL_i 、 LH_i 、 HL_i 和 HH_i , $i \geq 1$)。不同分辨率子带图像中相同空间位

收稿日期:2005-12-15 基金项目:甘肃省科技攻关项目(2GS047-A52-002-03)

作者简介:袁占亭(1961-),男,陕西扶风人,教授,博士生导师,主要研究方向:软件总线技术、网络计算、多媒体通信、图像处理; 张秋余(1966-),男,河北辛集人,副教授,主要研究方向:软件工程、网络与信息系统、信息安全、多媒体通信; 王晶(1984-),男,甘肃天水人,硕士研究生,主要研究方向:多媒体通信、智能信息处理。

置的图像块、同分辨率子带中的图像块具有相似性、各分辨率子带中局部之间本身具有相似性。所以我们对小波数各分辨率子带进行分块并计算各分块的分形维数,在寻找匹配块时,对于分形维数相差很大的两个块,不需要进行相似性比较,因为它们是不可能相似的,而对分形维数相近的子块进行比较,利用相似块几何变换、仿射变换进行编码。

2 分形维数及其计算

基于数学基础的分形概念,是由 Mandelbrot 在 1986 年提出的,它是概括面较广的分形定义。

定义 1 分形是指各个部分组成的形态每个部分以某种方式相似,对这一描述加以引申,它包含以下含义:

1) 分形在是数学意义上具有无限精细结构和无限嵌套的层次结构。

2) 分形具有自相似性,即整体与某一局部的相似,或局部与局部相似。

3) 分形的自相似性可以是严格的,也可以是统计上的,自然界的大多数分形都是统计自相似的。

分形维数的重要性在于能用数据定义,并且能够通过实验手段近似计算,分形维数已突破一般拓扑集的界限,引进了分形维,分数维数的计算方法通常可分为自相似维数、Hausdorff 维数、及盒维数等。Hausdorff 维数是理论性很强而实际应用背景较少的一种维数。在实际应用中经常使用的一种维数是计盒维数,它能够通过实验近似地计算,其定义为:

定义 2 设 F 是 R^n 中任一非空有界子集,记 $N(A, \delta)$ 表示最大直径为 δ 且能覆盖 F 的集合的最小数,则 F 的上、下盒维定义为:

$$\overline{\dim}_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(F, \delta)}{\ln(1/\delta)}; \quad \underline{\dim}_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(F, \delta)}{\ln(1/\delta)}$$

如果上下维相等,则 F 的盒维定义为:

$$\dim_B F = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(F, \delta)}{\ln(1/\delta)} \quad (1)$$

文献[7]提出了“地毯法”来计算灰度图像的计盒维数,将图像的灰度曲面看作是 R^3 中的曲面 $g(i, j)$,对于不同的正整数 ε ,递归地计算其上下曲面 $u_\varepsilon(i, j), d_\varepsilon(i, j)$ 。

$$u_0(i, j) = d_0(i, j) = g(i, j) \quad (2)$$

$$u_\varepsilon(i, j) = \max \{ u_{\varepsilon-1}(i, j) + 1, \max_{|(m, n) - (i, j)| \leq 1} u_{\varepsilon-1}(m, n) \} \quad (3)$$

$$d_\varepsilon(i, j) = \min \{ d_{\varepsilon-1}(i, j) + 1, \min_{|(m, n) - (i, j)| \leq 1} d_{\varepsilon-1}(m, n) \} \quad (4)$$

然后对上下曲面之间的体积除以 2ε ,得 $g(i, j)$ 在尺度为 ε 时的面积 $A(\varepsilon)$,即:

$$A(\varepsilon) = \frac{\sum_{i,j} (u_\varepsilon(i, j) - d_\varepsilon(i, j))}{2\varepsilon} \quad (5)$$

计盒维数即为 $\log A(\varepsilon)$ 相对于 $\log \varepsilon$ 的斜率,即取 $\varepsilon = 1, 2, \dots, n$,求得对应法的 $\log A(\varepsilon) \sim \log \varepsilon$ 平面内拟合这些点成直线,所得的斜率即为计盒分形维数。



图2 Bernsley 羊齿叶维数

A盒维数:1.4456
B盒维数:1.4425

实验证明,相似和自相似图像其盒分形维数非常相近,如图2所示。若将图2中A和B作线性旋转变换,即逆时针旋

转一定角度,则可以匹配。

3 编码方法

图像在小波分解之后,不同分辨率子带图像中相同空间位置的图像块、同分辨率子带中的图像块具有相似性,而且各分辨率子带中局部之间本身存在相似性。由于分形维数基本上反映了图像灰度变化的复杂度。所以我们对小波数各分辨率子带进行分块并计算各分块的分形维数,在寻找匹配块时,对于分形维数相差很大的两个块,不需要进行相似性比较,因为它们是不可能相似的,而对分形维数相近的子块进行比较,从而有效地减少运算量。

1) 在分形编码中,首先将图像小波分解后各分辨率(如图1中的 LL_i, LH_i, HL_i 和 $HH_i, i \geq 1$)划分为不重叠的子块 R_i ,若 $R_i \cap R_j = \emptyset, i \neq j, \cup R_i = I$,则称 $R_i (i = 1, \dots, n)$ 为图像块(Range Block)。由于子带图像的尺寸随着分辨率的提高而增大,因此图像块的尺寸也可以随之增大,如 LH_2 的图像块尺寸为 $8 \times 8, LH_3$ 的尺寸为 16×16 等等。

2) 计算图像小波树各级分辨率(如图 LL_i, LH_i, HL_i 和 $HH_i, i \geq 1$)中各 Range Block 的分形维数,对所有分形维数从小到大排列,作为值域。对于作为定义域块的原图像中高一级的分辨率(如图 $LL_{i+1}, LH_{i+1}, HL_{i+1}$ 和 $HH_{i+1}, i \geq 1$)中的某一 R 块,从底一级或同一级分形维数中寻找最接近的分形维数进行多方向编码,如果其误差小于预定的门限值,则认为该定义域子块与值域子块相似,否则在该定义域子块分形维数的左右附近寻找与值域子块相似的子块,直至误差小于门限值。

3) 对于分形维数最接近的定义域子块与值域子块,在所有可能的几何变换中寻找一个几何变换 G 、在所有可能的仿射变换矩阵中寻找一个仿射变换矩阵:

$$F = \begin{pmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{pmatrix}, \text{使得:}$$

$$\|R_i - F \circ G(R_j)\| = \|(R_i^{LH}, R_i^{HL}, R_i^{HH})^T - (F_1(R_j^{LH}), F_2(R_j^{HL}), F_3(R_j^{HH}))\|_{R, G, F} = \min(i \neq j)$$

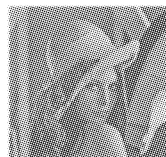
4 仿真结果

表1 不同算法的编码结果比较

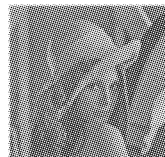
	传统 Jacquin 吸引子编码	小波变换吸引子编码
压缩比	17.5:1	19.7:1
压缩时间(s)	126	63
PSNR (dB)	30.3	29.4



(a)Lena原始图像



(b)传统Jacquin吸引子方案恢复图像



(c)本文方案恢复的图像

图3 原始图像及良种方案的解码图像

采用传统 Jacquin 吸引子方案和本文提出的方案,对 $256 \times 256 \times 8$ 的标准测试图像“Lena”进行了编码。如图3(a)为Lena原始图像,图3(b)为传统 Jacquin 吸引子方案恢复的图像,图3(c)为采用本文方案恢复的图像。采用传统Jacquin

(下转第1361页)

若简记为矢量形式:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} WT^1 f(a, x, y) \\ WT^2 f(a, x, y) \end{bmatrix} &= a \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [f(x, y) \times \theta_a(x, y)] \\ \frac{\partial}{\partial y} [f(x, y) \times \theta_a(x, y)] \end{bmatrix} \\ &= a \times \text{grad}[f(x, y) \times \theta_a(x, y)] \\ &= a \times \text{grad}[\Gamma(x, y)] \end{aligned}$$

$\Gamma(x, y)$ 是 $f(x, y)$ 被 $\theta_a(x, y)$ 平滑后所得图像。上式表明 WT^1 和 WT^2 分别反映了此图像灰度沿 (x, y) 方向的梯度。通常 a 取为 $2^j (j \in z)$ 。

而矢量 $\begin{bmatrix} WT^1 f(2^j, x, y) \\ WT^2 f(2^j, x, y) \end{bmatrix} = WTf(2^j, x, y)$ 称为 $f(x, y)$ 的二进小波变换。

其模值和幅角分别是:

$$\begin{aligned} \text{Mod}[WTf(2^j, x, y)] &= \sqrt{|WT^1(2^j, x, y)|^2 + |WT^2(2^j, x, y)|^2} \\ \text{Arg}[WTf(2^j, x, y)] &= \arctan\left[\frac{WT^2 f(2^j, x, y)}{WT^1 f(2^j, x, y)}\right] \end{aligned}$$

由上式可以看出,图像小波变换的模正比于梯度向量的模,而小波变换的幅角等于梯度向量与水平方向的夹角。图像的边缘就是其梯度向量模值的局部最大值点,用小波变换对图像边缘进行检测,也就是寻找小波变换的模值沿幅角方向的局部极大值点。

Mallat 等人证明了小波变换用于边缘检测类似于 Canny 边缘检测方法,若小波变换的基函数是高斯函数的偏导数,则二者等效。在不同尺度下的逼近函数取一阶导数或二阶导数就获得了多尺度边缘检测,即可取 n 次 B 样条小波分辨率阶数为 2^j 的 B 样条 $b_{2^j}^{n+1}$ 的一阶与二阶导数:

$$\begin{aligned} \Psi^n(x) &= \frac{d}{dx} b_{2^j}^{n+1}(x) \\ \Psi^n(x) &= \frac{d}{dx^2} b_{2^j}^{n+2}(x) \end{aligned}$$

由此可推出:

$$\begin{aligned} \Psi^n(t) &= 4\left[b^n(2t + \frac{1}{2}) - b^n(2t - \frac{1}{2})\right] \\ \Psi^n(t) &= 8\left[b^n(2t + 1) - 2b^n(2t) + b^n(2t - 1)\right] \end{aligned}$$

它们分别对应着局部极值检测和零交叉检测,分别具有一阶和二阶消失矩。3 次 B 样条平滑函数及其一阶导数的小波函数表明,一阶消失矩的小波是关于原点奇对称的。从时频局部分析的角度可以证明 3 次 B 样条小波最接近 Guass 小波,是渐近最优的,在边缘提取方面也是最优的。

3 结语

本文在中位切割法的基础上,提出了一种改进的中位切割法来实现对测温彩色图像的色彩量化,并且利用输入合成法,采用 3 次 B 样条小波变换分别对 3 个分量图进行边缘检测来实现图像分割。算法采用 Matlab 编程仿真,结果表明,该方法具有较好色彩量化和边缘检测效果。

参考文献:

- [1] PURGATHOFER W, GERVAUTZ M. A Simple Method for Color Quantization: Octree Quantization[A]. Graphics Gems[C]. San Diego: Academic Press Professional, 1990. 287 - 293.
- [2] HERKBERT P. Color image quantization for frame buffer display[J]. Computer Graphics, 1982, 16(2): 297 - 307.
- [3] EQUITZ WH. A new vector quantization clustering algorithm[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(10): 1568 - 1575.
- [4] 耿国华, 周明全. 常用色彩量化算法的性能分析[J]. 小型微型计算机系统, 1998, 19(9): 46 - 49.
- [5] 王秀娟. 彩色图像处理中的调色板技术[J]. 纺织学报, 1998(6): 37 - 40.
- [6] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [7] 魏宝刚, 鲁东明, 潘云鹤, 等. 多颜色空间上的交互式图像分割[J]. 计算机学报, 2001, 24(7): 770 - 775.

(上接第 1358 页)

吸引子方案,压缩时间为 126s,压缩比为 17.5:1,PSNR 为 30.3dB。采用本文方案,取图像块尺寸 4×4 、 8×8 、 16×16 、 32×32 ,首先,对图像进行分形维数计算,将不同方向分辨率的图像维数从小到大进行排列,形成定义域子块的分形维数集。对于高一级分辨率子块,在预定门限下,在低一级子块中寻找匹配图像,并进行编码,得到的实验结果如表 1 所示。

由表 1 和图 3 可以看出本文提出的压缩方案与传统 Jacquin 吸引子方案相比,虽然压缩比提高不大,但压缩时间有了明显提高。

5 结语

分形图像编码的依据是图像的自相似性。但自然图像相似性不强,小波分形混合编码主要方法是利用不同分辨率相同空间位置的相似性进行编码,但实验证明不同分辨率的不同空间位置也存在相似性。本文提出的利用小波变换扩充相似块数目,以分形维数作为衡量相似图像子块是否匹配的依据,进行多方向编码。有效避免了传统吸引子编码中局部图像相似性不强问题和小波分形混合编码中复杂的相似块匹配问题。从实际运算情况看,该算法在对恢复图像质量影响很小的情况下有效减少了编码时间。

参考文献:

- [1] LEPLOY S. Attractor image compression-fast algorithms and comparisons to related techniques[D]. PhDthesis, The Norwegian Institute of Technology. Trondheim, Norway, June 1993.
- [2] LEPLOY S, OIEN GE. Fast attractor image encoding by adaptive codebook clustering[A]. In: Fisher Y. Fractal Image Compression: Theory and Application[C]. Springer-Verlag, New York USA, 1995. 177 - 197.
- [3] 赵耀, 王红星, 袁保宗. 一种吸引子图像编码的快速算法[J]. 铁道学报, 1999, 22(2): 35 - 38.
- [4] RINALDO R, CALVAGNO G. Image Coding by Block Prediction of Multi-resolution Sub-images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1995, 4(7): 141 - 154.
- [5] WILSON LR. Predictive Wavelet Transform Coding: Unifying Fractal and Transform Coding[A]. Proceedings of the International Picture Coding Symposium PCS'96[C]. Melbourne, March, 1996.
- [6] 谢鑫, 马争鸣. 基于小波分解的分形预测图像编码[J]. 中国图象图形学报, 1999, 4(3): 223 - 228.
- [7] NAOR J, AVNIRD HR. Multiple resolution texture analysis and classification[J]. IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell., July 1984, PAMI-6: 518 - 523.