



文章编号:1001-9081(2018)12-3385-06

DOI:10.11772/j.issn.1001-9081.2018051051

异质多智能体系统滞后一致性跟踪控制

李 耿, 秦 雯*, 王 婷, 汪 辉, 沈谋全

(南京工业大学 电气工程与控制科学学院, 南京 211816)

(*通信作者电子邮箱 qinwen.wts@njtech.edu.cn)

摘要:针对一阶、二阶混合异质多智能体系统的滞后一致性问题,提出了一种基于牵制控制的分布式滞后一致性控制协议。首先,将滞后一致性分析转化为稳定性证明;然后,利用图论和Lyapunov稳定性理论分析闭环系统稳定性;最后,分别在固定拓扑和切换拓扑结构下给出了基于线性矩阵不等式(LMI)形式的滞后一致性可解的充分条件,从而实现异质多智能体的领导-跟随者滞后一致性。数值仿真结果表明,所提出的滞后一致性控制方法可以使异质多智能体系统实现领导-跟随者滞后一致性。

关键词:异质多智能体系统;滞后一致性;领导-跟随者;切换拓扑;Lyapunov 函数

中图分类号: TP13;TP18 **文献标志码:**A

Lag consensus tracking control for heterogeneous multi-agent systems

LI Geng, QIN Wen*, WANG Ting, WANG Hui, SHEN Mouquan

(College of Electrical Engineering and Control Science, Nanjing Tech University, Nanjing Jiangsu 211816, China)

Abstract: Aiming at the lag consensus problem of first-order and second-order hybrid heterogeneous multi-agent systems, a distributed lag consensus control protocol based on pinning control was proposed. Firstly, the lag consensus analysis was transformed into stability verification. Then, the stability of closed loop system was analyzed by using graph theory and Lyapunov stability theory. Finally, the sufficient conditions for solvability of lag consensus based on Linear Matrix Inequality (LMI) were given under fixed and switching topologies respectively, so that leader-follower lag consensus of heterogeneous multi-agent system was achieved. The numerical simulation results show that, the proposed lag consensus control method can make the heterogeneous multi-agent systems achieve leader-follower lag consensus.

Key words: heterogeneous multi-agent system; lag consensus; leader-follower; switching topology; Lyapunov function

0 引言

近年来,多智能体系统的分布式协调控制问题引起了不同学科的研究人员的关注^[1-3]。一致性问题作为合作控制的最基本问题之一,它要求所有的智能体通过相互交流,让所有智能体的状态趋于一致或者相同。很多研究者从各个角度对一致性问题进行了研究^[4-9]。其中,基于领导-跟随者模型的多智能体系统协调控制问题是主要的研究热点之一。文献[10]分别考虑了有无领导者情况下的多智能体系统一致性问题。文献[11]利用分布式观测器研究了领导-跟随者的一致性问题。针对切换拓扑结构,文献[12]研究了带有时滞的多智能体系统的一致性问题。随着深入研究,研究者们发现由于时间延迟的广泛存在,网络中的信息传递通常不是即时的。基于这个考虑,文献[13]提出了滞后一致性的概念。滞后一致性表示跟随者的状态向量落后于领导者一段时间,这使得多智能体系统在有限容量的网络中运动并且不会堵塞。实际上,滞后一致性的现象可以模拟许多实际情况。文献[14]得出了保证领导-跟随者多智能体系统实现滞后一致的充分条件。文献[15]基于相邻智能体的局部信息,提出一种自适应反馈控制算法来实现二阶非线性多智能体系统的滞后

一致性。文献[16]提出了利用牵制控制实现二阶多智能体系统的滞后一致性。上述所有的结果都是关于具有相同的动力学模型的多智能体。然而实际应用中,一方面自然界个体和人造工程系统无论在功能上还是结构上都存在差异,智能体的动力学很可能是彼此不同的,比如由于动态系统不同的衰减系数或不同的质量,两个二阶智能体的动力学结构是相同的,但是参数却可能是不同的。另一方面由于群体智能体的共同目的或者通信和执行能力的互异性,耦合智能体的动力学模型可能会不同^[17-18],因此研究异构多智能体系统的群集控制具有重大的理论价值和应用前景^[19-20]。近年来,越来越多的人关注一类异质多智能体系统——由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统的一致性问题^[21-22]。和高阶或者一般混合阶多智能体系统的研究工作相比,混合阶多智能体系统一致性研究的工具和手段不同。一方面,前者由于模型简单,更容易得到比较直观、简单的理论;另一方面,由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统包含有广泛研究结论的一阶智能体系统和二阶智能体系统作为特殊情形。因此,关于混合阶多智能体系统一致性问题的研究具有一定的理论和实际意义。

受文献[16,22]的启发,本文研究领导-跟随者异质多智

收稿日期:2018-05-21;修回日期:2018-07-17;录用日期:2018-07-18。

基金项目:江苏省自然科学基金资助项目(BK20171019)。

作者简介:李耿(1993—),男,江苏常州人,硕士研究生,主要研究方向:多智能体系统协调控制; 秦雯(1985—),女,河南鹤壁人,讲师,博士,主要研究方向:多智能体系统建模与控制、非线性系统控制、切换脉冲系统的稳定性; 王婷(1981—),女,陕西西安人,讲师,博士,主要研究方向:机器人认知与控制、多机器人编队控制。



能体系统的滞后一致性。文献[16]研究了具有动态领导者的二阶多智能体系统的滞后一致性问题,但是所有的智能体拥有相同的动力学模型。本文旨在将文献[16]讨论的结果扩展到由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统的情况。首先,针对由一阶和二阶动力学模型组成的异质多智能体系统,提出一种基于牵制控制的分布式一致性控制协议,来实现异质多智能体系统的滞后一致。通过模型转换,将原始系统转换为等效系统以便进行理论分析。其次,利用图论和Lyapunov稳定性理论证明所设计的协议在固定拓扑结构下是可行的,并且给出了基于线性矩阵不等式形式的充分条件,保证了异质多智能体系统实现领导-跟随者滞后一致性。然后,将得到的结果扩展到切换拓扑结构下的异质多智能体系统的情况。数值仿真验证了所提方法的有效性。

1 预备知识与模型引入

本章介绍了图论知识^[23]并引入了模型。

用 $G(V, \varepsilon, A)$ 表示一个有向图,其中, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示图顶点的集合, $\varepsilon \subseteq V \times V$ 表示有向边集, $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示邻接矩阵。在图 G 中, $(j, i) \in \varepsilon$ 表示节点 v_j 有信息传递给节点 v_i , 并且节点 v_j 被称为节点 v_i 的邻居。 $N_i(t) = \{j \in V : (j, i) \in \varepsilon\}$ 表示节点 v_i 的邻居。邻接矩阵 A 的元素 a_{ij} 是非负的,其中 $a_{ii} = 0$ 或 $a_{ij} > 0 \Leftrightarrow (j, i) \in \varepsilon$ 。 $L = [l_{ij}]_{n \times n}$ 表示拉普拉斯矩阵,其中 $l_{ii} = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}$ 或 $l_{ij} = -a_{ij} \Leftrightarrow i \neq j$ 。入度矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 是对角矩阵,并且对角线元素为 $d_i = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}$ 。根据 L 和 A 的定义,可得 $L = D - A$ 。用图 G 描述一个领导者和 n 个跟随者组成的一组智能体之间的通信关系。如果一个节点到其他所有节点都存在有向路径,则称该节点是全局可达的。

符号说明 本文中, $X = \text{diag}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 表示矩阵是以 x_i 为对角元素的对角矩阵。 \mathbf{R} 表示实数集合, \mathbf{R}^n 是 n 维欧几里得空间, $\mathbf{R}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维的实数矩阵。 I_m 和 $\mathbf{0}_m$ 分别表示 m 维的单位矩阵和零矩阵。

本文针对智能体系统中个体在动力学上的差异性,将其分为一阶和二阶智能体,研究混合阶多智能体系统的一致性问题。考虑由一个领导者和 n 个异构跟随者组成的异质多智能体系统,动态领导者表示为:

$$\dot{x}_0(t) = v_0(t) \quad (1)$$

其中 $x_0(t) \in \mathbf{R}^l$ 和 $v_0(t) \in \mathbf{R}^l$ 分别表示动态领导者的位置和速度。

下面给出由一阶和二阶智能体组成的混合阶跟随者。前 m 个智能体是二阶的,后 $n - m$ 个智能体是一阶的。异质多智能体系统的方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), & i = 1, 2, \dots, m \\ \dot{x}_i(t) = u_i(t), & i = m + 1, m + 2, \dots, n \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_i(t) \in \mathbf{R}^l$ 和 $u_i(t) \in \mathbf{R}^l$ 分别表示跟随者 i 的位置和控制输入; $v_i(t) \in \mathbf{R}^l$ 代表二阶智能体的速度。

为方便理论分析,本文假设 $l = 1$ 。 $l > 1$ 时相关理论可以用克罗内克积进行推广。

定义 1 若存在常数 $\tau > 0$, 使得:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_0(t - \tau)\| = 0; i = 1, 2, \dots, n$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|v_i(t) - v_0(t - \tau)\| = 0; i = 1, 2, \dots, m$$

则称异质多智能体式(1)和(2)能够实现领导-跟随者滞后一致性。

本文研究的目的是基于牵制控制思想设计分布式控制协议,使得异质多智能体系统实现滞后一致性。

2 异质多智能体系统的滞后一致性控制

2.1 固定拓扑下领导-跟随者滞后一致性控制

首先考虑在固定拓扑结构下,拥有动态领导者的异质多智能体系统的滞后一致性。设计基于邻居信息的滞后一致性协议如下:

$$\begin{cases} u_i(t) = \\ b_i [(v_0(t - \tau) - v_i(t)) + (x_0(t - \tau) - x_i(t))] + \\ c_1 \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) \right], & i = 1, 2, \dots, m \\ v_0(t - \tau) + c_2 \sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) + \\ b_i (x_0(t - \tau) - x_i(t)), & i = m + 1, m + 2, \dots, n \end{cases} \quad (3)$$

其中: $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示固定拓扑图 G 的邻接矩阵; $c_1 > 0$, $c_2 > 0$ 是控制参数; $(x_0(t - \tau) - x_i(t))$ 和 $(v_0(t - \tau) - v_i(t))$ 两部分是为了使跟随者与动态领导者之间分别实现位置和速度的滞后一致性。本文采用了牵制控制策略。当智能体 i 能接收到领导者的信号,则 $b_i > 0$;否则 $b_i = 0$ 。通过协议式(3),带有动态领导者的异质多智能体系统能够达到滞后一致。

注 1 本文采用了牵制控制思想,当第 i 个智能体的节点需要被牵制,则局部反馈增益 $b_i > 0$ 。对于大型复杂网络,通常需要通过对所有节点添加控制器来控制它,这样一般是很困难的,并且花费的价格高昂,而牵制控制可以有效改善这种情况。

令: $\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t - \tau)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $\bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t - \tau)$ ($i = 1, 2, \dots, m$)。 $\bar{x}_s(t) = (\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), \dots, \bar{x}_m(t))^T$ 表示二阶智能体和动态领导者之间的位置误差向量, $\bar{x}_f(t) = (\bar{x}_{m+1}(t), \bar{x}_{m+2}(t), \dots, \bar{x}_n(t))^T$ 表示一阶智能体和领导者之间的位置误差向量, $\bar{v}_s(t) = (\bar{v}_1(t), \bar{v}_2(t), \dots, \bar{v}_m(t))^T$ 表示二阶智能体和动态领导者之间的速度误差向量。

将式(3)代入式(2),并整理可得:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_i(t) = \bar{v}_s(t) \\ \dot{\bar{v}}_s(t) = (c_1 A_{ss} - c_1 D_s - B_s) \bar{x}_s(t) + \\ c_1 A_{sf} \bar{x}_f(t) - B_s \bar{v}_s(t) \\ \dot{\bar{x}}_f(t) = (c_2 A_{ff} - c_2 D_f - B_f) \bar{x}_f(t) + c_2 A_{fs} \bar{x}_s(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中: 矩阵 $B_s = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ 表示二阶智能体与动态领导者之间的联系; 矩阵 $B_f = \text{diag}\{b_{m+1}, b_{m+2}, \dots, b_n\}$ 表示一阶智能体与动态领导者之间的联系。邻接矩阵 A 可以表示成 $A = [A_{ss} \ A_{sf}; A_{fs} \ A_{ff}]$, 其中: $A_{ss} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 表示二阶智能体之间的邻接矩阵, $A_{ff} \in \mathbf{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 表示一阶智能体之间的邻接矩阵, $A_{sf} \in \mathbf{R}^{m \times (n-m)}$ 和 $A_{fs} \in \mathbf{R}^{(n-m) \times m}$ 表示一阶和二阶智能体之间的邻接矩阵。矩阵 $D_s = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$, $D_f =$



$\text{diag}\{d_{m+1}, d_{m+2}, \dots, d_n\}$, 其中对角元素是 $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 。

引理 1^[24] 线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}(x) & \mathbf{S}(x) \\ \mathbf{S}^T(x) & \mathbf{R}(x) \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

其中, $\mathbf{Q}(x) = \mathbf{Q}^T(x)$, $\mathbf{R}(x) = \mathbf{R}^T(x)$, 它等价于下面的任何一种情况:

$$1) \mathbf{Q}(x) < \mathbf{0}, \mathbf{R}(x) - \mathbf{S}^T(x)\mathbf{Q}^{-1}(x)\mathbf{S}(x) < \mathbf{0}.$$

$$2) \mathbf{R}(x) < \mathbf{0}, \mathbf{Q}(x) - \mathbf{S}^T(x)\mathbf{R}^{-1}(x)\mathbf{S}(x) < \mathbf{0}.$$

定理 1 考虑带有动态领导者式(1)的异质多智能体系统式(2), 假设固定拓扑下的动态领导者是全局可达点。对于任意的初始状态, 如果存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_1 满足以下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 & \mathbf{0}_{(m+n)} \\ \mathbf{0}_{(m+n)} & \mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1 \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{E}_1 =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (\mathbf{c}_1 \mathbf{A}_{ss} - \mathbf{c}_1 \mathbf{D}_s - \mathbf{B}_s) & -\mathbf{B}_s & \mathbf{c}_1 \mathbf{A}_{sf} \\ \mathbf{c}_2 \mathbf{A}_{fs} & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (\mathbf{c}_2 \mathbf{A}_{ff} - \mathbf{c}_2 \mathbf{D}_f - \mathbf{B}_f) \end{bmatrix}$$

则异质多智能体系统可以实现滞后一致性。

证明 令 $\mathbf{y}(t) = (\bar{\mathbf{x}}_s^T(t), \bar{v}_s^T(t), \bar{\mathbf{x}}_f^T(t))^T$, 则系统式(4)可以表示为:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t) \quad (6)$$

其中 $\mathbf{E}_1 =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (\mathbf{c}_1 \mathbf{A}_{ss} - \mathbf{c}_1 \mathbf{D}_s - \mathbf{B}_s) & -\mathbf{B}_s & \mathbf{c}_1 \mathbf{A}_{sf} \\ \mathbf{c}_2 \mathbf{A}_{fs} & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (\mathbf{c}_2 \mathbf{A}_{ff} - \mathbf{c}_2 \mathbf{D}_f - \mathbf{B}_f) \end{bmatrix}$$

通过式(4), 可将多智能体系统式(1)、(2)的一致性跟踪控制问题的研究转换为分析误差方程式(6)的稳定性。

针对误差系统式(6), 选取 Lyapunov 函数 $V(t) = \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t)$, 其中 \mathbf{P}_1 是一个正定矩阵。

对 $V(t)$ 求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{\mathbf{y}}^T(t) \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t) + \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 \dot{\mathbf{y}}(t) = \\ &= (\mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t))^T \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t) + \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 (\mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t)) = \\ &= \mathbf{y}^T(t) (\mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1) \mathbf{y}(t) \end{aligned}$$

利用引理 1 和 Lyapunov 稳定性理论可以证明, 若存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_1 使 $\mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1$ 为负定矩阵, 则误差系统式(6)是稳定的, 此时满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_0(t - \tau)\| = 0 (i = 1, 2, \dots, n)$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|v_i(t) - v_0(t - \tau)\| = 0 (i = 1, 2, \dots, m)$, 即异质多智能体系统式(2)在固定拓扑下可以达到领导-跟随者滞后一致性。

考虑静态领导者的情况, 得到以下推论。

推论 1 考虑具有静态领导者($v_0(t) = 0$)的异质多智能体系统式(2), 假设静态领导者在固定拓扑下是全局可达点。对于任意初始状态, 若存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和一个正定矩阵 \mathbf{P}_1 满足线性矩阵不等式(5), 则带有静态领导者的异质多智能体系统式(2)在固定拓扑下能达到领导-跟随者滞后一致。

注 2 对于特殊情况 $v_0(t) = 0$, 领导者是静态的。推论 1

的证明过程与定理 1 的证明类似。在此略。

2.2 切换拓扑下领导-跟随者滞后一致性控制算法

本节考虑切换拓扑结构下, 异质多智能体系统的滞后一致性。假设一个分段常数切换信号 $\sigma: [0, \infty] \rightarrow P = \{1, 2, \dots, N\}$, $p = \sigma(t) \in P$ 表示在不同的时间间隔 $[t_j, t_{j+1}) (j = 0, 1, \dots)$ 切换, 切换时间间隔是有界的, 满足 $0 < t_{j+1} - t_j \leq \tau_1$ 。关于切换拓扑图 G^σ 和 \bar{G}^σ 的邻居集合 $N_i^\sigma(t)$, 邻接矩阵 $\mathbf{A}^\sigma = [a_{ij}^\sigma]_{n \times n} (i, j = 1, 2, \dots, n)$, 拉普拉斯矩阵 \mathbf{L}^σ 和 \mathbf{B}^σ 是时变的 ($\sigma \in P$)。

对于异质多智能体系统式(2)和动态领导者式(1), 设计切换拓扑下基于邻居信息的滞后一致性协议如下:

$$u_i(t) = \begin{cases} b_i^\sigma [(v_0(t - \tau) - v_i(t)) + (x_0(t - \tau) - x_i(t))] + \\ k_1 \left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^\sigma (x_j(t) - x_i(t)) \right], & i = 1, 2, \dots, m \\ v_0(t - \tau) + k_2 \sum_{j=1}^n a_{ij}^\sigma (x_j(t) - x_i(t)) + \\ b_i^\sigma (x_0(t - \tau) - x_i(t)), & i = m+1, m+2, \dots, n \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{A}^\sigma = [a_{ij}^\sigma]_{n \times n} (\sigma = 1, 2, \dots, N)$ 表示切换拓扑图 G^σ 的邻接矩阵; $k_1 > 0, k_2 > 0$ 是控制参数。在切换拓扑中, 当智能体与领导者有连接, 则局部增益 $b_i^\sigma > 0$, 否则 $b_i^\sigma = 0$ 。

令 $\bar{x}_s(t) = x_i(t) - x_0(t - \tau) (i = 1, 2, \dots, n)$, $\bar{v}_s(t) = v_i(t) - v_0(t - \tau) (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

根据式(2)和式(7), 可以得到:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_s(t) = \bar{v}_s(t) \\ \dot{\bar{v}}_s(t) = (k_1 \mathbf{A}_{ss}^\sigma - k_1 \mathbf{D}_s^\sigma - \mathbf{B}_s^\sigma) \bar{x}_s + k_1 \mathbf{A}_{sf}^\sigma \bar{x}_f(t) - \mathbf{B}_s^\sigma \bar{v}_s(t) \\ \dot{\bar{x}}_f(t) = (k_2 \mathbf{A}_{ff}^\sigma - k_2 \mathbf{D}_f^\sigma - \mathbf{B}_f^\sigma) \bar{x}_f + k_2 \mathbf{A}_{fs}^\sigma \bar{x}_s(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{B}_s^\sigma = \text{diag}\{b_1^\sigma, b_2^\sigma, \dots, b_m^\sigma\}$ 和 $\mathbf{B}_f^\sigma = \text{diag}\{b_{m+1}^\sigma, b_{m+2}^\sigma, \dots, b_n^\sigma\}$ 分别表示在切换拓扑结构下二阶、一阶智能体与动态领导者之间的联系。在切换拓扑结构下, 邻接矩阵 $\mathbf{A}^\sigma = [\mathbf{A}_{ss}^\sigma \ \mathbf{A}_{sf}^\sigma; \mathbf{A}_{fs}^\sigma \ \mathbf{A}_{ff}^\sigma]$, 其中: $\mathbf{A}_{ss}^\sigma \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $\mathbf{A}_{ff}^\sigma \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 分别表示二阶智能体之间与一阶智能体之间的邻接矩阵, $\mathbf{A}_{sf}^\sigma \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$ 和 $\mathbf{A}_{fs}^\sigma \in \mathbb{R}^{(n-m) \times m}$ 表示一阶和二阶智能体之间的邻接矩阵。矩阵 $\mathbf{D}_s^\sigma = \text{diag}\{d_1^\sigma, d_2^\sigma, \dots, d_m^\sigma\}$, $\mathbf{D}_f^\sigma = \text{diag}\{d_{m+1}^\sigma, d_{m+2}^\sigma, \dots, d_n^\sigma\}$, 其中对角元素是 $d_i^\sigma = \sum_{j=1}^n a_{ij}^\sigma$ 。

定理 2 考虑切换拓扑下带有动态领导者式(1)的异质多智能体系统式(2), 假设每个拓扑下的领导者是全局可达点。对于任意的初始状态, 如果存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_2 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_2 & \mathbf{0}_{(m+n)} \\ \mathbf{0}_{(m+n)} & (\mathbf{E}_2^\sigma)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{E}_2^\sigma \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (9)$$

其中 $\sigma = 1, 2, \dots, N$, 并且:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2^\sigma &= \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (\mathbf{k}_2 \mathbf{A}_{ss}^\sigma - \mathbf{k}_2 \mathbf{D}_s^\sigma - \mathbf{B}_s^\sigma) & -\mathbf{B}_s^\sigma & \mathbf{k}_1 \mathbf{A}_{sf}^\sigma \\ \mathbf{k}_2 \mathbf{A}_{fs}^\sigma & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (\mathbf{k}_2 \mathbf{A}_{ff}^\sigma - \mathbf{k}_2 \mathbf{D}_f^\sigma - \mathbf{B}_f^\sigma) \end{bmatrix} \end{aligned}$$



则异质多智能体系统能实现滞后一致性。

证明 令 $\mathbf{y}(t) = (\bar{\mathbf{x}}_s^T(t), \bar{v}_s^T(t), \bar{\mathbf{x}}_f^T(t))^T$, 则系统式(8)可以表示为:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{E}_2^\sigma \mathbf{y}(t) \quad (10)$$

其中 $\mathbf{E}_2^\sigma =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (k_2 \mathbf{A}_{ss}^\sigma - k_1 \mathbf{D}_s^\sigma - \mathbf{B}_s^\sigma) & -\mathbf{B}_s^\sigma & k_1 \mathbf{A}_{sf}^\sigma \\ k_2 \mathbf{A}_{fs}^\sigma & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (k_2 \mathbf{A}_{ff}^\sigma - k_2 \mathbf{D}_f^\sigma - \mathbf{B}_f^\sigma) \end{bmatrix}$$

经过从系统式(2)到方程组式(8)的转化, 并把系统式(8)转换为与误差向量 $\mathbf{y}(t)$ 有关的方程式(10), 将对多智能体的一致性分析转化为对误差系统式(10)的稳定性分析。

在切换拓扑下, 根据误差系统式(10)选取Lyapunov函数 $V(t) = \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_2 \mathbf{y}(t)$, 其中 \mathbf{P}_2 是正定矩阵。

对 $V(t)$ 求导得:

$$\dot{V}(t) = \mathbf{y}^T(t) ((\mathbf{E}_2^\sigma)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{E}_2^\sigma) \mathbf{y}(t)$$

根据假设每个拓扑下的领导者都是全局可达点, 并利用引理1和Lyapunov稳定性理论可以证明, 如果存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_2 使 $(\mathbf{E}_2^\sigma)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{E}_2^\sigma$ 为负定矩阵, 则误差系统式(6)是稳定的, 即异质多智能体系统式(2)在切换拓扑下可以达到领导-跟随者的滞后一致。

推论2 考虑切换拓扑下具有静态领导者($v_0(t) = 0$)的异质多智能体系统式(2), 假设静态领导者在每个拓扑下是全局可达点。对于任意初始状态, 若存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和一个正定矩阵 \mathbf{P}_2 满足线性矩阵不等式(9), 则带有静态领导者的异质多智能体系统式(2)在切换拓扑下达到领导-跟随者的滞后一致。

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 26.1640 & -0.5764 & -6.3600 & 3.4464 & 0.3345 & 10.2635 & 0.2534 & 0.1482 \\ -0.5764 & 16.1480 & 0.2274 & -0.2036 & -1.4129 & -0.6323 & -2.6766 & -8.3698 \\ -6.3600 & 0.2274 & -15.9946 & -2.0096 & 0.2747 & -1.0887 & -0.4455 & -0.0130 \\ 3.4464 & -0.2036 & -2.0096 & 4.1796 & 0.0507 & 2.6070 & 0.6386 & 0.0280 \\ 0.3345 & -1.4129 & 0.2747 & 0.0507 & 18.2314 & 0.5213 & 2.0279 & 9.7463 \\ 10.2635 & -0.6323 & 1.0887 & 2.6070 & 0.5213 & 18.9491 & 0.5334 & 0.2158 \\ 0.2536 & -2.6766 & -0.4455 & 0.6386 & 2.0279 & 0.5334 & 3.8137 & 3.7762 \\ 0.1482 & -8.3698 & -0.0130 & 0.0280 & 9.7463 & 0.2158 & 3.7762 & 19.0449 \end{bmatrix}$$

图2中的 $x_0(t)$ 和 $x_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) 分别表示领导者和跟随者的位置。图3中的 $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_5]^T$, $\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t - \tau)$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) 表示跟随者与领导者之间的滞后位置误差, $\bar{v} = [\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3]^T$, $\bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t - \tau)$ ($i = 1, 2, 3$) 表示二阶跟随者与领导者之间的滞后速度误差且动态领导者的速度是 $v_0(t) = 0.05$ 。

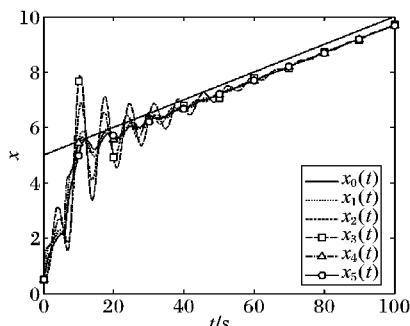


图2 固定拓扑下异质多智能体的位置轨迹

Fig. 2 Position trajectory of heterogeneous multi-agent under fixed topology

注3 如果 $\tau = 0$, 那么得出的结论与文献[22]类似, 即跟随者可以与领导者达到完全的恒同一致。

3 数值仿真

在本章中, 采用数值例子来验证理论算法的有效性。

例1 考虑固定拓扑下带有动态领导者式(1)的异质多智能体系统式(2)在一维空间的情况。

情况1 考虑由6个节点组成的多智能体系统, 由1个领导者, 3个二阶智能体和2个一阶的智能体组成, 智能体之间的固定拓扑 \bar{G} 如图1所示, 全局可达的领导者标记为0, 二阶智能体分别标记为1、2和3, 一阶智能体分别标记为4和5。

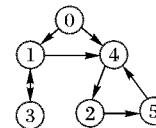


图1 6个智能体之间的固定拓扑图 \bar{G}

Fig. 1 Fixed topology graph \bar{G} between six agents

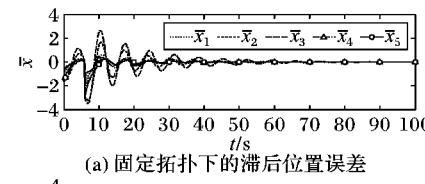
由图1可以得到以下的邻接矩阵 A 和 B :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

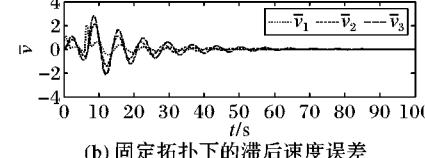
易证明, 选择参数 $c_1 = 1, c_2 = 1, \tau = 6$ 可以满足定理1的条件, 并通过Matlab中LMI工具箱可以得到LMI式(5)的解如下正定矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0.3345 & 10.2635 & 0.2534 & 0.1482 \\ -1.4129 & -0.6323 & -2.6766 & -8.3698 \\ 0.2747 & -1.0887 & -0.4455 & -0.0130 \\ 2.6070 & 0.6386 & 0.0280 & \\ 18.2314 & 0.5213 & 2.0279 & 9.7463 \\ 0.5213 & 18.9491 & 0.5334 & 0.2158 \\ 2.0279 & 0.5334 & 3.8137 & 3.7762 \\ 9.7463 & 0.2158 & 3.7762 & 19.0449 \end{bmatrix}$$

图2中的 $x_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 表示二阶智能体的位置轨迹, $x_4(t)$ 、 $x_5(t)$ 表示一阶智能体的位置轨迹。从图2可知, 当时间到达60 s以后, 跟随者与领导者达到滞后一致。图3表明滞后位置和速度误差渐近收敛到0, 也就是说, 用设计的协议式(3)可以使异质多智能体系统在固定拓扑下实现领导-跟随者滞后一致性。



(a) 固定拓扑下的滞后位置误差



(b) 固定拓扑下的滞后速度误差

图3 固定拓扑下的滞后位置误差和滞后速度误差

Fig. 3 Lag position error and lag velocity error under fixed topology



情况 2 考虑 1 个领导者和 8 个跟随者组成的多智能体系统,全局可达的领导者标记为 0,二阶智能体标记为 1、2、3、4 和 5,一阶智能体标记为 6、7 和 8。

易证明,选择参数 $c'_1 = 1, c'_2 = 1, \tau = 6$ 也可以满足定理 1 的条件。

从图 4 可知,8 个跟随者跟踪上了领导者并且始终滞后领导者 $\tau = 6$ s 时间,即达到滞后一致性。

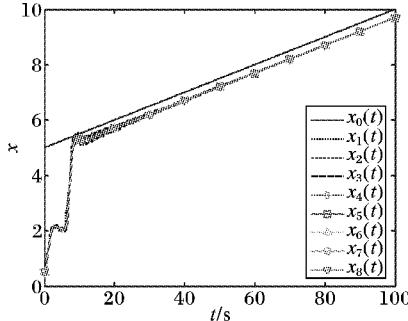


图 4 固定拓扑下 8 个智能体滞后跟踪领导者的位置轨迹

Fig. 4 Position trajectory of eight agents lag tracking leader under fixed topology

例 2 考虑切换拓扑下带有动态领导者式(1)的异质多智能体系统式(2)在一维空间的情况。

情况 1 考虑由 1 个领导者、3 个二阶的智能体和 2 个一阶的智能体组成的多智能体系统。全局可达的领导者标记为

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 9.9395 & -0.1861 & -2.4179 & 1.3152 & 0.0662 & 3.9295 & 0.0919 & -0.0247 \\ -0.1861 & 7.0292 & 0.0486 & -0.0651 & -0.6710 & -0.2388 & -0.7749 & -2.2318 \\ -2.4179 & 0.0486 & 6.1054 & -0.7685 & 0.1418 & -0.4133 & -0.1490 & -0.0555 \\ 1.3152 & -0.0651 & -0.7685 & 1.5914 & 0.0038 & 0.9983 & 0.2346 & 0.0097 \\ 0.0662 & -0.6710 & 0.1448 & 0.0038 & 9.0367 & 0.1242 & 1.6743 & 2.7488 \\ 3.9295 & -0.2388 & -0.4133 & 0.9983 & 0.1242 & 7.2355 & 0.1970 & 0.0089 \\ 0.0919 & -0.7749 & -0.1490 & 0.2346 & 1.6743 & 0.1970 & 1.4438 & 1.1063 \\ -0.0247 & -2.2318 & -0.0555 & 0.0097 & 2.7488 & 0.0089 & 1.1063 & 5.0034 \end{bmatrix}$$

其中正定矩阵 \mathbf{P}_2 是对应于 3 个切换拓扑结构时 LMI 的共同解。仿真结果如下:图 6 表示了跟随者的位置轨迹滞后领导者一段时间 $\tau = 2$ 。图 7 表明滞后位置和速度误差渐近收敛到 0,即用设计的协议式(7)可以使带领导者的异质多智能体系统在切换拓扑下达到滞后一致。

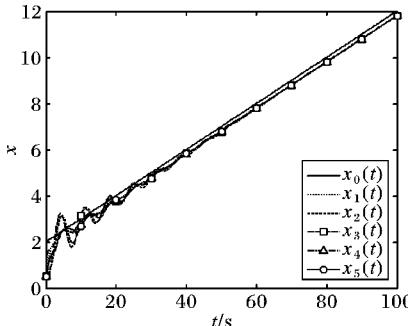


图 6 切换拓扑下异质多智能体滞后跟踪领导者的位置轨迹

Fig. 6 Position trajectory of heterogeneous multi-agent lag tracking leader under switching topology

注 4 本文考虑了更加符合实际应用的滞后一致性的情况。汽车行驶过程中,如果让领头的车辆先行,后面跟随的车辆与领头的车辆保持一定的滞后,这样就可以缓解拥堵的情况。本文将文献[21]中结论扩展到滞后一致性的情况,并在

0,二阶智能体标记为 1、2 和 3,一阶智能体标记为 4 和 5。智能体之间三种可能的拓扑图如图 5 所示,按照 $\bar{G}_1 \rightarrow \bar{G}_2 \rightarrow \bar{G}_3 \rightarrow \bar{G}_1 \rightarrow \bar{G}_2 \rightarrow \dots$ 的顺序切换,切换时间为 $t_{k+1} - t_k = 2$ s。从图 5 可以得到对应每个拓扑图的邻接矩阵 A^σ 和 B^σ ($\sigma = 1, 2, 3$):

$$A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B^\sigma = \begin{bmatrix} 3 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \end{bmatrix}$$

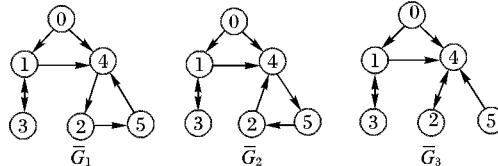
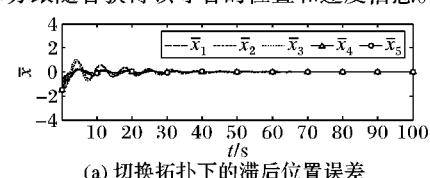


图 5 三种可能的拓扑图

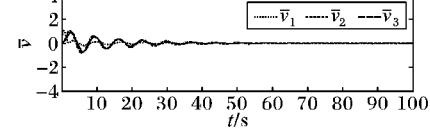
Fig. 5 Three possible topologies

容易证明通过选择 $k_1 = 1, k_2 = 1, \tau = 2$ 可以满足定理 2 的条件,并利用 Matlab 求得 LMI 式(9)的解:

例子中扩大了智能体的规模,更有效地验证了分布式控制。相比于文献[21]让所有跟随者能获得领导者的速度信息,本文只让部分跟随者获得领导者的位姿和速度信息。



(a) 切换拓扑下的滞后位置误差



(b) 切换拓扑下的滞后速度误差

图 7 切换拓扑下的滞后位置误差和滞后速度误差
Fig. 7 Lag position error and lag velocity error under switching topology

情况 2 考虑 9 个节点组成的多智能体系统。全局可达的领导者标记为 0,二阶智能体分别标记为 1、2、3、4 和 5,一阶智能体分别标记为 6、7 和 8。

易证明,选择参数 $k'_1 = 1, k'_2 = 1, \tau = 3$ 也可以满足定理 1 的条件。类似于情况 1,可以得到仿真结果如图 8 所示。图 8 显示了 8 个跟随者跟踪上了领导者并且始终滞后领导者



$\tau = 2$ s 时间。

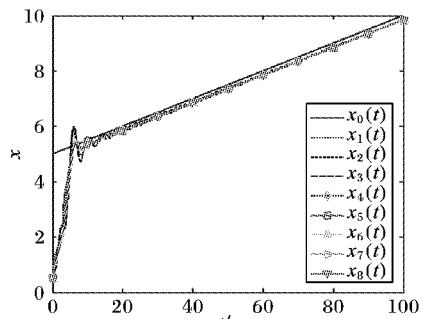


图8 切换拓扑下8个多智能体滞后跟踪领导者的位臵轨迹

Fig. 8 Position trajectory of eight agents lag tracking leader under switching topology

注5 由于智能体之间的信息传输中常存在通信时延,下面考虑通信时延为0.001 s,得到仿真结果如图9所示。

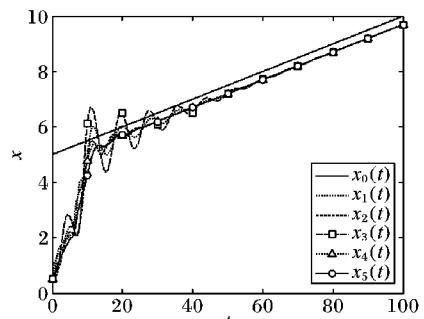


图9 带有通信时滞的异质多智能体滞后跟踪领导者的位臵轨迹

Fig. 9 Position trajectory of heterogeneous multi-agent lag tracking leader with delay in communication

从图9可以看出,当系统存在通信时延时,采用本文的控制协议可以使多智能体实现领导-跟随者滞后一致性。

4 结语

针对异质多智能体系统的滞后一致性问题,本文提出了基于牵制控制思想的分布式一致性控制协议。基于Lyapunov稳定性理论和图论,给出了在固定拓扑和切换拓扑下实现领导-跟随者滞后一致性的充分条件。数值仿真验证了在固定拓扑和切换拓扑下的理论算法的有效性。本文考虑了动态领导者速度已知的情况,但是在更一般情况下,跟随者不能获得领导者的速度,另外,实际智能体之间的通信延时是不可避免的情况,在今后工作中,我们将设计分布式控制协议,考虑带有通信时延和宽带受限因素,研究领导者速度未知情况下多智能体系统滞后一致性。

参考文献 (References)

- [1] 柴运,熊涛.基于二层邻居信息的多智能体系统便对控制[J].计算机应用,2017,37(8):2264-2269.(CHAI Y, XIONG T. Second-order information based formation control in multi-agent system [J]. Journal of Computer Applications, 2017, 37 (8): 2264 - 2269.)
- [2] 李向军,刘成林,刘飞.时延异构多自主体系统的群一致性分析[J].计算机应用,2016,36(5):1439-1444.(LI X J, LIU C L, LIU F. Group consensus of heterogeneous multi-agent systems with time delay [J]. Journal of Computer Applications, 2016, 36 (5): 1439 - 1444.)
- [3] 刘秀华,高宪文,韩建.基于干扰观测器的二阶多智能体系统模
- 型参考一致性[J].控制与决策,2017,32(1):79-85.(LIU X H, GAO X W, HAN J. Disturbance observers based model-reference consensus of second-order multi-agent systems [J]. Control and Decision, 2017, 32(1): 79 - 85.)
- [4] 王亚军,张申,胡青松,等.具有测量噪声的时滞多智能体系统的一致性问题[J].山东大学学报(理学版),2017,52(1):74-80.(WANG Y J, ZHANG S, HU Q S, et al. Consensus problem of time-delay multi-agent system with measurement noise [J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2017, 52(1): 74 - 80.)
- [5] 严求真,孙明轩,李鹤.非参数不确定多智能体系统一致性误差跟踪学习控制[J].控制理论与应用,2016,33(6):793-799.(YAN Q Z, SUN M X, LI H. Consensus-error-tracking learning control for nonparametric uncertain multi-agent system [J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(6): 793 - 799.)
- [6] ZHAO L, YU J P, LIN C, et al. Adaptive neural consensus tracking for nonlinear multiagent systems using finite-time command filtered backstepping [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems, 2017, 48(11): 2003 - 2012.
- [7] LIU X Z, ZHANG K X, XIE W C. Consensus seeking in multi-agent systems via hybrid protocols with impulse delays [J]. Nonlinear Analysis Hybrid System, 2017, 25: 90 - 98.
- [8] CHEN K R, WANG J W, ZHANG Y, et al. Consensus of second-order nonlinear multi-agent systems under state-controlled switching topology [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4):1871 - 1878.
- [9] 金治群,牛玉刚,邹媛媛.带有滑模观测器的多智能体一致性控制[J].控制理论与应用,2017,34(2):251-259.(JIN Z Q, NIU Y G, ZOU Y Y. Consensus for multi-agent systems with sliding-mode observer [J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(2): 251 - 259.)
- [10] REN W, ATKINS E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(10/11): 1002 - 1033.
- [11] NI J, LIU L, LIU C X, et al. Fixed-time leader-following consensus for second-order multiagent systems with input delay [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11): 8635 - 8646.
- [12] DAI P P, LIU C L, LIU F. Consensus problem of heterogeneous multi-agent systems with time delay under fixed and switching topologies [J]. International Journal of Automation and Computing, 2014, 11(3): 340 - 346.
- [13] 谢媛艳,王毅,马忠军.领导-跟随多智能体系统的滞后一致性[J].物理学报,2014,63(4):13-17.(XIE Y Y, WANG Y, MA Z J. Delay consensus of leader-following multi-agent systems [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(4): 13 - 17.)
- [14] LIU X W, DENG Y S. Lag consensus of second-order leader-following multiagent systems with communication delays [C]// Proceedings of the 36th Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 8783 - 8788.
- [15] WANG Y, MA Z J. Lag consensus of the second-order leader-following multi-agent systems with nonlinear dynamics [J]. Neurocomputing, 2016, 171(C): 82 - 88.
- [16] WANG Y, MA Z J, ZHENG S, et al. Pinning control of lag-consensus for second-order nonlinear multiagent systems [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 47(8): 2203 - 2211.

(下转第3424页)



参考文献 (References)

- [1] 夏涛, 陈云芳, 张伟, 等. 社会网络中的影响力综述 [J]. 计算机应用, 2014, 34(4): 980–985. (XIA T, CHEN Y F, ZHANG W, et al. Survey of influence in social networks [J]. Journal of Computer Applications, 2014, 34(4): 980–985.)
- [2] 李阅志, 祝园园, 钟鸣. 基于 k -核过滤的社交网络影响最大化算法 [J]. 计算机应用, 2018, 38(2): 464–470. (LI Y Z, ZHU Y Y, ZHONG M. k -core filtered influence maximization algorithm in social networks [J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(2): 464–470.)
- [3] KEMPE D, KLEINBERG J, TARDOS É. Maximizing the spread of influence through a social network [C]// Proceedings of the 9th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM, 2003: 137–146.
- [4] CHEN W, WANG Y, YANG S. Efficient influence maximization in social networks [C]// Proceedings of the 15th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM, 2009: 199–208.
- [5] ESTEVEZ P A, VERA P, SAITO K. Selecting the most influential nodes in social networks [C]// Proceedings of the 2007 International Joint Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE, 2007: 2397–2402.
- [6] 曹玖新, 董丹, 徐顺, 等. 一种基于 k -核的社会网络影响最大化算法 [J]. 计算机学报, 2015, 38(2): 238–248. (CAO J X, DONG D, XU S, et al. A k -core based algorithm for influence maximization in social networks [J]. Chinese Journal of Computers, 2015, 38(2): 238–248.)
- [7] 苏晓萍, 宋玉蓉. 利用邻域“结构洞”寻找社会网络中最具影响力节点 [J]. 物理学报, 2015, 64(2): 1–11. (SU X P, SONG Y R. Leveraging neighborhood “structure holes” to identifying key spreaders in social networks [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(2): 1–11.)
- [8] 韩忠明, 陈炎, 刘雯, 等. 社会网络节点影响力分析研究 [J]. 软件学报, 2017, 28(1): 84–104. (HAN Z M, CHEN Y, LIU W, et al. Research on node influence analysis in social network [J]. Journal of Software, 2017, 28(1): 84–104.)
- [9] ZHU J H, LIU Y, YIN X M. A new structure-hole-based algorithm for influence maximization in large online social networks [J]. IEEE Access, 2017, 5: 23405–23412.
- [10] GOLDENBERG J, LIBAI B, MULLER E. Talk of the network: a complex systems look at the underlying process of word-of-mouth [J]. Marketing Letters, 2001, 12(3): 211–223.
- [11] YOUNG H P. The diffusion of innovations in social networks [J]. General Information, 2000, 413(1): 2329–2334.
- [12] LOU T, TANG J. Mining structural hole spanners through information diffusion in social networks [C]// Proceedings of the 22nd International Conference on World Wide Web. New York: ACM, 2013: 825–836.
- [13] 韩忠明, 吴杨, 谭旭升, 等. 面向结构洞的复杂网络关键节点排序 [J]. 物理学报, 2015, 64(5): 058902-1–058902-9. (HAN Z M, WU Y, TAN X S, et al. Ranking key nodes in complex networks by considering structural holes [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(5): 058902-1–058902-9.)
- [14] 刘院英, 郭景峰, 魏立东, 等. 成本控制下的快速影响最大化算法 [J]. 计算机应用, 2017, 37(2): 367–372. (LIU Y Y, GUO J F, WEI L D, et al. Fast influence maximization algorithm in social network under budget control [J]. Journal of Computer Applications, 2017, 37(2): 367–372.)

This work is partially supported by the Science and Technology Research Project of Water Resources Department of Jiangsu Province (2017065, 2016023).

LI Minjia, born in 1994, M. S. candidate. Her research interests include social network, data management.

XU Guoyan, born in 1971, Ph. D., associate professor. Her research interests include big data, data origin, data management.

ZHU Shuai, born in 1992, M. S. candidate. His research interests include social network, data management.

ZHANG Wangjuan, born in 1992, M. S. candidate. Her research interests include big data, data management.

(上接第 3390 页)

- [17] LUO J, LIU C L, LIU F. Distributed consensus analysis for a class of heterogeneous multi-agent systems composed of first-order and fourth-order integrators [C]// Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Control and Automation. Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 564–570.
- [18] WEN G G, HUANG J, WANG C Y, et al. Group consensus control for heterogeneous multi-agent systems with fixed and switching topologies [J]. International Journal of Control, 2016, 89(2): 259–269.
- [19] ZHANG Q, HAO Y R, YANG Z Q, et al. Adaptive flocking of heterogeneous multi-agents systems with nonlinear dynamics [J]. Neurocomputing, 2016, 216(C): 72–77.
- [20] SHARGHI A, BARADARANNIA M, HASHEMZADEH F. Leader-follower fixed-time consensus for multi-agent systems with heterogeneous non-lineader inherent dynamics [C]// Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Soft Computing & Machine Intelligence. Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 224–228.
- [21] LIU K, JI Z J, XIE G M, et al. Consensus for heterogeneous multi-agent systems under fixed and switching topologies [J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(9): 3670–3683.

- [22] HAN N N, LUO X Y. Tracking and distributed formation control for leader-following heterogeneous multi-agent systems [C]// Proceedings of the 35th Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 7897–7901.

- [23] GODSIL C, ROYLE G F. Algebraic Graph Theory [M]. Berlin: Springer, 2001: 151–181.

- [24] HORN R A, JOHNSON C R. Matrix Analysis [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 1–17.

This work is partially supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20171019).

LI Geng, born in 1993, M. S. candidate. His research interest includes multi-agent system coordinated control.

QIN Wen, born in 1985, Ph. D., lecturer. Her research interests include multi-agent system modeling and control, nonlinear system control, stability of switching pulse system.

WANG Ting, born in 1981, Ph. D., lecturer. Her research interests include recognition and control of robot, multi-robot formation control.